



**HAL**  
open science

# Développement de cavités fibrées et contrôle de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) : application au gyromètre optique résonant

Maxime Descampeaux

► **To cite this version:**

Maxime Descampeaux. Développement de cavités fibrées et contrôle de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) : application au gyromètre optique résonant. Optique [physics.optics]. Université Paris-Saclay, 2022. Français. NNT : 2022UPASP134 . tel-04086290

**HAL Id: tel-04086290**

**<https://theses.hal.science/tel-04086290v1>**

Submitted on 2 May 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Développement de cavités fibrées et contrôle de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) : application au gyromètre optique résonant

*Development of fiber cavities and control  
of residual amplitude modulation (RAM) :  
application to resonant fiber optic gyroscope*

## Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n° 572 Ondes et matière (EDOM)  
Spécialité de doctorat : Physique  
Graduate School : Physique, Référent : ENS Paris-Saclay

Thèse préparée dans l'unité de recherche **LuMIn (Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS)**, sous la direction de **Fabien BRETENAKER**, directeur du laboratoire LuMIn, la co-supervision de **Gilles FEUGNET**, ingénieur de recherche à Thales Research & Technology (Palaiseau), et la co-supervision de **Frédéric SEGUINEAU**, ingénieur d'études à Thales AVS (Châtellerauld)

Thèse soutenue à Palaiseau, le 2 décembre 2022, par

**Maxime DESCAMPEAUX**

### Composition du jury

Membres du jury avec voix délibérative

<b>Patricia SEGONDS</b> Professeure des Universités, Université Grenoble-Alpes, Institut Néel	Présidente
<b>Frédéric DU BURCK</b> Professeur des Universités, Université Sorbonne Paris Nord, LPL Villetaneuse	Rapporteur & Examineur
<b>Géraud BOUWMANS</b> Professeur des Universités, Université de Lille, Laboratoire PhLAM	Rapporteur & Examineur
<b>Marc VALLET</b> Professeur des Universités, Université de Rennes-1, Institut FOTON	Examineur
<b>Benoît DEBORD</b> Ingénieur de recherche, Université de Limoges, Institut de recherche XLIM (GPPMM)	Examineur



Développement de cavités  
fibrées et contrôle de la  
modulation d'amplitude  
résiduelle (RAM) :  
application au gyromètre  
optique résonant

*« L'intuition est l'instrument de l'invention. »*

*La Valeur de la Science (1911), Henri Poincaré*

*« Car la maladie principale de l'homme est la curiosité  
inquiète des choses qu'il ne peut savoir. »*

*Pensées (1670), Blaise Pascal*



---

# Remerciements

---

Ce manuscrit de thèse est le fruit de trois années de travail autour d'un projet regroupant trois entités principales : Thales Avionics (AVS) à Châtellerauld, le laboratoire LuMIn de l'université Paris-Saclay et Thales Research & Technology (TRT) à Palaiseau. Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'un contrat CIFRE et je tenais à remercier ces trois acteurs pour le financement de mes travaux et leur contribution à une excellente atmosphère de travail. Cette collaboration m'a permis de réaliser ma thèse dans de parfaites conditions. J'ai eu la chance d'avoir accès à du matériel de pointe et à un encadrement exceptionnel.

Je remercie tout d'abord Gilles Feugnet pour avoir été mon encadrant au quotidien à TRT. Je lui suis très reconnaissant pour sa patience, sa pédagogie et sa joie de vivre. Ensemble, nous avons passé des heures à faire des expériences, à rédiger des calculs ou encore à écrire des rapports et des articles. Gilles s'est toujours montré disponible depuis mon apprentissage jusqu'à la rédaction finale de mon manuscrit. C'était un immense plaisir de travailler à ses côtés. Nous avons souvent eu des débats très intéressants, ces derniers m'ont appris à relativiser et à prendre du recul sur mes résultats. Gilles a su me transmettre des qualités qui, pour moi, sont indispensables au métier de chercheur.

Je remercie Fabien Bretenaker, mon directeur de thèse, qui a toujours su trouver du temps pour se rendre disponible malgré un agenda extrêmement chargé depuis sa prise de fonction en tant que directeur du laboratoire LuMIn. Entre les épisodes liés au Covid et les deux déménagements du laboratoire, nous avons tout de même trouvé des moments pour discuter de l'avancée des travaux et des futures expériences. Je me considère très chanceux d'avoir été encadré par Fabien, il a toujours été de bons conseils et a su me remotiver malgré mon caractère pessimiste. J'ai également beaucoup appris de son expérience et son aisance pour la rédaction d'article.

Grâce à leur collaboration de longue date et à leur amitié, Gilles et Fabien ont formé un parfait duo. Ils ont toujours été à l'écoute et ont pris le temps de répondre à mes innombrables questions. J'ai énormément progressé tout le long de ces trois années et je dois admettre que sans leur contribution, mes expériences, mes résultats, mes articles, mon manuscrit et mes présentations n'auraient pas eu la même qualité. Ils m'ont poussé à être plus rigoureux et plus pointilleux. Tout cela fait, qu'aujourd'hui, j'apprécie d'autant plus le travail de chercheur. Merci de m'avoir fait confiance pour ce projet. Nous avons par ailleurs été ensemble à la conférence SPIE Photonics West de San Francisco et j'en garderai de très bons souvenirs.

Côté Thales Avionics, j'ai eu la joie d'être encadré par Bertrand Morbieu dans un premier temps puis par Frédéric Segueineau par la suite. Malgré la distance qui sépare Palaiseau de Châtellerauld, ils ont tous les deux été présents et décisifs lors des études qui concernaient les cavités fibrées et les asservissements. Je me remémore notamment la semaine d'expérience à Châtellerauld où nous avons passé d'excellents moments de solidarité et de réflexion. Le Covid ne nous aura pas empêché d'effectuer des expériences même à distance ! Je tenais à vous remercier pour votre soutien, votre collaboration, votre gentillesse et votre bienveillance à mon égard.

Le projet a débuté en 2015 avec la thèse d’Alexia Ravaille. Je la remercie pour ses travaux antérieurs et son manuscrit qui m’a été d’une grande aide.

Je remercie évidemment les rapporteurs Frédéric Du Burck et Géraud Bouwmans pour avoir accepté la lourde charge de lire et évaluer mon manuscrit de thèse. Je remercie également les examinateurs Patricia Segonds, Marc Vallet et Benoit Debord pour leur retour sur celui-ci. Merci à tous d’être venus à ma soutenance et de m’avoir posé d’excellentes questions. Vos remarques et commentaires pertinents m’ont été très utiles pour la finalisation de la rédaction.

Je me déplaçais au quotidien à TRT où j’ai eu l’honneur d’être hébergé au sein du laboratoire Micro et Nano Particules (MNP) du Groupe de Physique (GRP) dont je remercie les responsables respectifs Arnaud Brignon et Daniel Dolfi. J’en profite pour remercier l’ensemble de mes collègues permanents, doctorants, stagiaires et personnels administratifs du laboratoire. L’ambiance était très chaleureuse, agréable et propice à la collaboration. Merci à ceux qui m’ont donné des conseils, prêté du matériel et qui ont participé aux expériences. Je n’aurais pas eu la chance d’effectuer cette thèse si je n’avais pas effectué mon stage de fin d’étude au III-V Lab. Je remercie donc mes encadrants et mes collègues du III-V Lab que je continuais de croiser dans les couloirs de temps en temps.

J’ai eu l’occasion d’aller quelques fois à Châtelleraut pour y effectuer des expériences et des réunions importantes. Je remercie particulièrement mes collègues qui ont participé au projet ainsi que l’équipe administrative pour notre collaboration pendant ces trois années.

Côté académique, j’étais rattaché au laboratoire LuMIn de l’Université Paris-Saclay. Sa proximité avec TRT m’a permis de m’y rendre régulièrement et de participer à la vie associative du laboratoire. Je remercie ainsi tous les membres du laboratoire pour leur accueil et leur amabilité. Merci également à l’école doctorale EDOM pour le suivi de la thèse et de m’avoir aidé pour l’organisation de ma soutenance.

Je remercie les organismes, laboratoires et entreprises qui ont participé à ce projet. Parmi eux, je remercie tout particulièrement XLIM qui a conçu et fabriqué les fibres à cœur creux. Kylia a effectué l’alignement de nos cavités fibrées et j’ai eu le plaisir de participer à plusieurs jours d’expérience à leurs côtés dans leurs locaux. Merci à eux pour leur énorme contribution et la qualité de l’alignement des cavités. Merci également à Mecavac pour nous avoir fabriqué les pièces métalliques et à Marks & Clerk pour le dépôt du brevet. J’ai eu l’honneur de participer à plusieurs conférences, je remercie donc les organisateurs de DGON ISS 2021, SPIE Photonics West 2022 et Inertial 2022. Merci au journal Optics Express pour la publication de notre article et à Zurich Instruments pour m’avoir aidé à utiliser au mieux leur détection synchrone. Nous avons débuté une collaboration avec le laboratoire LPL de Villetaneuse, je remercie par conséquent les membres du laboratoire qui m’ont accueilli et fait visiter les locaux.

Il me reste à remercier ceux qui m’ont soutenu en dehors du laboratoire. Je remercie bien évidemment ma compagne, ma famille et mes amis pour avoir toujours été présent pour moi dans les moments difficiles tout comme dans les moments de joie. Un grand merci à ma famille pour l’organisation de mon pot de thèse.

Je souhaite bon courage à celles et ceux qui entreprennent la lecture de ce manuscrit. J’espère que vous prendrez plaisir à le parcourir.

---

# Table des matières

---

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>11</b>
<b>1 Effet Sagnac et gyrométrie optique</b>	<b>15</b>
1.1 Effet Sagnac . . . . .	15
1.1.1 La petite histoire . . . . .	15
1.1.2 Dérivation de l'effet Sagnac . . . . .	17
1.1.3 Dans une cavité résonante . . . . .	19
1.2 Outils utiles à l'analyse des performances du gyromètre . . . . .	20
1.2.1 Facteur d'échelle . . . . .	21
1.2.2 Zone aveugle . . . . .	21
1.2.3 Déviation d'Allan . . . . .	21
1.2.4 Stabilité de biais . . . . .	24
1.2.5 Marche au hasard angulaire (ARW) . . . . .	24
1.2.6 Classes de performances . . . . .	25
1.3 Types de gyromètres optiques . . . . .	26
1.3.1 Gyrolaser (RLG) . . . . .	26
1.3.2 Gyromètre interférométrique (IFOG) . . . . .	28
1.3.3 Gyromètre résonant passif . . . . .	30
1.4 État de l'art du gyromètre résonant passif . . . . .	31
1.4.1 Cavité espace libre à miroirs (PRG) . . . . .	32
1.4.2 Cavité en fibre optique standard en silice (RFOG) . . . . .	33
1.4.3 Cavité en fibre à cœur creux (HCF-RFOG) . . . . .	39
1.4.4 Gyromètres miniatures (RMOG) . . . . .	42
1.4.5 Vue d'ensemble des acteurs du gyromètre résonant . . . . .	43
<b>2 Principe du gyromètre résonant passif</b>	<b>47</b>
2.1 Principe d'une cavité résonante . . . . .	47
2.1.1 Fonctions de transfert . . . . .	49
2.1.2 Caractéristiques de la cavité : finesse, largeur de raie et contraste . . . . .	53
2.2 Signal d'erreur et principe de modulation-démodulation . . . . .	55
2.2.1 Expression générale du signal d'erreur . . . . .	55
2.2.2 Expression linéarisée du signal d'erreur . . . . .	58
2.2.3 Effet du choix de la fréquence de modulation sur le signal d'erreur . . . . .	59
2.2.4 Optimisation du signal d'erreur . . . . .	62
2.2.5 Résumé des configurations . . . . .	65

2.3	S’asservir sur la fréquence de résonance . . . . .	66
2.3.1	Boucle ouverte . . . . .	69
2.3.2	Boucle fermée . . . . .	69
2.4	Limitations rencontrées . . . . .	71
2.4.1	Bruit de grenaille (shot noise) . . . . .	71
2.4.2	Rétrodiffusion (backscattering) . . . . .	73
2.4.3	Effet Kerr . . . . .	76
2.4.4	Modulation d’amplitude résiduelle (RAM) . . . . .	77
2.4.5	Polarisation . . . . .	78
2.4.6	Bruits du laser . . . . .	80
2.4.7	Dérive de l’ISL due aux variations de température . . . . .	83
2.4.8	Détection . . . . .	84
2.4.9	Conclusion sur les limitations . . . . .	86
<b>3</b>	<b>Modulation d’amplitude résiduelle (RAM) : conception d’une nouvelle méthode de contrôle</b>	<b>89</b>
3.1	Introduction et état des connaissances sur la RAM . . . . .	89
3.1.1	Méthode de Wong & Hall . . . . .	90
3.1.2	Autres méthodes pour atténuer la RAM . . . . .	93
3.2	Étude de la RAM avec des composants fibrés . . . . .	94
3.2.1	Modélisation . . . . .	94
3.2.2	Observation de la RAM après propagation dans des composants fibrés . . . . .	98
3.3	Génération de deux signaux d’erreur à partir d’un seul signal de photodiode . . . . .	100
3.3.1	Expression générale du signal d’erreur en présence de RAM . . . . .	100
3.3.2	Expression linéarisée du signal d’erreur en présence de RAM . . . . .	104
3.4	Test expérimental en transmission de la nouvelle méthode . . . . .	109
3.4.1	Observation des signaux d’erreur en quadrature . . . . .	109
3.4.2	Suppression de la composante de la RAM à $f_{\text{mod}}$ . . . . .	112
3.4.3	Mesure des dérives en fréquence avec et sans RAM . . . . .	114
3.5	Comparaison expérimentale entre transmission et réflexion en mode PDH avec deux types de modulateur de phase . . . . .	118
<b>4</b>	<b>Conception de cavités pour le gyromètre</b>	<b>123</b>
4.1	Introduction aux fibres à cœur creux . . . . .	123
4.1.1	Fibre de type Kagomé . . . . .	125
4.1.2	Fibre à bande interdite photonique (PBG) . . . . .	126
4.1.3	Fibre à gaine tubulaire (ANF & NANF) . . . . .	127
4.1.4	Caractéristiques des fibres utilisées pour nos cavités . . . . .	128
4.2	Alignement des optiques et miniaturisation de la cavité . . . . .	128
4.3	Caractérisation de la cavité en fibre standard . . . . .	131
4.3.1	Détermination de la transmission totale intracavité $T$ . . . . .	132
4.3.2	Étude de la rétrodiffusion de la cavité . . . . .	134
4.3.3	Étude de la pente du signal d’erreur en fréquence . . . . .	135

4.3.4	Conclusion sur la cavité en fibre standard . . . . .	137
4.4	Caractérisation de la cavité en fibre à cœur creux PBG . . . . .	138
4.4.1	Optimisation des coefficients de transmission des prismes . . . . .	139
4.4.2	Mise en place de l'alignement de la cavité . . . . .	140
4.4.3	Modélisation des caractéristiques de la cavité en fonction de la transmission intracavité $T$ . . . . .	143
4.4.4	Contamination de la fibre à cœur creux PBG . . . . .	144
4.4.5	Études des pertes intracavité en fonction de la longueur d'onde . . . . .	146
4.4.6	Observation du mode transmis par la fibre à cœur creux PBG . . . . .	152
4.4.7	Étude du comportement en température . . . . .	154
4.4.8	Conclusion sur la cavité en fibre à cœur creux PBG . . . . .	157
<b>5</b>	<b>Asservissements et mesures de la vitesse de rotation</b>	<b>159</b>
5.1	Mesure de la vitesse de rotation en "deux ondes" . . . . .	159
5.1.1	Montage de type "deux ondes" . . . . .	159
5.1.2	Modélisation du couplage des asservissements de fréquence dans un montage de type "deux ondes" . . . . .	161
5.1.3	Simulation du montage de type "deux ondes" . . . . .	165
5.1.4	Mesure de la vitesse de rotation avec le montage de type "deux ondes" . . . . .	171
5.2	Mesure de la vitesse de rotation en "trois ondes" . . . . .	175
5.2.1	Montage de type "trois ondes" . . . . .	175
5.2.2	Modélisation du couplage des asservissements de fréquence dans un montage de type "trois ondes" . . . . .	177
5.2.3	Mesure de la vitesse de rotation avec le montage de type "trois ondes" . . . . .	179
5.2.4	Alternatives possibles au montage de type "trois ondes" . . . . .	182
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>183</b>
	<b>Annexes</b>	<b>187</b>
A	Matériel utilisé . . . . .	187
B	Calculs relatifs aux fonctions de transfert . . . . .	187
B.1	Calcul de la dérivée des fonctions de transfert . . . . .	187
B.2	Propriétés de symétrie . . . . .	189
C	Rétrodiffusions et fuites du circulateur . . . . .	191
D	Détails des calculs des puissances en sortie du modulateur de phase . . . . .	194
D.1	Sans pertes dépendant de la polarisation . . . . .	195
D.2	Avec pertes dépendant de la polarisation . . . . .	196
E	Détails des calculs de l'expression du signal d'erreur . . . . .	197
E.1	Expression générale du signal d'erreur avec RAM . . . . .	197
E.2	Linéarisation de l'expression du signal d'erreur avec RAM . . . . .	200
E.3	Déséquilibre des amplitudes des bandes latérales . . . . .	202
F	Compléments de mesures et de calculs sur la RAM . . . . .	204

F.1	Observation de la RAM sur deux photodiodes avec un deuxième type de modulateur de phase . . . . .	204
F.2	Calcul du biais sur la mesure de fréquence $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_d)$ en présence de RAM avec la cavité en fibre à cœur creux Kagomé. . . . .	205
F.3	Détermination expérimentale de la phase de découplage $\varphi_{\text{dec}}$ . . . . .	206
G	Effet Brillouin dans la cavité en fibre standard . . . . .	207
H	Caractérisation du premier prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG . . .	208
I	Modélisation de variation de la transmission de la fibre . . . . .	209
J	Cavité basée sur des miroirs : résultats préliminaires . . . . .	210

**Bibliographie**

**230**

# Introduction générale

Ce travail de thèse est consacré à l'étude d'un gyromètre qui est un capteur mesurant les vitesses de rotation. Le gyromètre est un composant essentiel d'une centrale de navigation inertielle, qui permet de déterminer en temps réel la trajectoire d'un objet. Une centrale inertielle est constituée de trois accéléromètres et de trois gyromètres qui mesurent respectivement l'accélération et la vitesse de rotation selon les trois directions de l'espace. Un calculateur embarqué permet d'intégrer ces mesures afin d'indiquer à chaque instant la position par rapport à ses coordonnées initiales [1, 2]. Ce système fonctionne de manière autonome et sans interaction extérieure. Cela constitue un avantage par rapport au système de navigation par GNSS (Global Navigation Satellite System) tel que le GPS (Global Positioning System) ou Galileo qui nécessitent des communications avec des satellites qui peuvent être interrompues, brouillées ou usurpées.

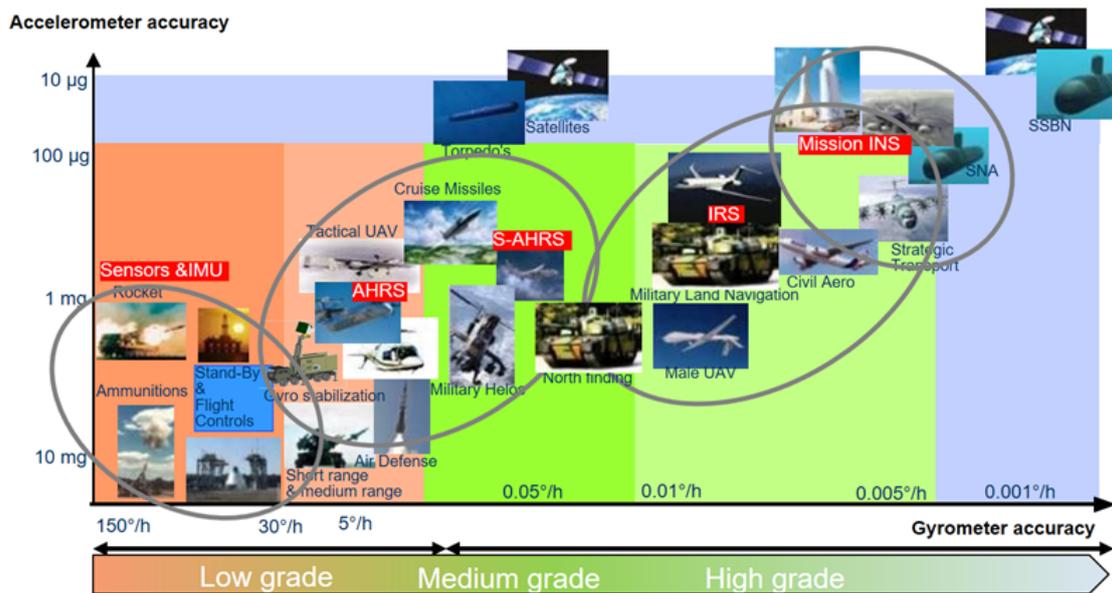


Figure 1 – Domaines d'application des accéléromètres et gyromètres, document Thales.

Les gyromètres optiques exploitent l'effet Sagnac qui est un effet relativiste dépendant de la vitesse de rotation du porteur sur lequel est montée la centrale inertielle. Dans une centrale inertielle, la mesure de vitesse de rotation sur chaque axe est donc intégrée une fois pour obtenir l'angle de roulis, de tangage et de cap qui traduisent l'orientation de l'objet. Les exigences de performances diffèrent en fonction des domaines d'application. On montre sur la Figure 1 une répartition des performances des accéléromètres et des gyromètres classées selon les applications comme le guidage, la stabilisation de plateforme ou encore la navigation autonome et stratégique. Les secteurs concernés sont divers : aéronautique, maritime, spatial ou encore militaire.

Pour donner un ordre d'idée, la vitesse de rotation de la Terre vaut  $15^\circ/\text{h}$  et les performances de la navigation stratégique requièrent une erreur résiduelle de  $0.001^\circ/\text{h}$ , soit plus de 10,000 fois moins que la rotation terrestre.

Le contexte de ma thèse s'inscrit dans la continuité de plus de 30 années de recherche et développement sur les capteurs inertiels au sein de Thales. Ses centrales inertielles sont aujourd'hui embarquées dans de nombreux véhicules stratégiques et militaires tels que le Mirage 2000, Ariane 5 ou encore l'hélicoptère Tigre. Ces systèmes inertiels sont notamment composés de gyrolasers de hautes performances et de grande durée de vie, comme ceux photographiés sur la Figure 2. Un gyrolaser triaxe est constitué de trois cavités laser en anneau alignées sur bloc en Zerodur, une céramique qui a la particularité d'être très peu sensible aux fluctuations de température. Chaque cavité émet de la lumière laser dans les deux sens de propagation. Elles sont bouclées avec des miroirs de très haute qualité optique et polis avec des coefficients de réflexion en intensité de 99.998 % et des pertes quasiment nulles.



Figure 2 – Photographie de gyrolasers fabriqués par Thales, issue d'un document Thales Group.

- On classe souvent les gyromètres développés ces dernières années en quatre grandes familles :
- les gyromètres MEMS (microelectromechanical systems) : ce sont des systèmes qui utilisent la force de Coriolis pour mesurer le mouvement d'un système mécanique résonant. Leur particularité est leur très petite taille (quelques centimètres de long et de large). Ce type de gyromètre est également en développement à Thales [3].
  - les gyromètres atomiques : ce sont des interféromètres atomiques dont le principe de mesure se base sur l'effet Sagnac pour des ondes de matière. Thales a notamment une activité de recherche sur un gyromètre à atomes froids intégrés sur puce [4, 5].
  - les gyromètres optiques : ces systèmes utilisent la lumière pour exploiter l'effet Sagnac. Parmi cette catégorie figurent le gyrolaser, le gyromètre optique interférométrique et le gyromètre optique résonant qui fait l'objet de cette thèse.
  - les gyromètres à suspension électrostatiques (abrégé ESG pour electrostatically suspended gyroscope) qui se base également sur la force de Coriolis.

Le projet qui englobe mon sujet de thèse a pour but le développement d'une nouvelle génération de gyromètres ayant des performances équivalentes au gyrolaser tout en réduisant les coûts de fabrication. L'objectif pour Thales est d'assurer sa position et sa compétitivité sur un marché en pleine évolution. Les récentes avancées technologiques ont incité Thales à entreprendre la conception d'un gyromètre optique résonant passif qui constitue une alternative sérieuse au gyrolaser. Ce projet a débuté en 2015 avec la thèse d'Alexia Ravaille [6] et ses travaux ont permis de démontrer la possibilité de réaliser un gyromètre optique basé sur une cavité résonante passive en fibre à cœur creux dont les performances sont celles requises pour la navigation inertielle. L'enjeu de ma thèse est de poursuivre ces travaux prometteurs afin de réduire la dimension du gyromètre et atteindre la taille compatible d'un gyromètre embarqué. Pour cela, j'ai dû concevoir et tester de nouvelles cavités basées sur de nouveaux types de fibre à cœur creux capables de s'enrouler sur un faible diamètre et identifier puis réduire de nombreuses sources de bruits de mesures.

Les travaux présentés dans cet ouvrage ont été menés dans le cadre d'une étroite collaboration entre plusieurs entités :

- l'entreprise Thales Avionics (AVS) : elle détient tout le savoir faire de la fabrication de gyrolaser, notamment sur le site de La Brelandière à Châtellerault.
- l'entreprise Thales Research & Technology (TRT) : il s'agit du centre de recherche et d'innovation de Thales en France basé à Palaiseau.
- le laboratoire LuMIn de l'Université Paris-Saclay : il est reconnu pour la qualité de ses activités de recherche autour des lasers, de l'optique et des cavités résonantes.
- le laboratoire XLIM ainsi que l'entreprise GLOphotonics : tous deux sont experts en conception et fabrication de fibres à cœur creux et situés à Limoges.
- l'entreprise Kylia : elle est experte dans développement et l'alignement des modules optiques personnalisés en fibre optique ou en espace libre, ses locaux se trouvent à Paris.

Ce mémoire est organisé en cinq chapitres qui traitent les thématiques suivantes :

- le Chapitre 1 décrit l'effet Sagnac grâce auquel on détecte la vitesse de rotation dans les gyromètres optiques. On expose ensuite les outils de caractérisation des performances d'un gyromètre et on présente les trois types de gyromètres optiques : le gyrolaser, le gyromètre interférométrique puis le gyromètre résonant passif ainsi qu'un état de l'art de cette dernière technologie.
- le Chapitre 2 approfondit le principe de fonctionnement du gyromètre résonant passif. On y détaille les caractéristiques et la conception d'une cavité résonante ainsi que les méthodes permettant de mesurer la vitesse de rotation avec un laser extérieur asservi sur la cavité. Enfin, on énumère certaines sources de bruits.
- le Chapitre 3 est consacré à l'étude de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) et à ses conséquences sur l'asservissement de fréquence du laser. On présente une nouvelle technique pour s'affranchir de la RAM qui est adaptée à notre montage tout fibré. On compare expérimentalement notre méthode à une méthode plus classique de suppression de la RAM.

- le Chapitre 4 introduit la technologie des fibres à cœur creux puis présente les cavités conçues et développées au cours de ma thèse. Les caractérisations de nos cavités et l'analyse des résultats sont ensuite discutées.
- le Chapitre 5 expose les différents montages optiques utilisés pour mesurer les vitesses de rotation. On présente ensuite les résultats expérimentaux.

Les annexes comportent principalement des détails de calculs ainsi que des compléments de mesures et simulations numériques. On trouve notamment en Annexe J les résultats préliminaires d'expériences effectuées avec une cavité à miroirs développée en collaboration avec Thales AVS.

---

# Effet Sagnac et gyrométrie optique

---

Dans ce premier chapitre, nous présentons d'abord l'effet Sagnac qui est à l'origine de la détection de vitesse de rotation dans les gyromètres optiques. Après une introduction historique et analytique, on expose les outils de caractérisation des performances d'un gyromètre comme son facteur d'échelle ou la variance d'Allan. Ensuite on s'intéresse aux différents types de gyromètres optiques dont on explique brièvement les principes de fonctionnement. Nous finissons par un état de l'art sur le gyromètre optique résonnant passif qui est l'objet de cette thèse.

## 1.1 Effet Sagnac

Cette section a pour but de présenter le phénomène physique qu'on appelle effet Sagnac. On le définit comme un retard induit par une rotation entre deux signaux de lumière se propageant en sens opposés dans un circuit fermé. On commence par une introduction historique de l'effet Sagnac, largement inspirée de [7, 8, 9], en partant de sa découverte à son utilisation dans les différents types de gyromètres. On détaille par la suite les équations de la relativité restreinte permettant de le comprendre en détail.

### 1.1.1 La petite histoire

La nature de la lumière est discutée par les philosophes depuis l'Antiquité mais ses propriétés ondulatoires ont été proposées en premier par C. Huygens en 1678 [10]. I. Newton expose sa théorie corpusculaire de la lumière à travers son livre de 1704 [11]. A. Fresnel soutient la théorie ondulatoire en 1818 [12] et J. C. Maxwell développe sa théorie sur l'électromagnétisme en 1865 [13]. A. Einstein finira par considérer la dualité onde-corpuscule de la lumière en 1909 [14]. Au XIX<sup>ème</sup>, on effectuait les premières expériences qui témoignent de la vitesse de rotation de la Terre. En 1851, L. Foucault présente à l'exposition universelle de Paris son fameux pendule subissant la force de Coriolis [15]. A cet époque, la théorie de l'éther luminifère soutient qu'une onde lumineuse se propage et vibre dans un milieu aux propriétés mystérieuses nommé éther, par analogie avec le fait que le son se propage dans l'air [8]. A. A. Michelson et E. D. Morley testent en 1887 la théorie de l'éther mais démontrent finalement l'isotropie de la vitesse de la lumière [16], ce qui constitue une première contradiction de l'existence de l'éther. Dans le cadre de cette théorie en 1893, O. Lodge fait le rapprochement entre optique et vitesse de rotation en imaginant une expérience d'interférométrie sur 1 km<sup>2</sup> pour détecter le mouvement de rotation de la Terre. Il propose ensuite d'en réduire les dimensions et de placer l'interféromètre sur une table tournante [17, 18]. L'éther engendrerait un retard entre les deux ondes se propageant en sens opposés qui est dépendant de la vitesse de l'objet en rotation par rapport à l'éther. Cela

est pourtant contraire à la relativité restreinte fondée en 1905 par A. Einstein [19] qui prédit un retard indépendant de la vitesse de l'objet. De manière non intentionnelle et sans le savoir, Frank Haess observe déjà l'effet Sagnac en 1911 lors d'études sur la réfraction de la lumière à travers des prismes (placés en anneau) qu'il soumet à une rotation [20]. Deux années plus tard, G. Sagnac entreprend en 1913 l'expérience proposée par O. Lodge avec un interféromètre de  $860 \text{ cm}^2$  sur une table tournante de 50 cm de diamètre [21, 22, 23], comme sur la Figure 1.1. La source de lumière est incohérente puisqu'il s'agit d'une "petite lampe électrique à filament métallique horizontal". Un "séparateur à lame d'air" fait office de miroir semi-transmettant et une "plaque photographique" sert d'écran pour visualiser les franges d'interférence. Il effectue des mesures de déplacement de ces franges d'interférences pour une vitesse de rotation d'un tour par seconde. G. Sagnac interprète les résultats de ses mesures comme une validation des prédictions de la théorie de l'éther. Il faudra attendre A. Einstein en 1914 [24] ou encore M. von Laue en 1920 [25] pour une interprétation de cet effet dans le cadre de la relativité restreinte. A. A. Michelson et H. G. Gale, assistés par F. Pearson, reproduisent l'expérience imaginée par O. Lodge en créant un interféromètre rectangulaire de 612 m par 340 m dans les égouts de Chicago en 1925 [26]. C'est la première observation de l'effet Sagnac induit par la rotation de la Terre.

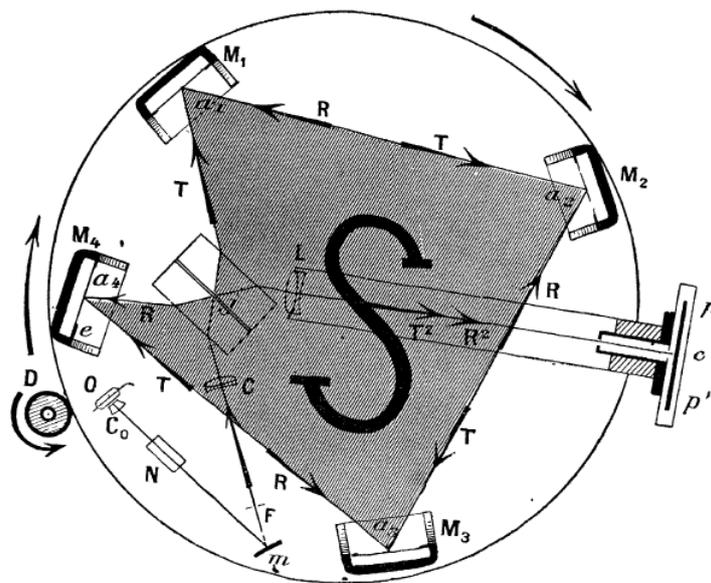


Figure 1.1 – Expérience de Georges Sagnac présentée dans sa publication de 1914 [23].

L'apparition du premier laser réalisé par T. H. Maiman en 1960 [27, 28] va révolutionner le domaine de l'optique car il est désormais possible d'avoir une source cohérente de forte brillance. Le principe du laser est décrit dans les références [29, 30, 31]. Cela permet à W. M. Macek et D.T. Davis de développer en 1963 le premier gyrolaser qui est un laser en anneau ayant une cavité carrée de 1 m par 1 m et un gaz de He-Ne comme milieu amplificateur [32]. S'en suit le premier gyromètre interférométrique à fibre optique (IFOG : Interferometric Fiber Optic

Gyroscope) en 1976 par V. Vali et R. W. Shorthill [33], puis le premier gyromètre à cavité résonante (PRG : Passive Resonant Gyroscope) avec 4 miroirs l'année d'après par S. Ezekiel et S. R. Balsamo [34]. R. E. Meyer et al. finiront par faire une cavité résonante où la lumière circule dans une fibre optique enroulée (RFOG : Resonant Fiber Optic Gyroscope) en 1983 [35]. Ces trois types de gyromètre optique seront davantage détaillés dans la Section 1.3 suivante.

### 1.1.2 Dérivation de l'effet Sagnac

Développons ici l'interprétation de l'effet Sagnac dans le cadre de la relativité restreinte avec un référentiel tournant. Nous nous contenterons de survoler les étapes de calculs, davantage de détails sont donnés dans [6, 7, 36]. On considère deux ondes (ou deux objets) se déplaçant à la vitesse  $v$  dans un circuit circulaire de rayon  $R$  dont la longueur au repos vaut  $L_0 = 2\pi R$ . On applique une rotation de vitesse  $\dot{\theta}$  dans le sens antihoraire, par exemple. La Figure 1.2 illustre deux ondes bleue et rouge circulant respectivement dans le sens de rotation, noté '+', et dans le sens opposé à la rotation, noté '-', du circuit optique circulaire. Dans l'état initial de la Figure 1.2(a), les deux ondes partent d'un même point et se propagent dans leurs sens respectifs pendant la rotation du circuit. L'onde bleue circule dans le même sens que la rotation et termine un tour complet plus rapidement que l'autre onde rouge qui se propage dans le sens inverse, comme le montre la Figure 1.2(b). Les formules de changement de référentiel de Lorentz nous donnent la loi de composition des vitesses en relativité restreinte. On note  $u$  la vitesse de déplacement des deux ondes dans le référentiel tournant et  $c$  la célérité de la lumière dans le vide. Après un tour complet, la vitesse des deux ondes  $v_{\pm}$ , leur temps de propagation  $t_{\pm}$  ainsi que leurs distances parcourues  $L_{\pm}$  seront différents :

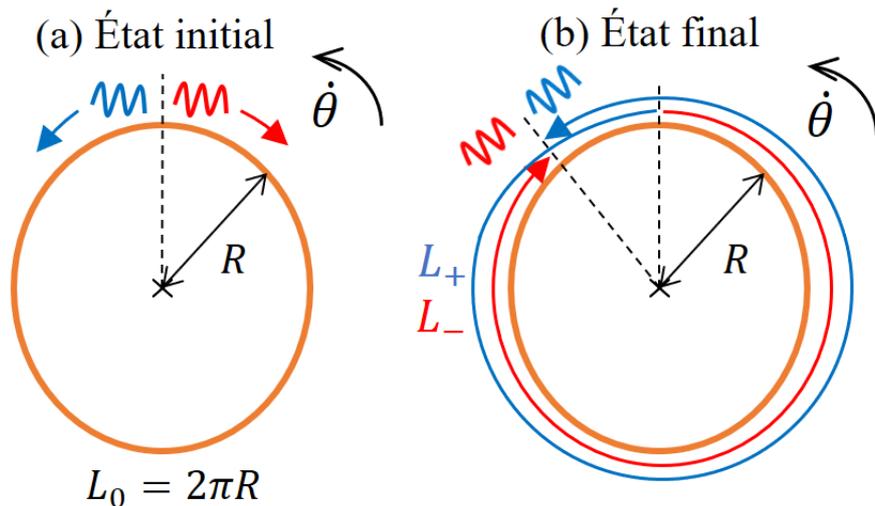


Figure 1.2 – Schéma représentant deux ondes parcourant les deux sens opposés d'un circuit circulaire fermé soumis à une rotation.

$$v_{\pm} = \frac{\pm u + R\dot{\theta}}{1 \pm \frac{uR\dot{\theta}}{c^2}}, \quad (1.1)$$

$$L_{\pm} = \pm 2\pi R + R\dot{\theta}t_{\pm} = v_{\pm}t_{\pm}, \quad (1.2)$$

$$t_{\pm} = \frac{\pm 2\pi R}{v_{\pm} - R\dot{\theta}} = \frac{2\pi R}{u \left( \frac{(R\dot{\theta})^2}{c^2} \right)} \left( 1 \pm \frac{uR\dot{\theta}}{c^2} \right). \quad (1.3)$$

Cela nous permet de calculer le retard temporel  $\Delta t_S$  entre les deux ondes après un tour complet :

$$\Delta t_S = t_+ - t_- = \frac{4\pi R\dot{\theta}}{c^2 \left( 1 - \frac{(R\dot{\theta})^2}{c^2} \right)}. \quad (1.4)$$

Ce décalage temporel entre les deux ondes (ou les deux objets) est indépendant de leur vitesse  $u$  dans le référentiel tournant et du milieu traversé. Si on considère des vitesses de rotation pour lesquelles  $R\dot{\theta} \ll c$ , on peut faire l'approximation suivante :

$$\Delta t_S \simeq \frac{4\pi R^2\dot{\theta}}{c^2} = \frac{4A\dot{\theta}}{c^2}, \quad (1.5)$$

où  $A = \pi R^2$  est l'aire encerclée par le circuit circulaire fermé de longueur  $L_0 = 2\pi R$ . On peut montrer que cette expression est vraie pour chaque forme de circuit d'aire  $A$ . Par conséquent, avec une longueur d'onde  $\lambda$ , le décalage en phase entre les deux ondes vaut :

$$\Delta\Phi_S = \frac{2\pi c}{\lambda} \Delta t_S = \frac{8\pi A\dot{\theta}}{\lambda c}. \quad (1.6)$$

Ce déphasage est celui accumulé après un tour de circuit. En effectuant  $N$  tours du circuit, le déphasage total va s'ajouter à chaque tour et devenir  $\Delta\Phi_{S,\text{tot}} = N\Delta\Phi_S$ .

Le retard induit par l'effet Sagnac est très faible. On va l'illustrer en prenant l'exemple de deux avions de ligne volant à altitude constante au niveau de l'équateur et en sens opposés. La vitesse de rotation de la Terre, de rayon  $R_T = 6380$  km, vaut  $\dot{\theta} = 15$  °/h. En tenant compte de l'effet gravitationnel et de l'effet Sagnac, les physiciens J. C. Hafele et R. E. Keating obtiennent théoriquement un écart  $\Delta t_S = 414$  ns entre deux avions qui circulent à une altitude de 10 km après un tour complet autour de la Terre. Ces mêmes personnes ont réussi à mesurer en 1971 la désynchronisation entre des horloges atomiques placées au sol et d'autres embarquées dans des avions de ligne. Les mesures du temps effectuées par les horloges en vol ont été différentes de celles au sol et leur écart mesuré correspondait aux prédictions relativistes [37, 38, 39]. Heureusement pour nous, on peut également mesurer ce retard dû à l'effet Sagnac comme un déphasage entre deux ondes lumineuses qu'on détecte en mesurant leurs interférences. Avant de présenter les différents gyromètres optiques existant, on montre l'impact de l'effet Sagnac dans une cavité résonante.

### 1.1.3 Dans une cavité résonante

Dans notre gyromètre optique résonant passif, deux faisceaux de lumière circulent dans des sens opposés dans une cavité résonante qui les confine en son sein. La lumière recircule plusieurs fois dans la cavité, ce qui augmente la sensibilité à l'effet Sagnac. On explique en détail ce qu'est une cavité résonante dans le Chapitre 2. Le gyromètre est sensible aux rotations autour de l'axe perpendiculaire au plan sur lequel la cavité est alignée. Lorsque la cavité est soumise à une vitesse de rotation  $\dot{\theta}$ , les deux faisceaux contrapropagatifs sont déphasés d'une quantité  $\Delta\Phi_S$  selon l'équation (1.6). Les fréquences propres  $\nu_{\pm}$  selon le sens '+' ou '-' de la cavité vont alors être modifiées. Avec une rotation dans le sens '+' et une cavité de longueur  $L$  et d'indice de réfraction  $n$ , l'écart entre les fréquences propres  $\nu_{\pm}$  induit par l'effet Sagnac s'écrit :

$$\Delta\nu_S = \nu_- - \nu_+ = \frac{c}{nL} \frac{\Delta\Phi_S}{2\pi} = \frac{4A\dot{\theta}}{nL\lambda} . \quad (1.7)$$

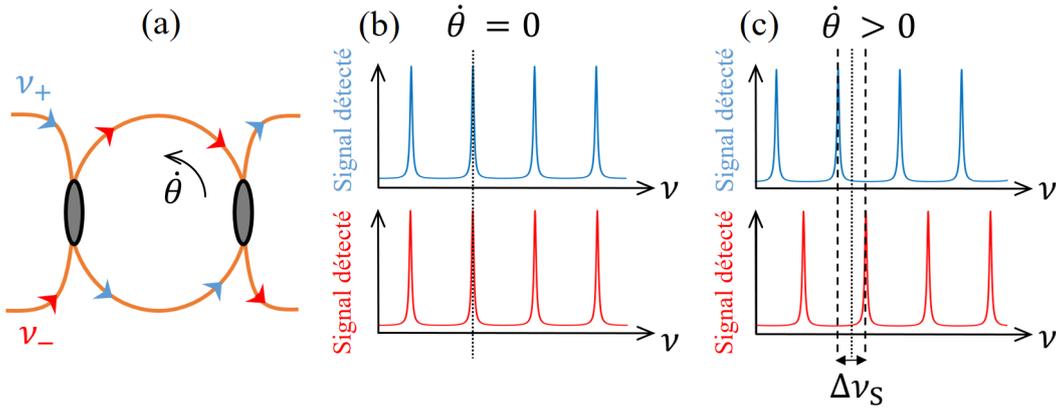


Figure 1.3 – (a) Illustration d'une cavité résonante passive sondée avec deux faisceaux contrapropagatifs. À droite, on représente les spectres optiques des signaux détectés montrant les résonances en sortie de la cavité (b) sans rotation et (c) avec une rotation.

Les Figures 1.3(b) et 1.3(c) illustrent respectivement les spectres optiques des résonances en sortie de la cavité sans rotation et avec rotation. On voit que pour  $\dot{\theta} = 0$ , les résonances dans les deux directions de propagation sont alignées. En revanche, l'application d'une rotation à la vitesse  $\dot{\theta} > 0$  dans le sens '+' implique une différence de fréquence  $\Delta\nu_S$  entre des pics de résonance. La figure de résonance en bleue est décalée négativement en fréquence de  $-\Delta\nu_S/2$  tandis que celle en rouge est décalée positivement en fréquence de  $+\Delta\nu_S/2$ . On définit le facteur d'échelle  $K_S$  comme le facteur de proportionnalité entre le décalage en fréquence dû à l'effet Sagnac et la vitesse de rotation tel que :

$$\Delta\nu_S = K_S \dot{\theta} , \quad (1.8)$$

avec

$$K_S = \frac{4A}{nL\lambda} . \quad (1.9)$$

On effectue l'application numérique pour la cavité en fibre standard à maintien de polarisation qu'on décrit au Chapitre 4. Il s'agit d'une cavité circulaire de diamètre  $D = 8$  cm d'aire  $A = \pi R^2 = DL/4$  et d'indice de réfraction  $n = 1.45$ . Pour une cavité circulaire, on simplifie le facteur d'échelle :

$$K_{S,circ} = \frac{D}{n\lambda} . \quad (1.10)$$

Avec un laser de longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm, on a donc un facteur d'échelle de 35,595 rad/(°/s) soit 621 Hz/(°/s). On verra dans la prochaine section que la stabilité de ce facteur d'échelle est essentiel aux bonnes performances du gyromètre. On présente par la suite d'autres outils pour analyser la mesure de vitesse de rotation.

## 1.2 Outils utiles à l'analyse des performances du gyromètre

Cette section vise à présenter les différents paramètres qui seront utiles pour quantifier les performances d'un gyromètre. On parle de la stabilité du facteur d'échelle, de la stabilité du biais ou encore de la zone aveugle, tous trois illustrés sur la Figure 1.4. On explique également la variance d'Allan qui représente une mesure de variance calculée d'une façon particulière. Cette dernière nous permettra d'évaluer la stabilité de biais ainsi que la marche au hasard angulaire ou marche aléatoire d'angle (ARW : Angular Random Walk en anglais), une autre caractéristique complémentaire permettant de définir le niveau de performance d'un gyromètre.

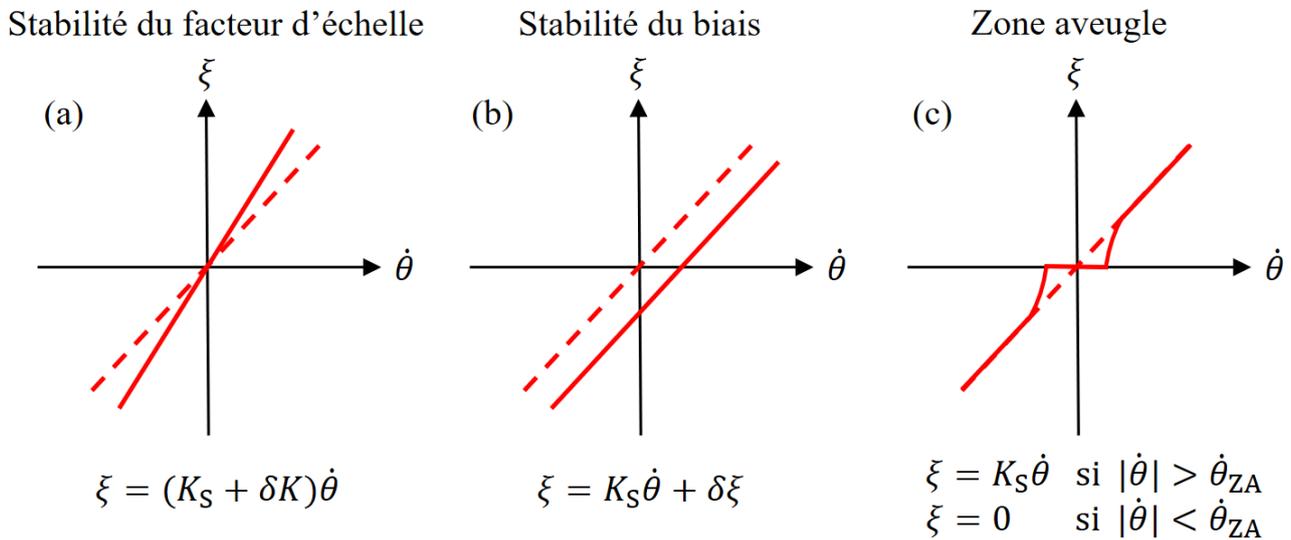


Figure 1.4 – Schémas illustrant le signal de sortie  $\xi$  d'un gyromètre quelconque en fonction de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  où  $K_S$  est le facteur d'échelle tel que  $\xi = K_S\dot{\theta}$  dans le cas parfait en pointillé. On montre les situations où on a (a) une variation  $\delta K$  du facteur d'échelle, (b) un biais  $\delta\xi$  sur la sortie du gyromètre et (c) une zone aveugle pour de faibles vitesses de rotation.

### 1.2.1 Facteur d'échelle

On considère  $\xi$  le signal de sortie d'un gyromètre quelconque qui est directement proportionnel à la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$ . Le facteur d'échelle, noté  $K_S$ , est le facteur de proportionnalité entre le signal de sortie  $\xi$  et la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  tel que  $\xi = K_S \dot{\theta}$  dans le cas parfait illustré en pointillé sur toutes les Figures 1.4(a,b,c). Pour un gyromètre optique résonant passif, le signal de sortie est une fréquence. Il faut que le facteur d'échelle soit le plus stable possible pour avoir une mesure précise et reproductible. La Figure 1.4(a) schématise un exemple où le facteur d'échelle  $K_S$  subit une variation  $\delta K$ , la réponse du gyromètre vaut donc  $\xi = (K_S + \delta K) \dot{\theta}$ . On peut quantifier la stabilité de ce facteur d'échelle en mesurant l'erreur relative en % ou en ppm (parties par million) qui vaut ici  $\delta K/K_S$ .

### 1.2.2 Zone aveugle

Pour des faibles vitesses de rotation, l'effet Sagnac est très faible. Si les deux ondes contre-propagatives échangent de l'énergie, cela peut conduire à un phénomène de couplage entre les deux ondes contrecarrant l'effet Sagnac [6]. On parle alors de zone aveugle car le gyromètre mesure une vitesse de rotation nulle alors qu'en fait il tourne lentement. La zone aveugle est délimitée par la vitesse de rotation  $\dot{\theta}_{ZA}$  en dessous de laquelle le gyromètre mesure une vitesse nulle. On montre sur la Figure 1.4(c) un schéma illustrant une zone aveugle sur la sortie du gyromètre  $\xi$ . Les sources de cette zone aveugle sont nombreuses : bruit électronique, résolution de la chaîne de détection, mauvaise filtration de la polarisation [40], ou encore la rétrodiffusion comme on le verra dans le Chapitre 2. Bien évidemment, on souhaite que la zone aveugle soit la plus petite possible pour pouvoir mesurer les plus faibles vitesses de rotation possibles.

### 1.2.3 Déviation d'Allan

La sortie d'un capteur est soumise à l'influence de bruits déterministes et probabilistes, comme on le verra dans le cas du gyromètre optique résonant passif au Chapitre 2. Il est important d'évaluer la proportion du bruit aléatoire d'un capteur pour optimiser ses performances. La variance d'Allan est un outil mathématique qui permet d'analyser la stabilité d'une mesure dans le temps et d'en déduire les bruits dominants. Initialement, D. B. Leeson étudie un modèle pour quantifier le bruit de phase d'un oscillateur en 1966 et introduit le bruit de scintillement (flicker noise) qui est un bruit électronique variant en  $1/f$  où  $f$  est la fréquence [41]. La même année, D. W. Allan présente la variance portant son nom  $\sigma_y^2$ , toujours pour l'étude de stabilité des oscillateurs [42]. On définit la déviation d'Allan  $\sigma_y$  comme la racine carrée de la variance d'Allan. Elle est calculée pour un certain temps d'échantillonnage  $\tau_0$  et la formule initialement proposée effectue l'opération sans recouvrement des échantillons. Plus tard, en 1981, D. W. Allan lui-même et son équipe conseillent l'utilisation d'une formule avec recouvrement d'échantillon afin de réduire l'incertitude sur la mesure [43]. C'est cette dernière expression qu'on adopte pour nos calculs puisqu'elle est considérée comme la formule standard

par l'institut IEEE [44]. On illustre la différence entre le calcul avec et sans recouvrement dans l'exemple sur la Figure 1.5. Dans les références citées ici, les expressions sont obtenues à partir des échantillons successifs de fréquences relatives  $y(t) = (\nu(t) - \nu_N)/\nu_N$  qui correspond à l'écart fractionnel avec la fréquence nominale  $\nu_N$ . Ce formalisme est souvent utilisé pour l'étude des horloges dont le but est de rester au plus près de la fréquence nominale  $\nu_N$ . On choisit d'utiliser les expressions de la déviation d'Allan issues de [45] pour des mesures de signal quelconque  $y(t)$ .

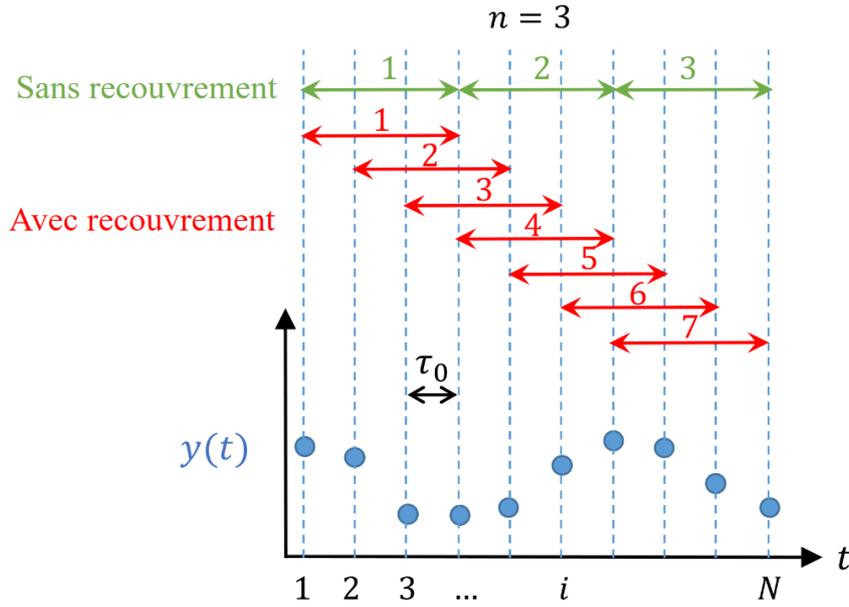


Figure 1.5 – Schéma illustrant un exemple de signal  $y(t)$  et les méthodes de calcul sans et avec recouvrement, inspiré de [45].

On considère l'étude d'un signal temporel  $y(t)$  avec un temps d'échantillonnage  $\tau_0$ . Le signal  $y(t)$  possède  $N$  intervalles de temps et on note  $y_i(t)$  le  $i^{\text{ème}}$  échantillon. La variance standard  $\sigma_{\text{std}}^2(t)$ , communément utilisée en statistique, exprime la moyenne des écarts à la moyenne des échantillons. L'écart-type standard  $\sigma_{\text{std}}(t)$  sur la totalité du temps de mesure a donc pour expression [45] :

$$\sigma_{\text{std}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right)^2}. \quad (1.11)$$

Cette formule compare son échantillon à la moyenne sur tous les échantillons.

La variance d'Allan effectue une moyenne entre deux points séparés d'un temps  $\tau = n\tau_0$  avec  $n \in \mathbb{N}$ . Dans l'exemple de la Figure 1.5, on a  $n = 3$ . Contrairement à la variance standard, la variance d'Allan tient compte de l'aspect temporel et fait une moyenne sur deux échantillons successifs. Elle correspond en quelque sorte à la moyenne de la moyenne des écarts entre deux échantillons

successifs. De manière analytique, on définit la déviation d'Allan  $\sigma_y(\tau)$  avec recouvrement d'échantillon comme [45] :

$$\sigma_y(\tau = n\tau_0) = \sqrt{\frac{1}{2(N - 2n + 1)} \sum_{j=1}^{N-2n+1} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=j}^{j+n-1} (y_{i+n} - y_i) \right)^2}. \quad (1.12)$$

La partie entre parenthèse de l'équation (1.12) correspond à la moyenne entre 2 échantillons successifs séparés de  $\tau = n\tau_0$ . Le calcul de  $\sigma_y$  effectue pour ainsi dire la moyenne de cette moyenne. On trace  $\sigma_y$  pour différentes valeurs de  $\tau$  afin de reconnaître un type de bruit associé à une certaine plage de temps (donc de fréquence). C'est là tout l'avantage du calcul de la déviation d'Allan par rapport à un calcul de déviation standard dont on obtient une seule valeur pour la durée totale de la mesure. La Figure 1.6 trace les pentes théoriques en échelles logarithmiques de la déviation d'Allan  $\sigma_y(\tau)$  de la vitesse de rotation en fonction du temps d'intégration  $\tau$ . À partir de la valeur de la pente de  $\sigma_y(\tau)$  sur l'échelle logarithmique, on identifie les différents types de bruits suivants pour une mesure de vitesse de rotation en  $^\circ/\text{h}$  [46, 47, 48, 2] :

- Pente =  $-1$  : bruit de quantification (quantization noise) dû la conversion analogique-numérique lors du traitement du signal.
- Pente =  $-1/2$  : bruit blanc (white noise) qui est un processus aléatoire pour lequel la densité spectrale de puissance est la même pour chaque fréquence. Pour les gyromètres, on parle de marche au hasard angulaire ou marche aléatoire d'angle (ARW : Angular Random Walk). On verra juste après comment retrouver la valeur de l'ARW en  $^\circ/\sqrt{\text{h}}$  à partir de la déviation d'Allan.
- Pente =  $0$  : bruit de scintillement (flicker noise) qui est un bruit électronique évoluant en puissance de  $1/f$ . Il correspond au plancher de la déviation d'Allan et permet de remonter à la stabilité du biais.
- Pente =  $+1/2$  : marche au hasard de fréquence (random walk) évoluant en  $1/f^2$ , à ne pas confondre avec la marche au hasard angulaire.
- Pente =  $+1$  : dérive de la fréquence dans le long terme principalement due à des effets thermiques.

Notons la présence de bruits corrélés et sinusoidaux après le bruit blanc. Ils sont liés à la périodicité du signal aux hautes et basses fréquences respectivement [47, 46]. On interprète la déviation d'Allan comme une instabilité de mesure entre deux observations espacées de  $\tau$  secondes avec un écart type  $\sigma_y(\tau)$ . Il existe également une variance d'Allan modifiée qui permet de faire la distinction entre le bruit de scintillement sur la phase et le bruit blanc de phase [45].

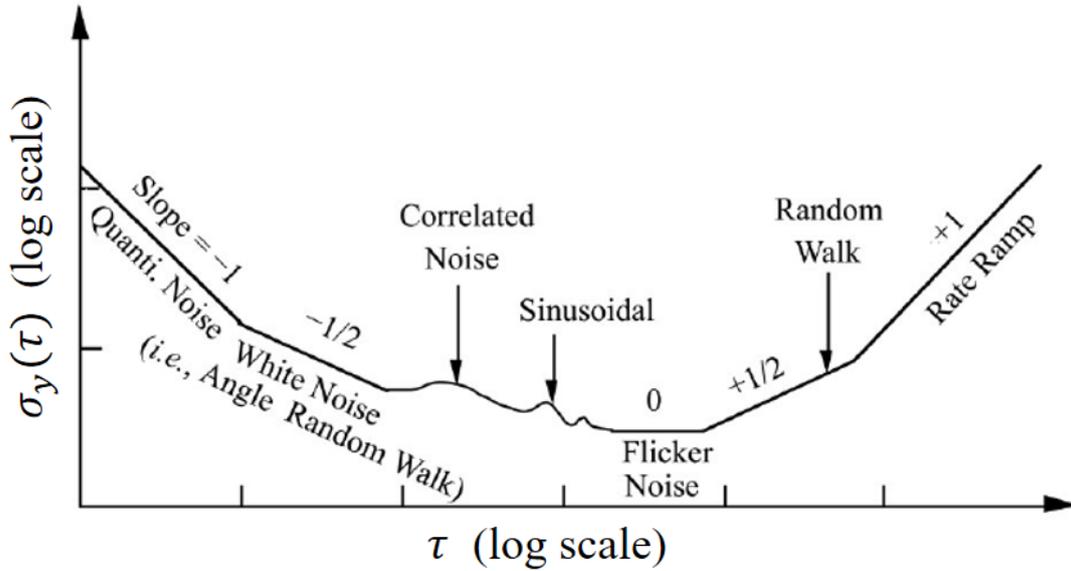


Figure 1.6 – Tracé des pentes caractéristiques de la déviation d’Allan et bruits associés en fonction du temps d’intégration  $\tau$  pour une mesure de vitesse de rotation, issu de [49].

#### 1.2.4 Stabilité de biais

On définit la dérive du biais, ou la stabilité du biais, du gyromètre comme le minimum atteint par la déviation d’Allan, souvent exprimé en  $^{\circ}/h$ . La dérive de biais représente la variation maximale de la mesure de vitesse de rotation pour un gyromètre au repos sur un temps  $\tau$ . Cette dérive se lit sur la sortie  $\xi$  du gyromètre et impacte directement la mesure de vitesse de rotation. En effet, un biais  $\delta\xi$  engendre une translation du signal sur la sortie qui devient  $\xi = K_S\dot{\theta} + \delta\xi$ , comme indiqué sur la Figure 1.4(b). La dérive à court terme est plutôt évaluée pour des temps de l’ordre de la seconde tandis qu’on parle de dérive à long terme sur des temps de l’ordre de l’heure. Pour nos applications de navigation inertielle, la stabilité à long terme nous intéresse davantage car il s’agit d’embarquer le capteur pour des vols ou trajets de longues durées (une dizaine d’heures ou plus) avant une nouvelle calibration. On va donc chercher à minimiser cette dérive du biais au maximum.

#### 1.2.5 Marche au hasard angulaire (ARW)

Le bruit blanc présent dans les gyromètres donne lieu à un bruit sur l’angle de rotation mesuré qu’on appelle la marche au hasard angulaire ou marche aléatoire d’angle (ARW : Angular Random Walk). On voit que cette ARW est liée à la pente en  $-1/2$  sur la Figure 1.6. On écrit  $\sigma_{\dot{\theta}}$  la déviation d’Allan de la mesure de vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  qui a pour expression :

$$\sigma_{\dot{\theta}} = \text{ARW}/\sqrt{\tau} . \quad (1.13)$$

Avec des échelles logarithmiques, on peut donc lire la valeur de l'ARW exprimée en  $(^\circ/\text{h})/\sqrt{\text{Hz}}$  directement sur la mesure de déviation d'Allan en échelles logarithmiques pour  $\tau = 1$  s (c'est à dire pour une bande passante de 1 Hz). De manière approximative, on peut imaginer l'ARW comme un écart type  $\sigma$  du bruit blanc sur 1 seconde. On choisit de convertir l'ARW en  $^\circ/\sqrt{\text{h}}$  qui est l'unité communément utilisée soit  $(^\circ/\text{h})/\sqrt{\text{Hz}} = (1/60)^\circ/\sqrt{\text{h}}$ . Il existe aussi un seconde manière de remonter à l'ARW qui vaut la racine carrée de la densité spectrale de puissance de mesure de vitesse de rotation  $\dot{\theta}$ . En effet, on a  $\text{ARW} = \sqrt{S_{\dot{\theta}}(f)}$  mais il reste à définir sur quel domaine de fréquence on choisit de faire la mesure. Il est courant de choisir la valeur de  $S_{\dot{\theta}}(f)$  sur une bande passante de 10 Hz, même si bien souvent cette méthode sous-estime l'ARW par rapport à la mesure sur la déviation d'Allan.

### 1.2.6 Classes de performances

Tous les outils introduits plus haut dans cette section sont les grandeurs clefs pour analyser les performances d'un gyromètre. Il est commun de définir des grades, ou des classes de performances de gyromètre. Cela permet de catégoriser un gyromètre pour son domaine d'application en fonction des exigences de ce dernier [50]. On choisit de présenter les classes de performances référencées dans l'ouvrage de H. C. Lefèvre [40] sur la Table 1.1.

Classes	Marche au hasard angulaire ( $^\circ/\sqrt{\text{h}}$ )	Dérive du biais ( $^\circ/\text{h}$ )	Exactitude du facteur d'échelle	Applications
Faible	$>0.5$	10 à 1000	0.1 à 1 %	Capteur mouvement, alignement plateforme
Tactique	0.05 à 0.5	1 à 10	100 à 1000 ppm	Guidage de missiles, drones
Intermédiaire	0.005 à 0.05	0.01 à 1	10 à 100 ppm	Guidage de torpilles, indicateur de cap
Inertielle	0.0003 à 0.005	0.001 à 0.01	1 à 10 ppm	Navigation aéronautique civile et militaire
Stratégique	$<0.0003$	$<0.001$	$<1$ ppm	Navigation pour sous-marins et satellites

Table 1.1 – Définition des différentes classes de gyromètres et de leurs applications en fonction de leurs performances de marche au hasard angulaire, de dérive du biais et d'exactitude du facteur d'échelle. Les valeurs ont été reprises de l'ouvrage de H. C. Lefèvre [40].

## 1.3 Types de gyromètres optiques

On présente dans cette partie les différents types de gyromètres optiques qui utilisent l'effet Sagnac dans l'ordre chronologique d'apparition : le gyrolaser (RLG : Ring Laser Gyroscope), le gyromètre interférométrique à fibre optique (IFOG : Interferometric Fiber Optic Gyroscope) et le gyromètre résonant passif. Bien que le RLG et le IFOG soient déjà sur le marché, le gyromètre résonant passif a le potentiel pour atteindre les performances inertielles avec moins de longueur de fibre que le IFOG et sans milieu amplificateur (contrairement au RLG). Chacune des sous-sections suivantes est dédiée à un des trois types de gyromètre optique à effet Sagnac.

### 1.3.1 Gyrolaser (RLG)

Un gyrolaser (RLG : Ring Laser Gyroscope) est constitué d'une cavité résonante en anneau dans laquelle est renfermée un milieu amplificateur. Deux faisceaux laser sont ainsi créés et se propagent dans des directions opposées dans la cavité. Les fréquences de ces lasers doivent remplir la condition de résonance et valoir un multiple entier de l'intervalle spectrale libre de la cavité en anneau. L'effet Sagnac est le même que celui décrit dans la partie 1.1.3 précédente. Sous l'effet d'une rotation, ces deux lasers contrapropagatifs vont donc subir un décalage opposé en fréquence proportionnel à la vitesse de rotation selon l'équation (1.7). La Figure 1.7 représente un schéma de principe d'un gyrolaser commercial contenant un gaz de He-Ne soumis à des décharges de pompage entre les anodes et la cathode. Trois ou quatre miroirs définissent la cavité optique qui confine les faisceaux laser. Un des miroirs est translatable, ce qui permet d'ajuster la longueur de la cavité pour maximiser le gain d'amplification [51]. Afin de s'affranchir des effets de la dilatation thermique, les substrats des miroirs et le bloc sont en Zerodur, un matériau vitrocéramique ayant un coefficient de dilatation presque nul. Il s'agit d'un alliage d'une dizaine de matériaux différents ayant des coefficients de dilatations négatifs et positifs qui se compensent. En sortie d'un des miroirs, les deux faisceaux contrapropagatifs sont recombinaés par un prisme pour observer leurs franges d'interférences comme le montre le schéma de la Figure 1.7. Deux signaux de battement sont observés par deux photodiodes placées pour délivrer deux signaux en quadrature. La fréquence de ces signaux est proportionnelle à la vitesse de rotation via  $\Delta\nu_S = \nu_- - \nu_+$  et la phase relative des signaux permet de déterminer le sens de rotation.

Le tout premier gyrolaser à He-Ne est expérimenté en 1963 dans les laboratoires de Spetty Gyroscope Company dans l'état de New York aux USA par W. M. Macek et D. Davis [32]. On peut trouver des photos d'époque des expériences de W. M. Macek dans [52]. Les premiers gyrolasers commerciaux ont été produits par l'entreprise américaine Honeywell et utilisés par Boeing pour leurs systèmes de centrales inertielles embarquées dans des avions de lignes en 1978 [7, 52]. De son côté, Thales travaille depuis 30 ans sur la technologie gyrolaser et propose aujourd'hui un gyromètre 3 axes tout intégré. La Figure 2 en introduction montre un octaèdre de Zerodur sillonné de capillaires contenant le gaz He-Ne et formant trois circuits fermés carrés dans trois plans perpendiculaires entre eux. La fixation des miroirs sur le bloc se fait par adhésion moléculaire ce qui assure l'absence de fuite de gaz et évite des soucis de dégazage ou

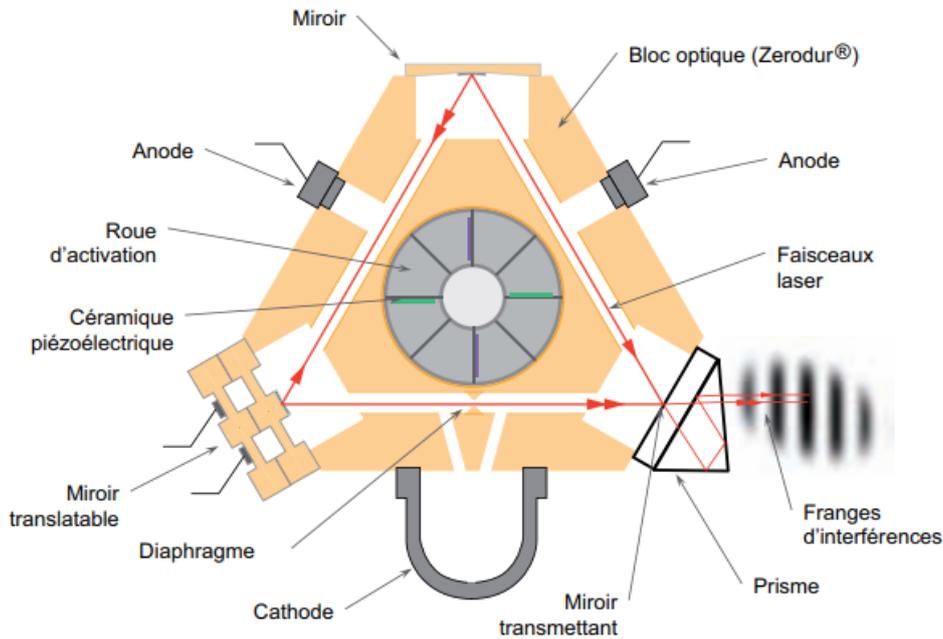


Figure 1.7 – Schéma de principe d'un gyrolaser commercial à 3 miroirs translatables (dont 1 prisme) contenant un gaz de He-Ne, issu de [51].

de dilatation thermique lié à l'usage d'une colle. Les décharges électriques doivent être correctement équilibrées pour éviter que le gaz ne se déplace et crée, via l'effet Fizeau, un biais sur la mesure de la vitesse de rotation. Le gyrolaser possède également une zone aveugle, ce qui explique l'application continue d'un mouvement de rotation en va et vient. Cette activation mécanique est induite par une roue d'activation au centre sur la Figure 1.7. Cette rotation sinusoïdale a une moyenne nulle qui disparaît lors de l'intégration pour remonter à l'angle de rotation. Elle est suffisamment importante pour réduire la zone aveugle effective. Tous ces efforts de recherche et développement fournis par les équipes de Thales ont permis d'atteindre une stabilité de biais d'un dix-millième de la vitesse de rotation de la Terre, soit environ  $0.001$  °/h, donc des performances d'un gyromètre de classe inertielle essentielle. Ces gyrolasers sont fabriqués dans l'usine Thales Avionics de Châtellerault qui détient tout le savoir-faire. Les principaux autres fabricants de gyrolasers sont le français Safran et l'américain Honeywell.

Dans le but de s'affranchir des contraintes liées à la nature gazeuse du milieu amplificateur, des études ont été menées sur un gyrolaser à état solide qui contient un cristal de Nd-YAG dans une cavité pompée par un laser externe. Il a fait l'objet de la thèse de Sylvain Schwartz au sein de Thales Research & Technology [7].

### 1.3.2 Gyromètre interférométrique (IFOG)

L'expérience originelle de Georges Sagnac en 1913 [21, 22] ainsi que le gigantesque gyromètre aligné par A. A. Michelson et H. G. Gale dans les égouts de Chicago en 1925 [26] sont tous les deux des gyromètres interférométriques à miroirs. Dans une configuration polygonale, la lumière n'effectue qu'un seul tour le long du chemin optique du circuit d'aire Sagnac  $A$ , comme sur la Figure 1.8(a). Le déphasage  $\Delta\Phi_S$  entre les deux faisceaux contrapropagatifs va donc suivre l'équation (1.6). En 1976, V. Vali et R. W. Shorthill ont l'idée d'enrouler une fibre optique monomode de longueur  $L = 10$  m sur un diamètre  $D = 15$  cm de façon à faire circuler la lumière plusieurs fois [33], multipliant ainsi l'aire Sagnac  $A$  par le nombre de tours  $N$ . Le déphasage est alors proportionnel à son nombre de tours et devient  $N \times \Delta\phi_S$ , comme illustré sur la Figure 1.8(b).

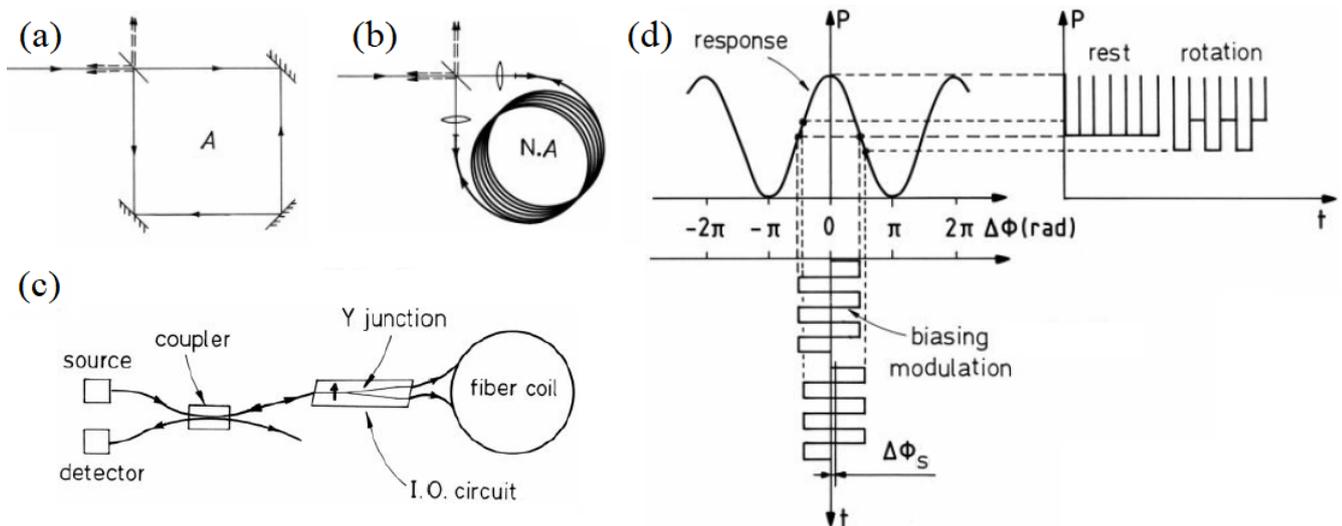


Figure 1.8 – Schéma d'un gyromètre interférométrique (a) à miroirs d'aire Sagnac  $A$  et (b) à fibre optique enroulée sur  $N$  tours ayant une aire Sagnac  $N \times A$ . (c) Architecture typique d'un IFOG. (d) Intensité en sortie de l'interféromètre en fonction du déphasage entre les deux ondes contrapropagatives. Illustration de technique de modulation de phase à  $\pm\pi/2$  et réponse du gyromètre interférométrique au repos et soumis à une rotation. Images issues de [40].

L'architecture typique d'un IFOG est schématisée sur la Figure 1.8(c). On utilise des sources laser ayant un spectre à large bande sur des dizaines de nm (aussi appelées sources blanches). Ce sont des sources lumineuses à émission spontanée amplifiée (ASE : Amplified Spontaneous Emission) avec des amplificateurs à fibres dopées à l'erbium (EDFA : Erbium-Doped Fiber Amplifier). L'utilisation d'une source blanche permet d'éviter les bruits liés à la polarisation et à la cohérence des deux faisceaux tels que l'effet Kerr ou la rétrodiffusion (voir Chapitre 2). Un coupleur ou un circulateur optique permet de séparer les deux faisceaux qui circulent dans des sens opposés. Le faisceau passe par une jonction Y (Y-branch) qui est l'équivalent d'un

coupleur suivi de deux modulateurs de phase miniaturisés. Après que les ondes ont traversées la bobine de fibre, elles effectuent le chemin inverse et sont recombinaées par la jonction Y. On visualise leurs interférences avec un détecteur placé en sortie du circulateur. Dans la situation où les deux faisceaux incidents ont une même longueur d'onde  $\lambda$ , un déphasage  $\Delta\Phi$  et une même intensité  $I_0/2$ , le détecteur verra une intensité de sortie  $I_{\text{out1}}$  de l'interféromètre [40] :

$$I_{\text{out1}} = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos(\Delta\Phi + \Delta\Phi_S) \right) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \Delta\Phi + \frac{8\pi A\dot{\theta}}{\lambda c} \right) \right). \quad (1.14)$$

$I_{\text{out1}}$  dépend de  $\Delta\Phi_S$  lui même proportionnel à la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$ . Le graphe de gauche de la Figure 1.8(d) montre typiquement l'allure sinusoïdale de l'intensité en sortie de l'interféromètre en fonction du déphasage entre les deux ondes  $\Delta\Phi$ . On remarque que le maximum de sensibilité et de linéarité de l'interféromètre est obtenu pour une valeur de déphasage  $\Delta\Phi = \pm\pi/2$ . On peut ainsi volontairement déphaser un des deux faisceaux contrapropagatifs grâce aux modulateurs de phase dans la jonction Y. Pour introduire un biais  $\Delta\Phi$  entre les deux ondes, il faut moduler la phase avec un signal carré de modulation  $\Delta\Phi_b = \Delta\Phi/2$  et de fréquence  $f_{\text{mod}}$  équivalent à la moitié de la fréquence propre de l'enroulement de longueur  $L$  soit  $f_{\text{mod}} = c/2nL$  [40]. En choisissant une modulation à  $\Delta\Phi_b = \pm\pi/4$ , on a constamment un déphasage de  $\Delta\Phi = \pm\pi/2$  entre les ondes de direction opposées avec une fréquence  $f_{\text{mod}}$ , comme illustré sur la Figure 1.8(c) en bas. La réponse de l'interféromètre devient périodique de période  $1/f_{\text{mod}}$  avec pour valeurs crêtes  $I_{\text{out},\pm}$  valant :

$$\begin{aligned} I_{\text{out},\pm} &= \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \pm\frac{\pi}{2} + \Delta\Phi_S \right) \right) = \frac{I_0}{2} \left( 1 \pm \sin(\Delta\Phi_S) \right) \\ &\simeq \frac{I_0}{2} \left( 1 \pm \Delta\Phi_S \right) = \frac{I_0}{2} \left( 1 \pm \frac{8\pi A\dot{\theta}}{\lambda c} \right). \end{aligned} \quad (1.15)$$

On voit clairement l'alternance de l'intensité à une fréquence  $f_{\text{mod}}$  sous l'influence de l'effet Sagnac sur Figure 1.8(d) à droite. Il suffira de démoduler le signal de la photodiode à  $f_{\text{mod}}$  pour récupérer la vitesse de rotation, comme détaillé dans [40].

Pour maximiser l'effet Sagnac, les IFOG de précision contiennent des kilomètres de fibres enroulés en spires d'une dizaine à une vingtaine de centimètres [53]. Un des principaux bruits dans un gyromètre interférométrique est la variation de l'indice de réfraction de la fibre avec la température. Il y a en effet un gradient de température entre les différentes spires de l'enroulement. Ce gradient peut varier sur la durée de propagation de l'onde dans la fibre et induire des variations différentes des chemins optiques des deux ondes contrapropagatives. Cela créer alors un bruit pénalisant les performances gyromètre (effet Shupe [54]). Pour s'en affranchir, des techniques de bobinage très particulières et coûteuses sont nécessaires. Les IFOG les plus performants du marché ont la capacité d'atteindre la classe stratégique, c'est à dire une stabilité de biais inférieure à  $0.001$  °/h. Les principaux acteurs industriels sont les français iXblue [53] et Safran, les américains Honeywell, Emcore, Northrop-Grumman, le leton FOS (Fiber Optic Solutions), le russe Fizoptika ou encore l'italien Civitanavi.

### 1.3.3 Gyromètre résonant passif

Le gyromètre résonant passif est composé d'une cavité optique résonante passive sondée avec un ou plusieurs laser(s) externe(s). Contrairement au RLG, la cavité ne contient pas de milieu amplificateur. Elle ne contient pas non plus des kilomètres de fibres comme les IFOG. Deux ondes contrapropagatives '+' et '-', comme sur la Figure 1.3(a), sont couplées dans la cavité. En rotation, les fréquences de résonances sont modifiées par l'effet Sagnac selon l'équation (1.7). Dans un RLG, les fréquences d'émission s'adaptent aux changements des fréquences de résonance. Dans une cavité passive, il faut asservir les fréquences des faisceaux sondes sur les fréquences de résonances en utilisant les faisceaux réfléchis ou transmis par la cavité pour générer les signaux d'erreur nécessaires.

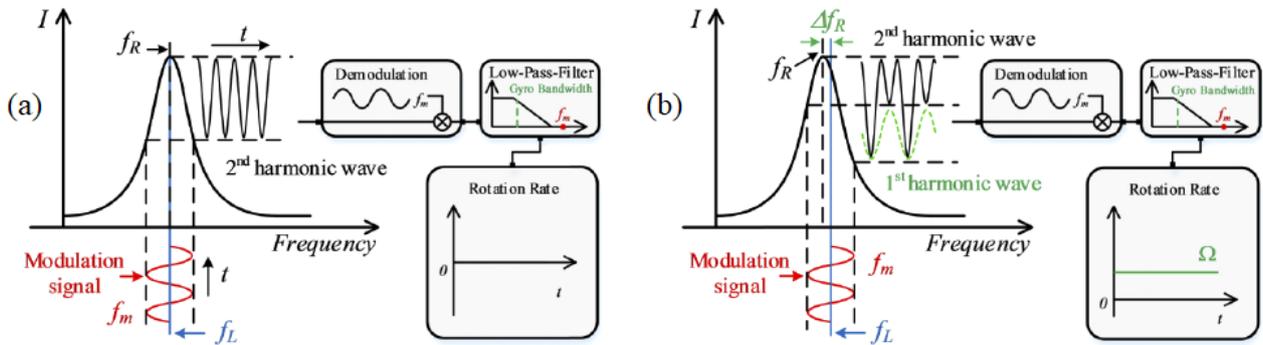


Figure 1.9 – Schéma de la méthode de modulation-démodulation dans un gyromètre résonant passif. On montre un exemple de pic de résonance d'intensité transmise par la cavité en fonction du décalage en fréquence. On voit l'effet de la modulation de fréquence sur la réponse du gyromètre (a) sans rotation et (b) avec rotation. Images issues de [55].

La Figure 1.9(a) montre un exemple de pic de résonance, c'est à dire l'évolution de l'intensité transmise par la cavité en fonction du décalage de la fréquence du faisceau incident  $f_L$  par rapport à une fréquence de résonance  $f_R$ . Vu la forme de ce pic, il est raisonnable de supposer que le maximum de sensibilité au décalage en fréquence est obtenu pour une valeur proche de la moitié de la largeur à mi-hauteur du pic (FWHM : Full Width Half Maximum, ou largeur de raie). Pour exploiter cette propriété, on module le laser en phase à une fréquence  $f_m \simeq 0.5$  FWHM pour créer deux bandes latérales. Une photodiode qui récolte le faisceau transmis transforme son intensité en un signal électrique qui est démodulé à  $f_m$ . Après avoir été filtré par un filtre passe-bas, le signal démodulé est nul si  $f_L$  est à résonance à cause de la position symétrique (par rapport à la résonance) des fréquences des bandes latérales. Si ce n'est pas le cas, le signal démodulé à  $f_m$  n'est plus nul car cette symétrie est brisée. On détaille dans le Chapitre 2 la méthode de modulation-démodulation, le choix de la fréquence de modulation ainsi que le processus d'asservissement des fréquences  $\nu_{\pm}$  sur les résonances de la cavité.

En terme de limite de bruit de grenaille (shot-noise), le gyromètre résonant a le potentiel d'atteindre les mêmes performances que les IFOG [56]. Cependant, aucun gyromètre résonant passif n'est actuellement sur le marché, malgré les avantages potentiels dont on fait ici une liste non exhaustive :

- La cavité est dite passive car elle ne contient pas de milieu amplificateur. Dans le cas d'une cavité à miroir, il n'y a pas la nécessité de maîtriser les fuites d'un gaz de He-Ne, relaxant ainsi les contraintes sur l'assemblage par adhésion moléculaire.
- Un laser externe vient sonder une cavité résonante et il n'y a plus besoin d'anodes et de cathodes pour pomper le milieu amplificateur afin de générer les faisceaux laser.
- On choisit de travailler avec une longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm afin de bénéficier de toutes les avancées technologiques développées pour le domaine des télécommunications. Dans le cas d'un gyromètre résonant passif tout fibré, il suffit d'un ou deux coupleurs pour créer une cavité. Dans notre cas, on choisira d'être plus précautionneux en couplant la lumière à l'aide de miroirs.
- Une cavité fibrée ne nécessite que quelques dizaines de mètres de fibre optique. Cela a l'avantage de réduire l'effet Shupe.
- Potentiellement, le coût de fabrication d'un gyromètre résonant passif devrait être réduit du fait de la longueur de fibres réduite et de l'absence de milieu amplificateur tout en bénéficiant des prix attractifs des composants de la filière télécom.

Le gyromètre résonant passif possède néanmoins quelques désavantages. Il nécessite plusieurs asservissements et surtout un laser ultra-fin et ultra-stable pour être sensible aux faibles variations de fréquence. Les instabilités d'amplitude et de phase du laser vont être une des limitations pour la mesure sur des temps longs. Cette cohérence pourtant recherchée facilite l'émergence de bruits cohérents qui empêchent la réciprocity parfaite, tels que l'effet Kerr ou la rétrodiffusion qui seront détaillés plus bas au Chapitre 2. La prochaine section présente un état de l'art du gyromètre résonant passif qui se penche sur les trois types les plus communément étudiés.

## 1.4 État de l'art du gyromètre résonant passif

Dans cette section, on présente un état de l'art complet du gyromètre résonant passif puisqu'il s'agit du type de gyromètre étudié pendant cette thèse. Le Chapitre 2 explique en détail son principe de fonctionnement. Les premiers étaient basés sur des cavités carrées à miroir en espace libre avec des dimensions de l'ordre du mètre, aujourd'hui ce type de cavité est plutôt utilisée pour la géodésie ou l'amélioration de l'isolation sismique des détecteurs d'ondes gravitationnelles. Les gyromètres basés sur des cavités en fibres optiques sont les plus couramment étudiés de nos jours. On distingue plusieurs types de fibres utilisées dans des cavités : fibre

standard monomode, fibre standard à maintien de polarisation ou encore fibre à cœur creux. Cette dernière permet de faire propager la lumière presque exclusivement dans l'air au cœur de la fibre, ce qui réduit l'effet Kerr ou l'effet de la dilatation thermique de la cavité. On propose une description plus aboutie de la technologie des fibres à cœur creux dans le Chapitre 4. Enfin, l'émergence des technologies en circuits photoniques intégrés (PIC : Photonic Integrated Circuits) a donné lieu à l'apparition de micro-cavités résonantes utilisées pour des applications gyrométriques. Cette section vise à présenter une description des différentes avancées technologiques selon le type de gyromètre résonant passif en prenant soin de mettre en avant les innovations les plus récentes.

### 1.4.1 Cavité espace libre à miroirs (PRG)

Le tout premier gyromètre résonant passif (PRG : Passive Resonant Gyroscope), basé sur une cavité en espace libre, fut démontré en 1977 par S. Ezekiel et S. R. Balsamo au MIT [34]. Les auteurs mettent en avant l'absence de milieu à gain dans la cavité synonyme selon eux de réduction de la zone aveugle et de stabilité du facteur d'échelle. L'architecture proposée initialement utilise un laser externe de He-Ne qui est couplé dans une cavité carrée de 17.5 cm de côté. Quatre années plus tard, G. A. Sanders, M. G. Prentiss et toujours S. Ezekiel du MIT, améliorent le système. Ce dernier est illustré sur la Figure 1.10. La cavité fait 70 cm de côté pour augmenter le facteur d'échelle. Tout comme dans l'article de 1977, le faisceau laser initial de fréquence  $f_0$  est scindé en deux parties qui traversent chacune un modulateur acousto-optique (AOM : Acousto-Optic Modulator) en espace libre. Ces AOM décalent la fréquence optique d'une quantité  $f_1$  dans le sens horaire et  $f_2 \neq f_1$  dans le sens anti-horaire (environ 40 MHz). La modulation de phase dans les deux sens est effectuée via une cale piézoélectrique collée sur un des miroirs et alimentée par une tension oscillant à  $f_m = 32$  kHz, inférieure à la largeur de raie de la cavité  $\Gamma \simeq 450$  kHz. L'asservissement dans le sens horaire contrôle la tension continue appliquée en plus de la modulation sur la cale piézoélectrique pour ajuster la longueur de cavité afin de garder le faisceau à la fréquence  $f_0 + f_1$  à résonance. L'asservissement dans le sens anti-horaire contre-réagit sur la fréquence de décalage de l'AOM numéro 2 pour que la fréquence  $f_0 + f_2$  coïncide avec la résonance de la cavité dans ce sens. Un modulateur de phase modulé à  $f_j = 4$  kHz est ajouté pour éviter les rétrodiffusions parasites sur les miroirs et diminuer le bruit. Il y a également la présence de deux filtres passe-bande à  $2f_m$  pour réduire le bruit commun aux faisceaux des sens horaire et anti-horaire. Enfin, la mesure de rotation est effectuée par le calcul de la différence de fréquence  $\Delta f = f_2 - f_1$ .

De nos jours, les PRG sont développés pour l'amélioration de l'isolation sismique des détecteurs d'ondes gravitationnelles, pour l'étude de la géodésie et de la sismologie ou encore pour la vérification de la relativité générale. L'équipe de LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) étudie par exemple un PRG basé sur une cavité carrée 75 cm de côté en espace libre entièrement sous vide [58]. Plus récemment, LIGO a obtenu une stabilité de biais de  $0.03$  °/h avec 0.15 secondes de temps d'intégration sur une cavité de 20 cm de côté [59]. Son

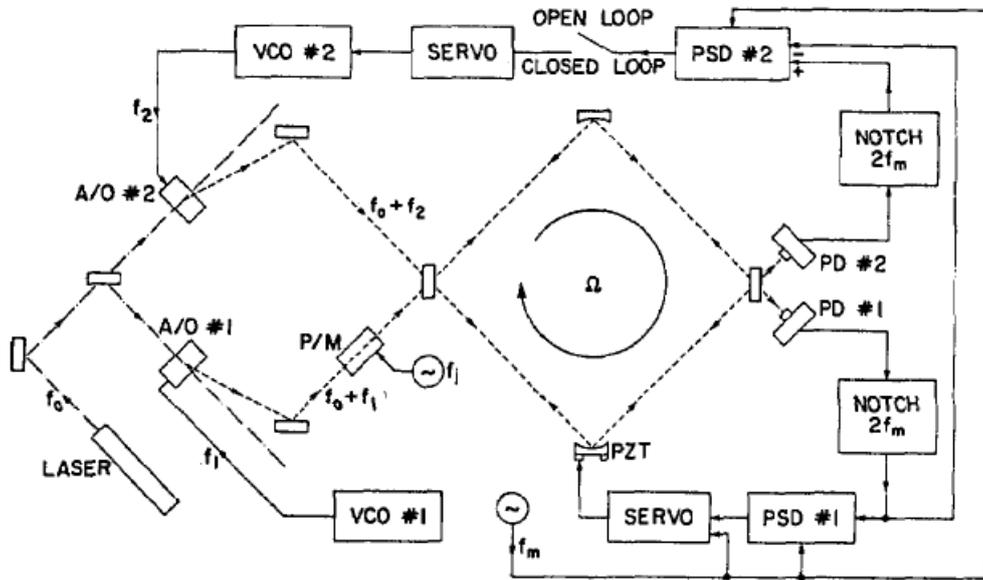


Figure 1.10 – Schéma issu de [57] montrant l'architecture d'un gyromètre optique résonant passif basé sur une cavité à quatre miroirs réalisée en 1981 par l'équipe du MIT.

équivalent chinois, le MOE de Wuhan, utilise des cavités carrées sous vide de 1 m de côté et a atteint en 2019 les  $2 \times 10^{-9}$  rad/s (soit  $4 \times 10^{-4}$  °/h) de stabilité de biais [60]. Aujourd'hui, le MOE travaille avec des cavités de 3 m de côté où les miroirs sont pré-stabilisés sur des lasers ultra-stables [61]. Tous les PRG de LIGO et MOE ont la particularité de mesurer le décalage en fréquence dû à l'effet Sagnac en faisant interférer les deux ondes contrapropagatives transmises par la cavité pour mesurer leur fréquence de battement et revenir à la vitesse de rotation. Tous deux utilisent des architectures proches de celle de la Figure 1.10. Ils appliquent notamment la méthode de Wong & Hall pour corriger la modulation d'amplitude résiduelle (voir Chapitre 3). Ces équipes sont par ailleurs en compétition avec le projet ROMY dédié au développement d'un RLG triangulaire de 12 m de côté situé près de Munich en Allemagne [62].

### 1.4.2 Cavité en fibre optique standard en silice (RFOG)

La première cavité en fibre monomode avec coupleur fibré venait tout juste d'être expérimentée [63] lorsque l'équipe du MIT composée de R. E. Meyer, S. Ezekiel et al., publie en 1983 le premier gyromètre résonant à fibre optique appelé RFOG (Resonant Fiber Optic Gyroscope) [35]. La cavité est composée d'une fibre optique monomode de 3.1 m fermée par un coupleur fibré à onde évanescente. La polarisation est gérée avec un contrôleur de polarisation placé dans la cavité dont on observe la réflexion. Le MIT menait en parallèle des essais avec des IFOG avec des fibres optiques de 200 m [64, 65]. À cette époque les américains sont en concurrence avec l'équipe japonaise très active de K. Iwatsuki et K. Hotate [66, 67, 68]. Aujourd'hui, l'équipe chinoise de l'université Zhejiang de Hangzhou menée par H. Ma est l'une des seules à remettre

au goût du jour l'étude d'un RFOG en fibre monomode [69]. Selon eux, les fibres monomodes actuelles permettent de mieux supprimer les fluctuations de polarisation tout en ayant une stabilité thermique environ 5 ordres de grandeurs meilleure que les fibres monomodes à maintien de polarisation (PMF).

Ces fibres PMF sont pourtant couramment utilisées pour les RFOG car elles présentent l'avantage de mieux conserver une polarisation unique dans la cavité. Cependant, cet avantage dépend beaucoup de la précision avec laquelle la polarisation des faisceaux incidents est alignée avec un des axes de la fibre. Dans les faits, la précision des connecteurs et des soudures n'est pas suffisante et il faut gérer la présence de lumière sur les deux axes, ce qui conduit à des bruits de polarisation. Un moyen de s'en affranchir consiste à effectuer des soudures tournées à  $90^\circ$  entre plusieurs PMF (voir Chapitre 2). G.A. Sanders en est l'initiateur en 1990 [70] avec deux fibres PMF. Par la suite, on fait même des soudures de fibres de différents types comme une fibre monomode polarisante soudée à  $0^\circ$  puis  $90^\circ$  à deux tronçons de fibres monomodes polarisante [71, 72]. Une autre équipe chinoise de Harbin essaye même un RFOG basé sur la propagation de polarisations circulaires dans des fibres spun [73]. Ainsi, les meilleures performances atteintes par un RFOG muni de sources laser cohérentes sont obtenues avec des fibres à maintien de polarisation. Actuellement, le laboratoire de Honeywell menée par G.A. Sanders et l'équipe de l'université Zhejiang dirigée par H. Ma ont atteint à peu de chose près les mêmes performances. On va prendre le temps d'expliquer les méthodes employées par les deux concurrents.

## RFOG chez Honeywell

Après plusieurs années de recherche, Honeywell a finalement choisi une architecture assez complexe représentée sur la Figure 1.11(a). Une fibre à maintien de polarisation de 100 m de long est enroulée sur un diamètre de 5 à 7 cm. Le couplage dans la cavité se fait en espace libre avec une monture en silicium composée de lentilles boules, de miroirs et de polariseurs. On parle alors de cavité hybride. Cette approche est similaire à celle que nous avons testée et elle permet un réglage fin des états de polarisation. Pour éviter l'utilisation d'AOM (chers, encombrants, gourmands en puissance électrique et ayant trop de pertes), ils utilisent trois lasers à semiconducteurs de type DFB (Distributed Feedback) asservis en phase. Ces lasers ont une longueur d'onde de  $1.55 \mu\text{m}$  et une largeur de raie intrinsèque de moins de 50 kHz. La totalité des composants optiques sont en circuits photoniques intégrés et sont reportés sur une puce de 4 cm photographiée sur la Figure 1.11(b). Le laser maître est d'abord asservi sur la cavité en observant la réflexion de cette dernière dans le sens horaire (CW : clockwise) en configuration PDH (voir Chapitre 2) à l'aide du PM3. Une portion de la sortie de ce laser maître est modulée en phase à une fréquence  $f_c$  par PM4 puis est à nouveau séparée pour être recombinaisonnée avec une portion des sorties des lasers esclaves 1 et 2. Ces recombinaisons servent à mesurer les battements entre le laser maître et les deux lasers esclaves afin de les asservir en phase avec une OPLL (Optical Phase Locked Loop). La fréquence du battement des OPLL est choisie de manière à ce que les porteuses des deux esclaves soient hors résonance (en fait

exactement entre deux résonances). De cette manière, on transfère la stabilité du laser maître aux deux lasers esclaves en leur apportant une modulation commune à  $f_c$  choisie inférieure à la largeur de raie de la cavité.

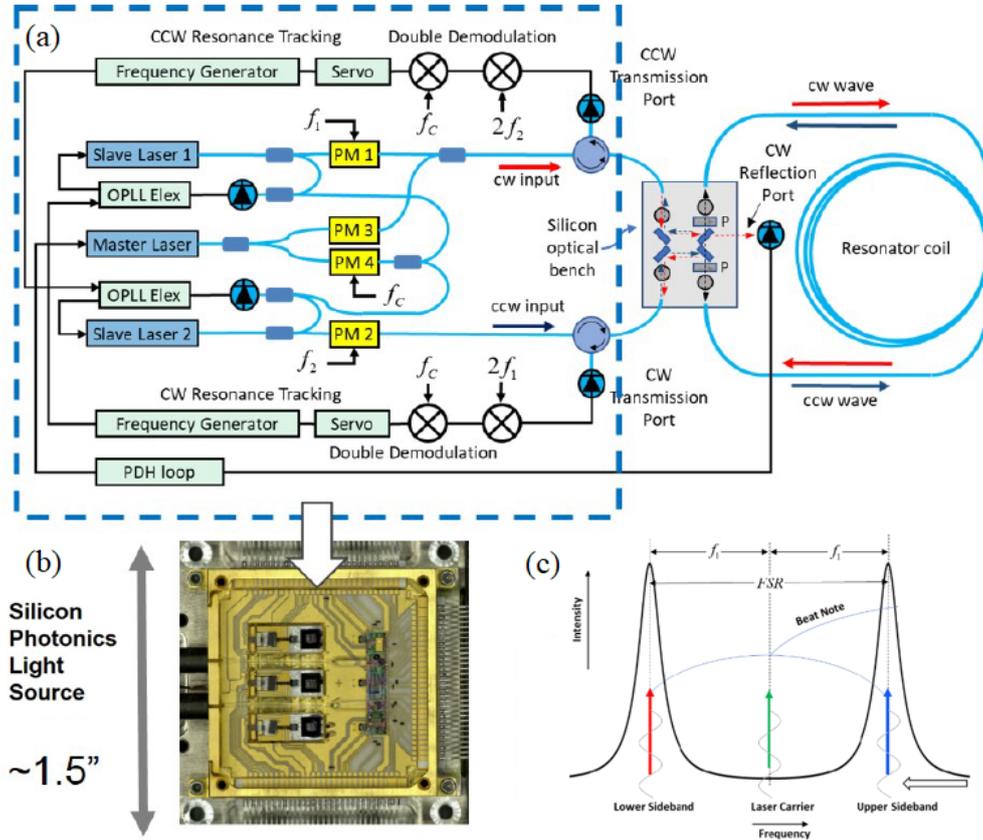


Figure 1.11 – Schémas issus de [74, 75] montrant (a) l’architecture du RFOG de Honeywell, (b) la puce électronique de 4 cm de côté contenant tous les composants optiques (lasers, PM, etc) en circuits photoniques intégrés, (c) un exemple de modulation où  $f_1 = ISL/2$ .

Ensuite, les deux lasers esclaves (désormais stabilisés) sont modulés en fréquence respectivement à  $f_1$  avec PM1 et à  $f_2$  avec PM2. En choisissant de paramétrer  $f_1 = ISL/2$ , les bandes latérales créées vont être espacées de  $2f_1 = ISL$ . Par conséquent, lorsque la porteuse du laser esclave 1 est exactement entre deux résonances, les bandes latérales inférieure et supérieure vont se trouver exactement à résonance comme sur la Figure 1.11(c). Ainsi, les deux bandes latérales sont transmises par la cavité et vont battre à  $2f_1 = ISL$ , elles sont récupérées via un circulateur relié à une photodiode. En démodulant le signal transmis à  $2f_1 = ISL$  puis à  $f_c$ , on génère un signal d’erreur pour traquer la résonance et contre-réagir sur l’OPLL. Sur la Figure 1.11(c), il manque les bandes latérales à  $\nu_0 \pm f_1 \pm f_c$ . La modulation et démodulation du laser esclave 2 dans le sens anti-horaire (CCW : counter clockwise) est similaire, simplement  $f_1$  et  $f_2$  sont choisis légèrement différentes pour éviter les rétrodiffusions. La vitesse de rotation est mesurée en effectuant la différence de fréquence entre les porteuses des deux lasers esclaves.

Avec cette technique d'abord testée en laboratoire, Honeywell obtient en 2018 une stabilité de biais de  $0.02^\circ/\text{h}$  sur 8 heures et une ARW de  $0.003^\circ/\sqrt{\text{h}}$  [74]. L'année suivante, ils présentent le premier prototype de RFOG totalement empaqueté et assemblé dans une boîte compacte photographiée sur la Figure 1.17(a). Basé sur la même architecture que la Figure 1.11(a), ils obtiennent une stabilité de biais de  $0.15^\circ/\text{h}$  sur 5 heures et une ARW de  $0.007^\circ/\sqrt{\text{h}}$  [75]. Dans aucune de leurs publications, les auteurs ne précisent comment ils gèrent l'amplitude de modulation résiduelle (RAM) associée à la modulation à  $f_c$  et l'effet Kerr. Nous montrerons au Chapitre 2 qu'ils génèrent pourtant des biais importants.

### RFOG à l'université Zhejiang de Hangzhou

Depuis le début des années 2000, l'université Zhejiang de Hangzhou entreprend des recherches sur les RFOG. L'architecture choisie par la School of Aeronautics and Astronautics est schématisée sur la Figure 1.12, elle a le mérite de la simplicité et d'être plus facilement intégrable sur circuits photoniques intégrés. Un unique laser semiconducteur à  $1.55\ \mu\text{m}$  ayant une largeur de raie intrinsèque de 3 kHz sert de source lumineuse. Deux coupleurs fibrés ferment la cavité enroulée sur un diamètre de 12 cm. Pour éviter les bruits de polarisation non réciproques, la cavité est composée de deux tronçons de 5 m de fibres monomodes transmettant une polarisation unique soudés à deux tronçons de fibre PMF d'une vingtaine de mètres.

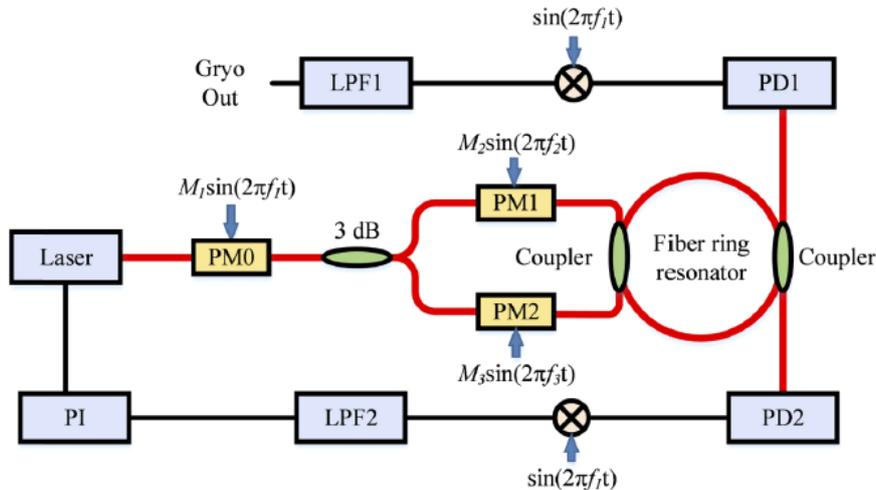


Figure 1.12 – Schéma issu de [55] montrant l'architecture simpliste et symétrique adoptée par l'université Zhejiang de Hangzhou avec un seul laser semiconducteur cohérent.

La lumière en sortie du laser est modulée en fréquence à  $f_1$  de l'ordre des 200 kHz (inférieure à la largeur de raie de la cavité) par PM0 puis le faisceau est séparé en deux. Une seconde modulation de phase, à une fréquence beaucoup plus faible (quelques kHz), est ajoutée dans chacun des bras à  $f_2$  par PM1 dans le sens anti-horaire et à  $f_3$  par PM2 dans le sens horaire. L'élément clé est qu'avec cette technique de double modulation, l'amplitude de modulation des

trois PM est choisie à  $\beta = 2.403$  rad. Cela permet de supprimer les porteuses optiques pour s'affranchir des rétrodiffusions (voir Chapitre 2) sans trop perdre sur l'amplitude du signal d'erreur. De plus,  $f_2$  et  $f_3$  sont choisies différentes de l'ordre des 100 Hz. Les intensités transmises par la cavité sont recueillies par PD1 et PD2 dont les signaux sont démodulés à  $f_1$ . Les signaux d'erreur démodulés ont par conséquent des pentes de discrimination identiques dans les deux sens. PD2 sert à contre-réagir sur le laser et PD1 sert à lire la vitesse de rotation via le signal d'erreur en boucle ouverte.

Selon eux, la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) est issue du même modulateur de phase PM0 et son impact serait le même sur les deux signaux démodulés. La réciprocity de la RAM et du bruit du laser annulerait leurs effets sur le signal démodulé. Cette explication laisse à désirer car, comme nous le verrons en détail dans le Chapitre 3, la présence de polariseurs imparfaits accompagnés de pertes dépendant de la polarisation induit une RAM différente en tout point du chemin optique.

Une première publication datant de 2020 présente la méthode et expose les résultats obtenus dans le laboratoire avec une cavité de finesse 15. Les résultats montrent une stabilité de biais de  $0.06$  °/h pour une intégration de 370 secondes et une ARW de  $0.0052$  °/ $\sqrt{h}$  [55]. Un second article paru l'année suivante présente leur premier prototype de RFOG tout packagé qui est photographié sur la Figure 1.17(b). Il pèse 840 g et ses dimensions sont de  $15$  cm  $\times$   $15$  cm  $\times$   $6.7$  cm. La cavité de 23 m de PM-SMF a une finesse de 32 et l'architecture est semblable à la Figure 1.12. Les PM1 et PM2 sont simplement remplacés par des modulateurs de phase intégrés dans une jonction Y. Le système est en double boucle fermée et la seconde rétro-action s'effectue sur une seconde modulation en dent de scie (serrodyne) du PM3 pour faire un décalage de fréquence optique et traquer la résonance. La mesure de déviation d'Allan est comparable à celle du prototype de Honeywell. Ils obtiennent une stabilité de biais de  $0.14$  °/h pour une intégration de 12 minutes et une ARW de  $0.05$  °/ $\sqrt{h}$  avec un taux d'échantillonnage de 100 Hz [76].

### **RFOG à source blanche : universités Zhejiang et Shanghai Jiao Tong**

Très récemment, un nouveau type de RFOG a été initié par une collaboration de deux universités chinoises. L'équipe de S. Zhao de l'université Jiao Tong à Shanghai a été la première à utiliser en 2020 une source blanche ASE à large bande spectrale comme source de lumière dans une cavité résonante fibrée. Le but était d'expérimenter un capteur de contrainte mécanique en s'inspirant des capteurs interférométriques [77]. Au début de l'année 2022, cette même équipe collabore avec H. Ma de l'université Zhejiang de Hangzhou pour publier le premier RFOG à source blanche [78]. Nous nous attardons sur cette toute nouvelle méthode qui, à mon sens, révolutionne l'état de l'art des RFOG. Ce nouveau type de RFOG a une architecture illustrée sur la Figure 1.13(a) qui est directement inspirée de celle utilisée dans le IFOG sur la Figure 1.8(c). De cette manière, on retrouve une architecture minimaliste et les bruits cohérents sont largement atténués par l'utilisation de la source blanche.

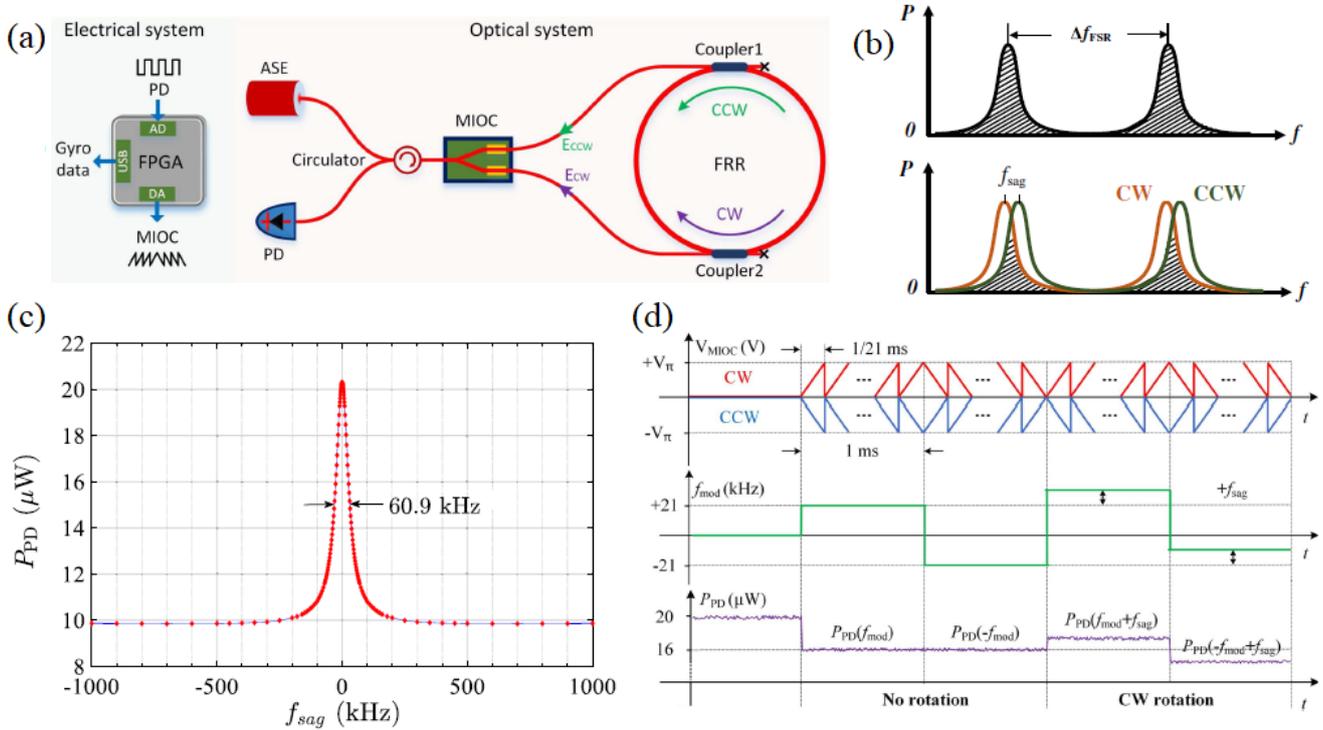


Figure 1.13 – (a) Schéma de l’architecture du RFOG chinois à source blanche. (b) Superposition des réponses spectrales de la cavité dans les deux sens de propagation sans (en haut) et avec (en bas) décalage de fréquence  $f_{sag}$ . (c) Réponse de la photodiode en fonction du décalage en fréquence  $f_{sag}$ . (d) Modulations de phase des PM, décalage de fréquence entre les deux ondes et puissance sur la photodiode avec et sans rotation. Images issus de [78, 79].

La cavité est fermée par deux coupleurs fibrés et possède 100 m de fibre à maintien de polarisation enroulée sur un diamètre de 14 cm. Cette cavité a une finesse de 63, une largeur de raie de 30 kHz et un ISL de 2 MHz. La source blanche de 100 mW est centrée sur  $1.55 \mu m$  avec une largeur spectrale de 35 nm, soit environ 4 THz, bien supérieure à l’ISL de la cavité. La lumière sortie de la source ASE passe par une jonction Y (MIOC : Multifunction Integrated-Optics Chip) avant d’être couplée dans la cavité. Les faisceaux repassent ensuite par la jonction Y et sont recombinaés. La photodiode est placée en sortie du circulateur et détecte les interférences entre les faisceaux transmis par la cavité dans les deux sens. Cette dernière transmet toutes les résonances (séparées de  $ISL = 2 \text{ MHz}$ ) contenues dans les 4 THz de large du spectre de la source blanche. Sans modulation de fréquence et sans rotation, les deux bras recombinaés ont un décalage en fréquence nul  $f_{sag} = 0$ . La superposition des réponses spectrales des deux sens donne le graphe du haut la Figure 1.13(b) où la zone grisée équivaut à la puissance détectée sur la photodiode. Le graphe du bas correspond à la situation où les deux sens ont un décalage en fréquence  $f_{sag}$  non nul. La puissance détectée revient en fait à l’intersection des deux réponses

spectrales. La réponse de la photodiode en fonction de la fréquence de décalage Sagnac  $f_{\text{sag}}$  forme une Lorentzienne représentée sur la Figure 1.13(c). La puissance mesurée par la photodiode est maximale et vaut 20  $\mu\text{W}$  pour  $f_{\text{sag}} = 0$ .

On cherche à créer un décalage de fréquence pour se placer dans la zone la plus sensible aux variations en fréquence. Pour cela, les modulateurs de phase sont alimentés par des tensions en dents de scie d'amplitude  $\pm V_\pi$  avec une fréquence de modulation  $f_{\text{mod}} = 21$  kHz. De cette manière, on introduit un décalage de fréquence continue de  $+f_{\text{mod}}/2$  sur le bras qui sonde le sens horaire (CW : clockwise) et de  $-f_{\text{mod}}/2$  dans le sens anti-horaire (CCW : counter clockwise). On a donc un écart de  $f_{\text{mod}}$  entre les deux sens, ce qui équivaut à avoir  $f_{\text{sag}} = f_{\text{mod}} = 21$  kHz sur la Figure 1.13(c), l'intensité sur la photodiode tombe à 16  $\mu\text{W}$ . Lorsqu'on applique une rotation au système, on a maintenant un décalage supplémentaire qui vient s'ajouter à la fréquence de modulation. La photodiode voit donc une différence de fréquence  $f_{\text{mod}} + f_{\text{sag}}$ , ce qui a pour effet de modifier la puissance observée. On alterne le sens des dents de scie à une fréquence de 1 kHz pour créer une modulation carrée. On récupère le signal d'erreur en démodulant ce signal carré à 1 kHz. Cela permet également de déduire le sens de la rotation. La Figure 1.13(d) résume les propos des ces dernières lignes. On y représente en haut l'évolution temporelle de la modulation en dent de scie des deux modulateurs de phase dans la jonction Y des sens CW et CCW. Au milieu, on voit le décalage de fréquence entre les ondes dans le sens CW et CCW. En bas se trouve finalement l'intensité observée sur la photodiode lorsque le système est au repos ou en rotation. Cette toute nouvelle technique leur permet d'atteindre une stabilité de biais de  $0.009$  °/h pour une intégration de 30 minutes et une ARW de  $0.0093$  °/ $\sqrt{\text{h}}$  avec un échantillonnage de 20 Hz [78]. Ceci fait de ce RFOG le premier à atteindre les performances requises pour la navigation inertielle en terme de stabilité de biais. Par la suite, d'autres papiers issus de leur collaboration proposent une technique alternative toujours avec une source blanche [79, 80].

### 1.4.3 Cavité en fibre à cœur creux (HCF-RFOG)

L'avènement des fibres à cœur creux permet à la lumière de se propager presque exclusivement dans l'air du cœur de la fibre. Ceci rend possible la réduction de l'effet Kerr et des dilatations thermiques. On détaille davantage le procédé de fabrication et le fonctionnement des différents types de fibre à cœur creux dans le Chapitre 4. Les premières utilisations de fibre à cœur creux pour des gyromètres concernaient l'IFOG et sont le fait de l'équipe de M. Digonnet de l'université de Stanford en 2005 [81, 82]. L'année d'après, G.A. Sanders et al. de Honeywell créent la première cavité résonante basée sur une fibre à cœur creux et effectuent les premiers tests du HCF-RFOG (Hollow Core Fiber based Resonator Fiber Optic Gyroscope) [83]. Étant donné qu'il n'existe pas de coupleur commercial basé sur des fibres à cœur creux (il y a cependant des activités de recherche, par exemple à l'Université Zhejiang [84]), il est nécessaire d'avoir un montage en espace libre pour les remplacer. Ce montage comprend des lentilles pour coupler la lumière dans les extrémités de la fibre à cœur creux et éventuellement des polariseurs et des lames demi-ondes pour contrôler la polarisation intracavité [85, 86, 87, 88]. Il y a également

une activité de recherche sur des composants micro-optiques (comme des connecteurs) en fibre à cœur creux [89, 90]. D'autres équipes tentent de souder directement la fibre à cœur creux sur la fibre standard [91, 92] au prix de pertes d'insertions et de réflexion de Fresnel pénalisantes. Nous détaillons dans la suite les travaux et résultats obtenus à Thales durant la thèse d'Alexia Ravaille [6] et à Honeywell, qui détient à ce jour les meilleures performances pour un gyromètre optique résonant basée sur une fibre à cœur creux.

### HCF-RFOG chez Thales

Le début des recherches sur le gyromètre optique résonant à Thales débute en 2015 avec la thèse d'Alexia Ravaille. L'architecture choisie pour le HCF-RFOG est schématisée sur la Figure 1.14(a). Un faisceau laser est divisé en deux bras. Dans chaque bras, un AOM décale la fréquence optique du faisceau. Les deux faisceaux sondent la cavité sur deux résonances séparées de 13 ISL afin d'éviter les problèmes de retrodiffusion. Deux modulateurs de phase (PM) servent à générer deux signaux d'erreur obtenus en observant les intensités réfléchies par la cavité. Les deux asservissements en configuration PDH (voir Chapitre 2) servent à contre-réagir sur les fréquences de décalage des deux AOM en ajustant la fréquence RF du signal électrique les alimentant. La RAM est activement contrôlée avec la méthode de Wong & Hall mais cela n'est volontairement pas indiqué sur le schéma. La cavité est hybride puisqu'on utilise des lentilles, lames  $\lambda/2$  et polariseurs en espace libre pour coupler la lumière dans la fibre à cœur creux.

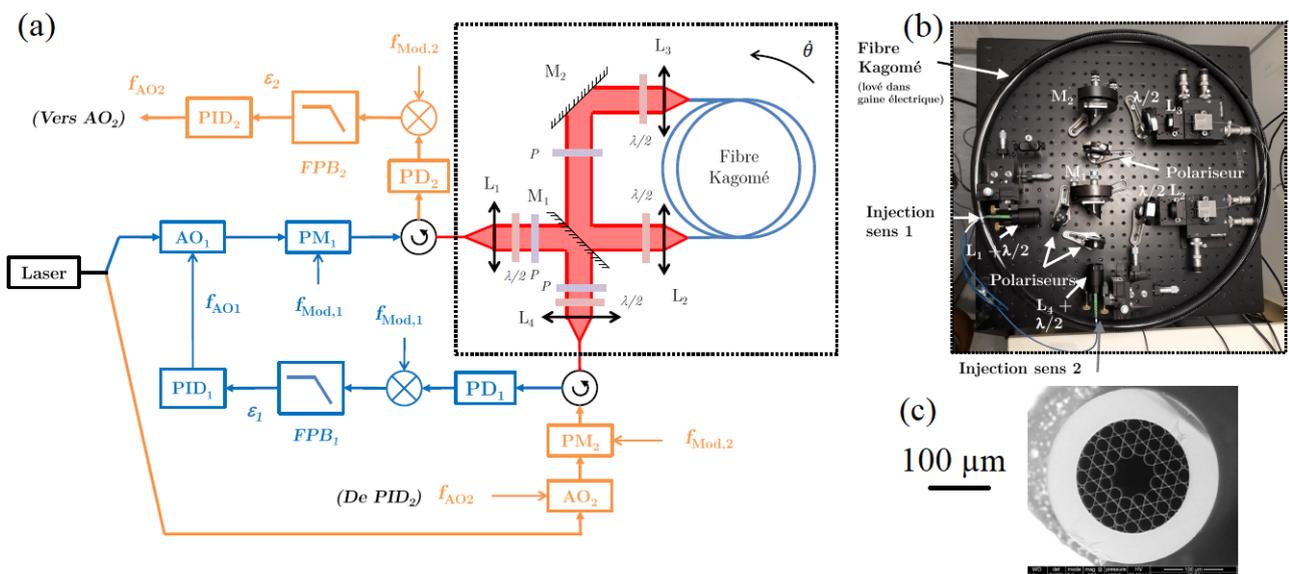


Figure 1.14 – (a) Schéma de principe de la mesure de vitesse de rotation faite par Alexia Ravaille. (b) Photographie du montage optique correspondant à la zone encadrée du schéma (a), la cavité est faite de 20 m de fibre Kagome enroulée sur 60 cm de diamètre. (c) Section de la fibre à cœur creux de type Kagome 7-cell observée au microscope. Images issues de [6].

De nombreux types de fibre à cœur creux, achetées chez NKT ou issues de collaborations avec GLOphotonics et XLIM, ont été testés par Alexia Ravaille durant sa thèse. Presque toutes les fibres ont souffert d'une dégradation de leur transmission, typiquement divisée par deux au bout de quelques heures ou jours. L'origine de cette dégradation n'était pas liée à des poussières bouchant le cœur mais semblerait être liée à une réaction chimique avec l'humidité de l'air. Seule la fibre à cœur creux de type Kagomé 7-cell d'un diamètre de cœur d'environ 60  $\mu\text{m}$  montrée sur la Figure 1.14(c) conservait sa transmission dans le temps. Néanmoins, cette fibre avait une sensibilité aux vibrations mécaniques extrêmement élevée et des pertes de propagation fortement dépendantes du rayon de courbure de la fibre. Elle a tout de même été utilisée dans le montage de la Figure 1.14(b) testé par Alexia Ravaille durant sa thèse [93, 94, 95, 87]. Ceci a conduit à l'établissement d'un nouveau record de performances pour un HCF-RFOG à cette période. En effet, le gyromètre développé a atteint la classe intermédiaire avec une stabilité de biais de  $0.45^\circ/\text{h}$  avec un temps d'intégration de 0.5 s et une marche au hasard d'angle  $\text{ARW} = 0.004^\circ/\sqrt{\text{h}}$  sur une mesure de 20 s [6].

Le gyromètre démontré pendant la thèse d'Alexia Ravaille avait un diamètre de 60 cm et est complètement inadapté à un futur produit. Cela est lié au choix de la fibre Kagomé dont les pertes de propagation dépendent fortement de la courbure de la fibre. Pour un diamètre de bobinage de 15 cm, il avait été observé des pertes d'au moins 30 à 40 dB/km incompatibles avec les objectifs de performances. De plus, les performances étaient limitées par des biais et dérives rapides inexplicables. Les objectifs de ma thèse sont donc de tester de nouvelles fibres à cœur creux compatibles avec un bobinage de diamètre inférieur à 10 cm et identifier l'origine de ces dérives pour éventuellement les supprimer.

### **HCF-RFOG chez Honeywell**

En parallèle de ces recherches sur le RFOG en fibre standard à maintien de polarisation, Honeywell a démontré des HCF-RFOG avec des fibres à cœur creux de type bande interdite photonique (PBG : Photonic Bandgap Hollow Core Fiber) [83]. Dernièrement en 2021, ils utilisaient une HCF à gaine tubulaire (NANF : Nested Anti-resonant Nodeless Fiber) dont la structure au cœur est montrée sur les images au microscope en Figures 1.15(a) et 1.15(b) [88]. Ces fibres NANF ont été fabriquées par l'université de Southampton. La cavité est réalisée avec la fibre NANF (b) de 136 m de long enroulée sur un diamètre de 10 cm et avec un petit tronçon de fibre PMF. Cela leur permet d'utiliser le coupleur en espace libre schématisé sur la Figure 1.15(c) contenant deux lentilles, un polariseur et une lame  $\lambda/2$  pour contrôler la polarisation. La cavité est à température ambiante et a une finesse de 14.5. La mesure de rotation s'effectue avec l'architecture de la Figure 1.15(d) qui est la même que celle utilisée pour leur RFOG à fibre standard sur la Figure 1.11. Les résultats obtenus sont une stabilité de biais de  $0.05^\circ/\text{h}$  pour un temps d'intégration de 2 s et une marche au hasard d'angle  $\text{ARW} = 0.0008^\circ/\sqrt{\text{h}}$  sur une observation de 10 h. Ces performances sont aujourd'hui les meilleures atteintes avec un HCF-RFOG.

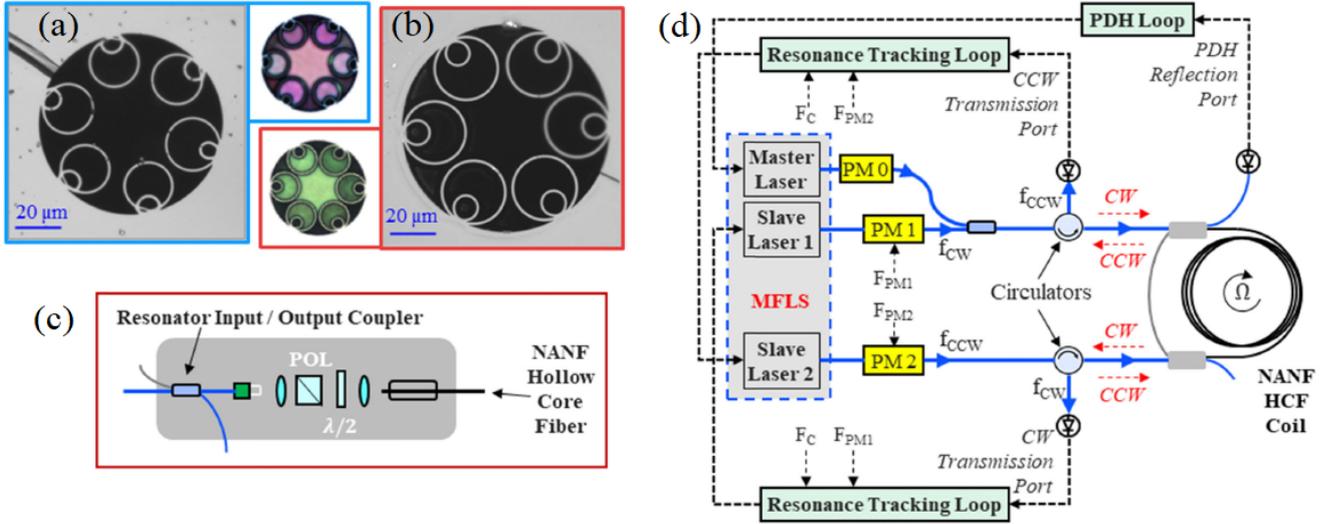


Figure 1.15 – Schéma issu de [88] montrant le HCF-RFOG de Honeywell en association avec l’université de Southampton. (a,b) Sections de deux fibres à cœur creux de type NANF observées au microscope. (c) Composition du coupleur PM-SMF vers HCF. (d) Architecture choisie pour la mesure de vitesse de rotation.

#### 1.4.4 Gyromètres miniatures (RMOG)

Afin de miniaturiser les dimensions de la cavité, cette dernière peut être fabriquée en circuit photonique intégré ou bien dans des cavités à modes de galerie. Les gyromètres miniatures sont souvent nommés RMOG pour Resonant Micro-Optic Gyroscope. La première démonstration d’un gyromètre miniature date de 1983 [96]. Il y a un regain d’intérêt depuis le début des années 2000 suite aux progrès technologiques des différentes plate-formes de fabrication : silice  $\text{SiO}_2$  [97, 98, 99, 100], nitrure de silicium  $\text{SiN}$  [101, 102], ou encore en fluorure de calcium  $\text{CaF}_2$  [103]. L’équipe d’OEwaves détient depuis 2017 la meilleure performance avec une stabilité de biais de  $3^\circ/\text{h}$  pour un temps d’intégration de 1 s et une marche au hasard d’angle  $\text{ARW} = 0.02^\circ/\sqrt{\text{h}}$  [103]. Il s’agit d’un résonateur à modes de galerie (WGMR : Whispering Gallery Modes Resonator) en guide d’onde de  $\text{CaF}_2$  ayant un diamètre de 7 mm et une finesse de 100 000 (voir Figure 1.16(a)). Le laser modulé en phase est injecté dans les deux sens du résonateur avec des lames séparatrices 50/50 et un prisme. L’observation de la réflexion de la cavité dans un sens permet de contre-réagir sur le laser pour le maintenir à résonance tandis que la réflexion dans le second sens sert à obtenir la mesure de vitesse de rotation en boucle ouverte. Les Figures 1.16(b) et 1.16(c) montrent respectivement un modèle 3D et la photographie du gyromètre.

La récente référence [104] est un très bon résumé des différentes avancées des gyromètres miniatures. Il existe d’autres gyromètres miniaturisés qui ne sont pas passifs. L’équipe de K. Vahala de l’université de Caltech a mis au point un premier prototype de gyrolaser à effet Brillouin sur un disque de 36 mm de diamètre pompé optiquement avec un laser externe [105].

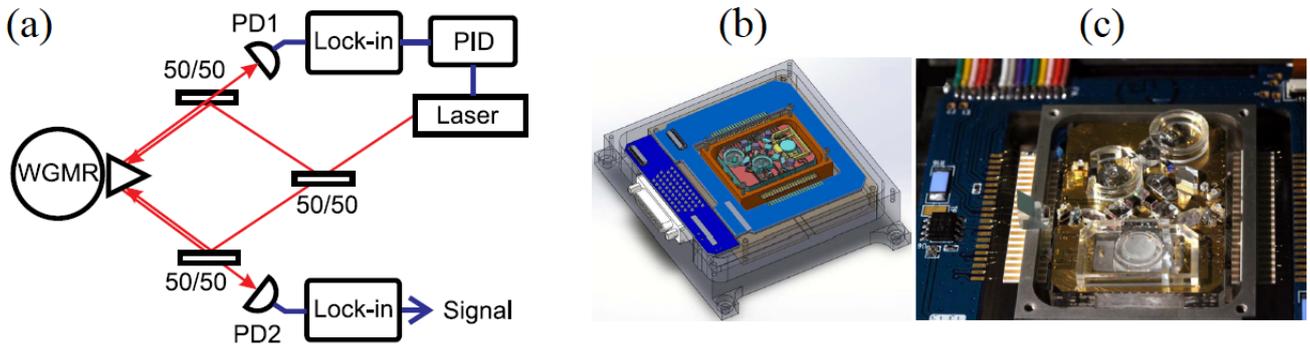


Figure 1.16 – Schéma issu de [103] représentant (a) l’architecture (b) un modèle 3D et (c) la photographie du gyromètre miniaturisé de OEwaves.

Avec une stabilité de biais de  $3.6 \text{ }^\circ/\text{h}$  et une  $\text{ARW} = 0.068 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$ , les performances de ce RLG à effet Brillouin sont du même ordre de grandeur que celle du meilleur RMOG. Récemment, un nouveau type de cavité miniaturisée a été l’oeuvre de collaboration entre plusieurs universités américaines en 2019 [106]. Elle consiste en deux cavités en anneau couplées l’une à l’autre. La première possède des pertes tandis que la deuxième est composée d’un milieu à gain qui compense parfaitement les pertes de la première. Des premières prédictions théoriques montrent que ce nouveau type de cavité serait beaucoup plus sensible à l’effet Sagnac. Certaines équipes, dont celle de M. Dignonnet à Stanford, sont actuellement en train de mettre au point un gyromètre résonant basé sur ce type de cavité [107, 108, 109, 110].

Malgré tous ces travaux, leur potentiel pour la navigation inertielle de haute performance ne semble pas évident. Thales a montré que dans ces architectures miniatures, l’effet Kerr est encore plus limitant que dans les RFOG et conduit à des nécessités de contrôle de puissance qui ne semblent pas très réalistes [111].

### 1.4.5 Vue d’ensemble des acteurs du gyromètre résonant

Cette dernière section du chapitre résume les meilleures performances atteintes par tous les types de gyromètre optique résonant dans la Table 1.2. Il est important de préciser que ces chiffres donnés par les laboratoires sont le résultat d’expériences menées dans des conditions optimales. Pour l’instant, à notre connaissance, aucun des gyromètres optiques résonants passifs destinés à la navigation inertielle n’a subi de test en température ou des tests vibratoires.

Retenons tout de même que les gyromètres optiques résonants les plus proches d’être commercialisés sont les deux prototypes entièrement emballés de Honeywell [75] et de l’université Zhejiang de Hangzhou [76]. Leurs emballages sont photographiés sur les Figures 1.17(a) et 1.17(b). Ces RFOG sont tout deux basés sur des PM-SMF. Ils possèdent des longueurs de fibres différentes, néanmoins leurs performances sont du même ordre de grandeur et se rangent

dans la catégorie des classes intermédiaires :

- Honeywell :  $\sigma_{\dot{\theta}} = 0.15^\circ/\text{h}$  ( $\tau = 5 \text{ h}$ ),  $\text{ARW} = 0.007^\circ/\sqrt{\text{h}}$ .
- Université Zhejiang :  $\sigma_{\dot{\theta}} = 0.14^\circ/\text{h}$  ( $\tau = 12 \text{ min}$ ),  $\text{ARW} = 0.05^\circ/\sqrt{\text{h}}$ .

Ces deux prototypes ont pu être miniaturisés grâce au développement de lasers et de composants optiques en circuits photoniques intégrés. Le destin du gyromètre résonant passif est lié à la montée en maturité des PIC et des fibres à cœur creux. C'est pourquoi Thales participe à des projets européens visant à développer la filière PIC et mène des partenariats avec la XLIM et GLOphotonics pour réaliser des prototypes de fibre à cœur creux. L'objectif est de réussir à fabriquer un démonstrateur de gyromètre résonant passif avec une fibre enroulée sur un diamètre de 8 cm au maximum pour des questions d'encombrement. Pour atteindre la classe inertielle et une stabilité de biais de  $0.01^\circ/\text{h}$ , en tenant compte du facteur d'échelle de la cavité, il faudrait être capable d'avoir une précision de l'ordre de 2 mHz sur la mesure de fréquence. On verra au cours des chapitres suivants les raisons pour lesquelles nous n'avons pour l'instant pas atteint cet objectif. Le prochain chapitre vise à présenter en détail le principe du gyromètre optique résonant passif et énumère les différentes sources de bruits et limitations physiques ou matérielles qui nous empêchent d'atteindre la sensibilité souhaitée.

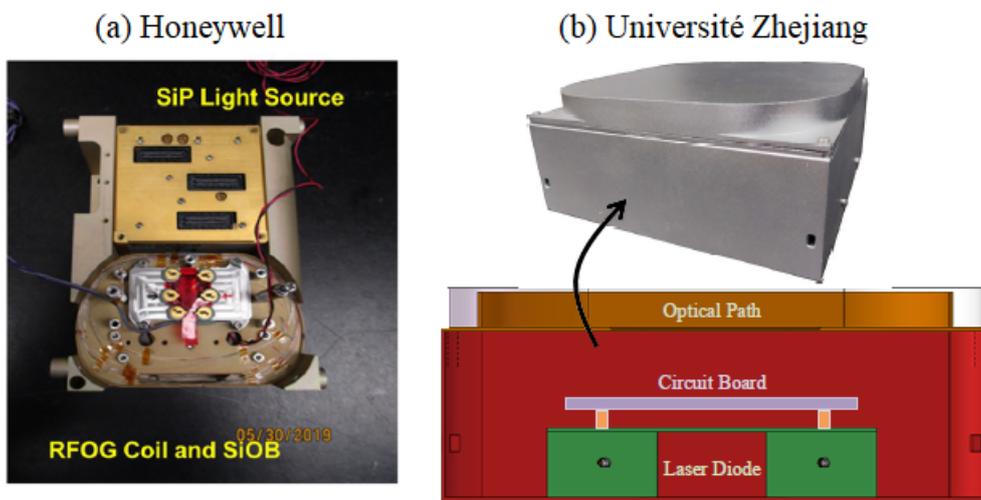


Figure 1.17 – Photographies des RFOG à fibre PM-SMF développés par (a) Honeywell et (b) l'Université Zhejiang de Hangzhou. Images issues de [75, 76]

Types	Références	Spécificités	Performances
PRG	MOE Wuhan (2019) [60]	Cavité carrée de 1 m de côté en espace libre sous vide	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.0004^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 10^3$ s)
	LIGO (2019) [59]	Cavité carrée de 20 cm de côté en espace libre dans une boîte en polystyrène, finesse de 10 000	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.03^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 15$ s)
RFOG fibre en silice	Honeywell (2018) [74]	Cavité de 100 m de PM-SMF, 5 cm de diamètre, finesse environ 20, trois lasers asservis en phase et modulateurs en PIC	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.02^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 8$ h) ARW = $0.003^\circ/\sqrt{\text{h}}$
	Université Zhejiang de Hangzhou (2020) [55]	Cavité de 20 m de PM-SMF soudée à deux tronçons de 5 m fibre monomode polarisante, diamètre de 12 cm, finesse de 15, un laser DFB	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.06^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 370$ s), ARW = $0.0052^\circ/\sqrt{\text{h}}$
	Université Zhejiang de Hangzhou (2021) [69]	Cavité 39 m de fibre monomode SMF soudée à deux coupleurs fibrés, diamètre de 13.5 cm, finesse de 59, contrôleur de polarisation avant cavité	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.05^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 96$ s), ARW = $0.0039^\circ/\sqrt{\text{h}}$
	Université Zhejiang et Jiao Tong (2022) [78]	Source blanche ASE de 35 nm de large, cavité de 100 m de PM-SMF, diamètre de 14 cm, finesse de 63	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.009^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 30$ m), ARW = $0.0093^\circ/\sqrt{\text{h}}$
HCF-RFOG	Honeywell (2021) [88]	Fibre à gaine tubulaire NANF de 136 m de long enroulée sur 10 cm de diamètre, cavité avec une finesse de 14.5	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.05^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 2$ s), ARW = $0.0008^\circ/\sqrt{\text{h}}$
	Beijing Aerospace Times O-E Technology (2020) [86]	Fibre Kagomé de 5.6 m, diamètre de 13 cm, finesse 58.2	$\sigma_{\dot{\theta}} = 0.15^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 200$ s), ARW = $0.04^\circ/\sqrt{\text{h}}$
RMOG	OEwaves (2017) [103]	Résonateur à modes de galerie en $\text{CaF}_2$ , diamètre de 7 mm, finesse 100 000	$\sigma_{\dot{\theta}} = 3^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 1$ s), ARW = $0.02^\circ/\sqrt{\text{h}}$
	Université de Taiyuan (2021) [98]	Cavité en guide d'onde de $\text{SiO}_2$ , diamètre de 6 cm	$\sigma_{\dot{\theta}} = 9.06^\circ/\text{h}$ ( $\tau = 200$ s), ARW = $0.2^\circ/\sqrt{\text{h}}$

Table 1.2 – Tableau résumant l'état de l'art des meilleures performances des gyromètres résonants passifs selon le type de gyromètre, le laboratoire, les spécificités du système et les performances.



---

# Principe du gyromètre résonant passif

---

Dans ce chapitre il s'agit de présenter en détail les caractéristiques et la conception d'une cavité résonante sur laquelle est basé le gyromètre résonant passif. On verra également comment générer un signal d'erreur et suivre la résonance de la cavité à l'aide d'un asservissement de la fréquence du laser. On explique les différentes méthodes de mesures de vitesse de rotation puis on énumère les sources de bruits et biais qui viennent perturber la mesure.

## 2.1 Principe d'une cavité résonante

Une cavité optique résonnante consiste à confiner la lumière dans un montage optique qui se referme sur lui-même. Le montage peut être réalisé avec des miroirs (montage en espace libre), avec des composants fibrés (montage en fibre optique) ou bien avec une association des deux (montage hybride). Un laser est un exemple de cavité optique résonante dite active parce qu'elle contient un milieu amplificateur optique. En revanche, une cavité optique résonante passive, utilisée dans les gyromètres développés dans cette thèse, ne contient pas ce milieu amplificateur : elles sont sondées avec un laser externe. Ces montages sont dits résonnants car leurs propriétés en transmission et en réflexion dépendent de la fréquence optique du faisceau de sonde. L'onde optique qui circule dans la cavité entre en résonance lorsqu'un multiple entier  $p$  de sa longueur d'onde  $\lambda$  vaut exactement la longueur optique  $nL$  de la cavité de longueur géométrique  $L$  et d'indice de réfraction  $n$ .

$$p \times \lambda = nL, \quad p \in \mathbb{N}. \quad (2.1)$$

A résonance, l'onde qui circule dans la cavité a une intensité maximale et met un temps  $\tau_0$  pour en effectuer un tour complet. On définit son intervalle spectral libre (ISL), noté  $\Delta\nu_{\text{ISL}}$ , par :

$$\Delta\nu_{\text{ISL}} = \frac{1}{\tau_0} = \frac{c}{nL}. \quad (2.2)$$

Ainsi, les fréquences de résonance de la cavité correspondent aux multiples entiers de l'intervalle spectral libre :

$$\nu_p = \frac{c}{\lambda} = p \frac{c}{nL} = p \times \Delta\nu_{\text{ISL}}, \quad p \in \mathbb{N}. \quad (2.3)$$

Avec un laser de longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm, on observe  $p = nL/\lambda \simeq 14 \times 10^6$  fois l'ISL de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation présentée au Chapitre 4.

Une cavité en anneau a une aire non nulle contrairement aux cavités linéaires type Fabry-Pérot. Lorsqu'une cavité en anneau est en rotation, le temps de propagation de la lumière dans

la cavité est modifié par l'effet Sagnac, comme nous l'avons évoqué au Chapitre 1. On rappelle que l'effet Sagnac induit un décalage en fréquence entre les deux résonances sondées qui s'écrit :

$$\Delta\nu_S = \frac{4A\dot{\theta}}{nL\lambda} . \quad (2.4)$$

Deux types de cavité en anneau sont représentées sur la Figure 2.1. La cavité (a) est entièrement en espace libre et utilise des miroirs semi-réfléchissants (aussi appelés coupleurs)  $M_1$  et  $M_2$  ainsi que des miroirs totalement réfléchissants  $M_3$  et  $M_4$ . Les coupleurs fibrés  $C_1$  et  $C_2$  de la cavité (b) tout en fibre optique remplissent la même fonction que les miroirs hautement réfléchissants. Il existe aussi des cavités hybrides qui utilisent des lentilles pour coupler la lumière dans la fibre optique et des miroirs pour fermer la cavité. Un exemple de cavité hybride est illustré sur les Figures 1.11 et 1.14 au Chapitre 1.

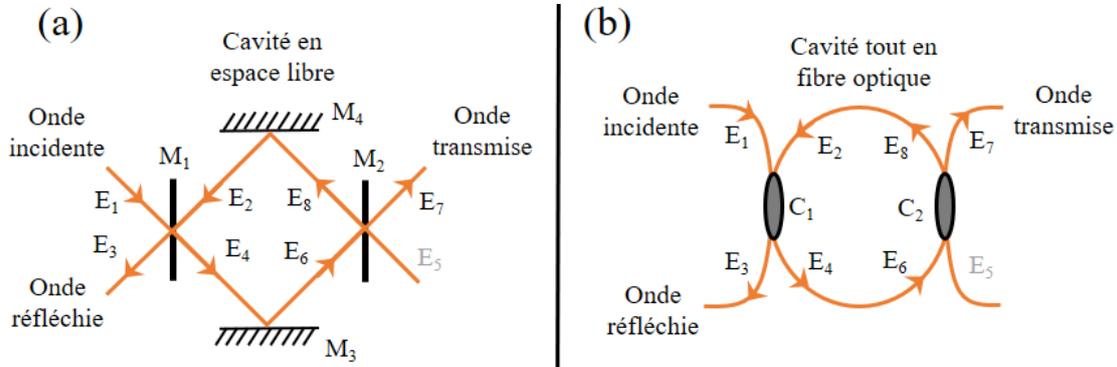


Figure 2.1 – Schémas représentant deux cavités en anneau et les champs électriques  $E_i$  y circulant. (a) Cavité en espace libre avec miroirs semi-réfléchissants  $M_1$  et  $M_2$  et miroirs totalement réfléchissants  $M_3$  et  $M_4$ . (b) Cavité tout en fibre optique avec coupleurs fibrés  $C_1$  et  $C_2$ .

Le formalisme présenté ici est directement tiré de la thèse d'Alexia Ravaille [6]. Il s'applique aux deux types de cavité de la Figure 2.1 et aux cavités hybrides. Nous considérons une seule onde incidente sur le miroir  $M_1$ . On définit d'abord les paramètres du faisceau sonde, des miroirs et les pertes intracavité :

- La lumière incidente d'amplitude  $E_0$  est supposée monochromatique à une longueur  $\lambda = c/\nu_L$  où  $c = 3 \times 10^8$  m/s est la célérité de la lumière dans le vide et  $\nu_L = \omega_L/2\pi$  est la fréquence optique de pulsation  $\omega_L$ . On suppose que la polarisation est conservée lors de la propagation de la lumière.
- Les miroirs  $M_{1,2}$  ou coupleurs  $C_{1,2}$  ont un coefficient de réflexion  $r_{1,2}$  et de transmission  $t_{1,2}$  du champ électrique, ainsi qu'un coefficient de perte en intensité  $\gamma_{1,2}$ .
- Les transmissions intracavité  $T_1$  et  $T_2$  sont exprimées en intensité<sup>1</sup>. Elles correspondent respectivement à la transmission de la lumière sur le trajet allant de  $M_1$  vers  $M_2$  (ou  $C_1$

1. Contrairement à la thèse d'Alexia Ravaille.

vers  $C_2$ ) et sur le trajet allant  $M_2$  vers  $M_1$  (ou  $C_2$  vers  $C_1$ ).  $T_1$  et  $T_2$  incluent les pertes de couplages (dans la fibre ou lors de l'alignement) et les pertes de propagation. On notera  $T = T_1 T_2$  la transmission intracavité sur la totalité de la cavité.

- Les temps de propagation  $\tau_1$  et  $\tau_2$  correspondent respectivement aux temps mis par la lumière sur le trajet allant de  $M_1$  vers  $M_2$  et sur le trajet allant de  $M_2$  vers  $M_1$ . On notera  $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 1/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  le temps total que met la lumière pour effectuer un tour.

Les équations décrivant les relations entre chacun des champs représentés sur la Figure 2.1 sont données ci-dessous :

$$E_1 = E_0 e^{i2\pi\nu_L t} , \quad (2.5)$$

$$E_2 = \sqrt{T_2} e^{i2\pi\nu_L \tau_2} E_8 , \quad (2.6)$$

$$E_3 = -r_1 \sqrt{1 - \gamma_1} E_1 + t_1 \sqrt{1 - \gamma_1} E_2 , \quad (2.7)$$

$$E_4 = t_1 \sqrt{1 - \gamma_1} E_1 + r_1 \sqrt{1 - \gamma_1} E_2 , \quad (2.8)$$

$$E_5 = 0 , \quad (2.9)$$

$$E_6 = \sqrt{T_1} e^{i2\pi\nu_L \tau_1} E_4 , \quad (2.10)$$

$$E_7 = -r_2 \sqrt{1 - \gamma_2} E_5 + t_2 \sqrt{1 - \gamma_2} E_6 , \quad (2.11)$$

$$E_8 = t_2 \sqrt{1 - \gamma_2} E_5 + r_2 \sqrt{1 - \gamma_2} E_6 . \quad (2.12)$$

On peut désormais faire le rapport entre les champs électriques réfléchi  $E_3$  ou transmis  $E_7$  et le champ entrant dans la cavité  $E_1$  pour calculer les fonctions de transfert de la cavité en réflexion et en transmission. Cela sera l'objet des prochaines sous-sections.

### 2.1.1 Fonctions de transfert

On notera  $F(\nu_L)$  la fonction de transfert de la cavité en fonction de la fréquence optique du laser  $\nu_L$ . Considérons une onde ayant fait un tour de cavité. On introduit le paramètre suivant :

$$g = r_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T} , \quad (2.13)$$

qui correspond à la transmission totale intracavité du champ électrique ayant fait un tour complet sans inclure le miroir  $M_1$ . On verra que ce paramètre  $g$  joue un rôle déterminant pour les caractéristiques de la cavité. Il nous sera également utile pour simplifier les expressions des fonctions de transfert en transmission et en réflexion que nous allons présenter ci-dessous. On retrouve des expressions similaires pour la transmission et la réflexion dans les références [29, 30].

## En transmission

La fonction de transfert en amplitude du champ électrique en transmission  $F_T(\nu_L)$  est donnée par le rapport entre le champ  $E_7$  transmis par le miroir  $M_2$  et le champ incident dans la cavité  $E_1$ . Selon la Figure 2.1 et les équations (2.5) à (2.12), on a :

$$F_T(\nu_L) = \frac{E_7}{E_1} = \frac{t_1 t_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2\pi\nu_L \tau_1}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L / \Delta\nu_{\text{ISL}}}}. \quad (2.14)$$

La fonction de transfert dépend du temps de propagation  $\tau_1$  de l'onde entre les miroirs  $M_1$  et  $M_2$ . En fonction de la structure de la cavité utilisée, on distingue les deux situations suivantes :

- Dans le cas où la cavité est symétrique comme celles des Figures 2.1(a) et Figure 2.1(b), le miroir de sortie  $M_2$  se trouve exactement à mi-parcours de la cavité. Le temps de propagation  $\tau_{1,\text{sym}}$  pour une cavité symétrique vaut :

$$\tau_{1,\text{sym}} = \frac{2}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}. \quad (2.15)$$

On calcule l'expression de la dérivée de la fonction de transfert en transmission  $F'_{T,\text{sym}}(\nu_L)$  pour une cavité symétrique :

$$F'_{T,\text{sym}}(\nu_L) = \frac{dF_{T,\text{sym}}(\nu_L)}{d\nu_L} = \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} F_T(\nu_L) \left[ 2 + F_T(\nu_L) \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} e^{-i2\pi\nu_L / \Delta\nu_{\text{ISL}}} \right]. \quad (2.16)$$

- La cavité peut ne pas être symétrique. Par exemple, la cavité hybride de la Figure 1.14 est asymétrique. Sur cette dernière, la distance parcourue par la lumière entre les miroirs est négligeable par rapport à la longueur de la fibre. On fait l'approximation que la totalité de la longueur optique de la cavité correspond à celle de la fibre optique. Le temps de propagation  $\tau_{1,\text{asym}}$  pour une cavité asymétrique vaut :

$$\tau_{1,\text{asym}} \simeq \frac{1}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}. \quad (2.17)$$

De même, on donne l'expression de la dérivée de la fonction de transfert pour une cavité asymétrique notée  $F'_{T,\text{asym}}(\nu_L)$  :

$$F'_{T,\text{asym}}(\nu_L) = \frac{dF_{T,\text{asym}}(\nu_L)}{d\nu_L} = \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} F_T(\nu_L) \left[ 1 + F_T(\nu_L) \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} \right]. \quad (2.18)$$

Les expressions de ces dérivées nous serviront pour la linéarisation de l'expression signal d'erreur au Chapitre 3. Le détail des calculs est donné en Annexe B.

La puissance  $P$  est liée au champ électrique par la relation  $P = |E|^2$ . On retrouve la puissance normalisée transmise par la cavité en calculant le module carré de cette fonction de transfert :

$$|F_T(\nu_L)|^2 = \frac{P_7}{P_1} = \frac{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)T_1}{(1 - r_1g)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4r_1g}{(1 - r_1g)^2} \sin^2\left(\frac{\pi\nu_L}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right)}. \quad (2.19)$$

Le résultat est le même en considérant une cavité symétrique ou asymétrique. On voit que l'équation (2.19) est périodique de période  $\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Par conséquent, on peut la tracer en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  qui correspond à l'écart  $\delta\nu$  à une fréquence de résonance normalisé par l'ISL de la cavité. La Figure 2.2 montre en trait plein l'évolution de  $|F_T(\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}})|^2$  pour trois différentes valeurs du coefficient de réflexion  $r_1$  du miroir  $M_1$ . Pour ces calculs, tous les miroirs sont supposés parfaits avec des pertes  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ . On remarque qu'à mesure que l'écart à la résonance se réduit, l'intensité transmise augmente et devient maximale exactement à résonance pour  $\delta\nu = 0$ . Loin de la résonance, la cavité ne transmet quasiment plus rien.

On obtient la valeur maximale de la transmission à résonance dans le cas où  $r_1 = g$ , qu'on appelle couplage critique, lorsque les pertes intracavité  $g$  sont équivalentes à la réflexion du miroir. Le cas où  $r_1 > g$  correspond à une situation dite de couplage sous-critique et le cas  $r_1 < g$  à une situation de couplage sur-critique.

## En réflexion

Le champ électrique réfléchi par la cavité de la Figure 2.1 résulte de la somme cohérente du champ électrique incident réfléchi par le miroir  $M_1$  (qui ne rentre pas dans la cavité) et d'une partie du champ sortie de la cavité par le miroir  $M_1$ . Ce dernier correspond à de multiples champs électriques, chacun ayant fait un certain nombre de tours dans la cavité. De même qu'auparavant, on définit la fonction de transfert en amplitude de la cavité observée en réflexion  $F_R(\nu_L)$  comme le rapport entre le champ  $E_3$  et le champ incident dans la cavité  $E_1$ . En utilisant les équations (2.5) à (2.12), on obtient :

$$F_R(\nu_L) = \frac{E_3}{E_1} = \sqrt{1 - \gamma_1} \left( \frac{-r_1 + ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right). \quad (2.20)$$

Elle ne dépend pas du caractère symétrique ou non de la cavité contrairement à la fonction de transfert en transmission. On peut aussi calculer l'expression de la dérivée de la fonction de transfert en réflexion notée  $F'_R(\nu_L)$  en équation (2.21). On l'utilisera également pour linéariser l'expression du signal d'erreur. Le détail des calculs sont donnés en Annexe B.

$$F'_R(\nu_L) = \frac{dF_R}{d\nu_L}(\nu_L) = \sqrt{1 - \gamma_1} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \left[ \frac{ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] [1 + r_1F_R(\nu_L)]. \quad (2.21)$$

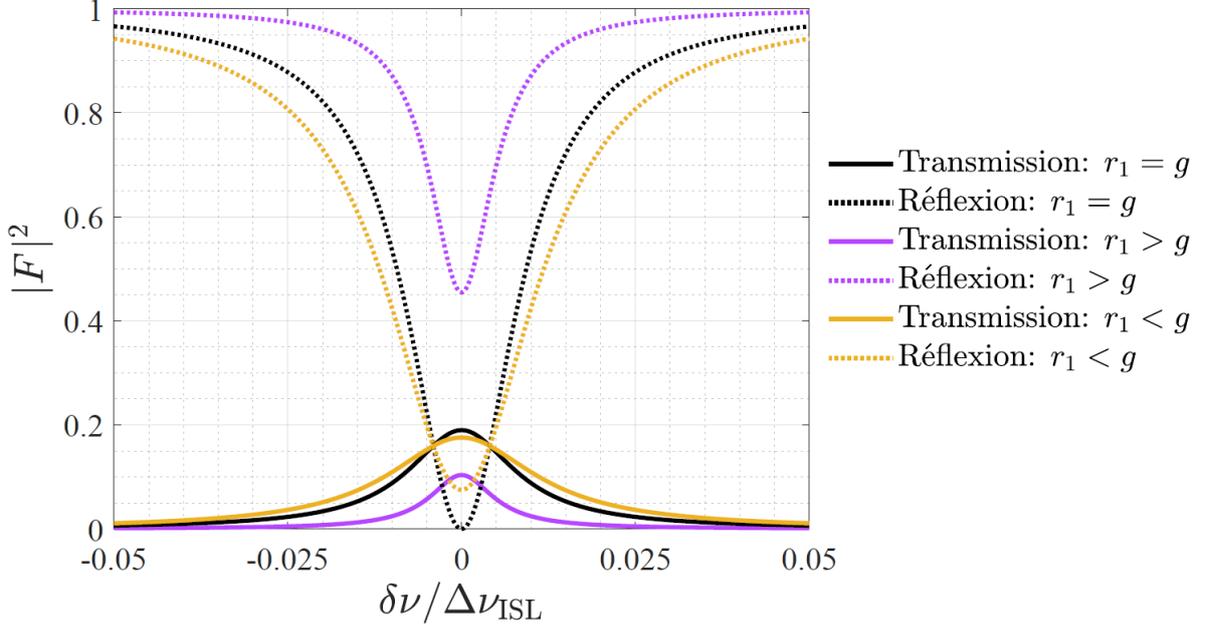


Figure 2.2 – Évolution des puissances normalisées en transmission  $|F_T|^2$  (traits plein) et en réflexion  $|F_R|^2$  (en pointillés) en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  pour trois différentes valeurs de  $r_1$ . Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ . Pour la courbe en noir on a  $r_1 = g = 0.9712$ , en violet on a  $r_1 = 0.9943$  et en jaune on a  $r_1 = 0.95$ .

On retrouve aussi la puissance normalisée réfléchie par la cavité en calculant le module carré de cette fonction de transfert :

$$|F_R(\nu_L)|^2 = \frac{P_3}{P_1} = (1 - \gamma_1) \left( 1 - \frac{1 - \left( \frac{r_1 - g}{1 - r_1 g} \right)^2}{1 + \frac{4r_1 g}{(1 - r_1 g)^2} \sin^2 \left( \frac{\pi \nu_L}{\Delta \nu_{\text{ISL}}} \right)} \right). \quad (2.22)$$

On voit que l'équation (2.22) est également périodique de période  $\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . La Figure 2.2 montre en pointillé l'évolution de  $|F_R(\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}})|^2$  pour les trois valeurs de  $r_1$  utilisées en transmission. On remarque que la puissance réfléchie est maximale hors résonance et minimum à résonance.

On obtient la valeur minimale à résonance pour le couplage critique avec  $r_1 = g$  où on a une interférence destructive entre le faisceau réfléchi par le miroir  $M_1$  et le faisceau sortie de la cavité par  $M_1$  car ils sont déphasés de  $180^\circ$  et ont la même puissance. On peut considérer que l'observation de la réflexion de la cavité permet une comparaison entre la phase du champ électrique incident sur la cavité et la phase du champ électrique intracavité qui sert de référence [112, 113, 114].

## Propriétés de symétrie

On démontre en Annexe B les propriétés de symétrie des fonctions de transfert suivantes. Elles sont valables en transmission comme en réflexion et seront utiles pour les calculs de linéarisation des signaux d'erreur. Ici  $\nu_0$  est une des fréquences de résonance de la cavité et  $\delta\nu$  un écart de fréquence autour de cette fréquence.

$$\begin{cases} F(\nu_0 - \delta\nu) = \overline{F(\nu_0 + \delta\nu)} , \\ \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_0 - \delta\nu) = -\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_0 + \delta\nu) . \end{cases} \quad (2.23)$$

La prochaine sous-section vise à présenter les outils qui permettent de quantifier les performances de la cavité comme son contraste ou sa finesse.

### 2.1.2 Caractéristiques de la cavité : finesse, largeur de raie et contraste

Pour caractériser une résonance, on définit la largeur de raie  $\Gamma$  de la cavité comme la largeur en fréquence à mi-hauteur du pic de résonance. Elle est donnée par :

$$P\left(\frac{\Gamma}{2}\right) = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} , \quad (2.24)$$

où  $P_{\max}$  et  $P_{\min}$  sont respectivement le maximum et le minimum de puissance. Le maximum de puissance en transmission  $P_{\max,T}$  et le minimum de puissance réfléchi  $P_{\min,R}$  sont obtenus à résonance lorsque  $\delta\nu = 0$ . Le minimum de puissance en transmission  $P_{\min,T}$  et le maximum de puissance réfléchi  $P_{\max,R}$  sont obtenus hors résonance pour  $\delta\nu = \Delta\nu_{\text{ISL}}/2$ . On a donc :

$$|F_T(0)|^2 = \frac{P_{\max,T}}{P_1} = \frac{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)T_1}{(1 - r_1g)^2} , \quad (2.25)$$

$$|F_T\left(\frac{\Delta\nu_{\text{ISL}}}{2}\right)|^2 = \frac{P_{\min,T}}{P_1} = \frac{(1 - r_1^2)(1 - r_2^2)(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)T_1}{(1 + r_1g)^2} , \quad (2.26)$$

$$|F_R\left(\frac{\Delta\nu_{\text{ISL}}}{2}\right)|^2 = \frac{P_{\max,R}}{P_1} = (1 - \gamma_1) \left(\frac{r_1 - g}{1 - r_1g}\right)^2 , \quad (2.27)$$

$$|F_R(0)|^2 = \frac{P_{\min,R}}{P_1} = (1 - \gamma_1) \left(\frac{r_1 + g}{1 + r_1g}\right)^2 . \quad (2.28)$$

À l'aide des équations (2.24) à (2.28), on retrouve la même expression de la largeur de raie pour une cavité observée en transmission ou en réflexion :

$$\Gamma = \frac{2\Delta\nu_{\text{ISL}}}{\pi} \arcsin\left(\frac{1 - r_1g}{\sqrt{2}\sqrt{1 + r_1^2g^2}}\right) . \quad (2.29)$$

Le paramètre communément utilisé par les physiciens pour décrire une cavité est la finesse notée  $\mathcal{F}$ . Elle décrit le rapport entre l'intervalle spectral libre et la largeur de raie :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{\text{ISL}}}{\Gamma} . \quad (2.30)$$

Elle sera déterminée expérimentalement à partir de la mesure de la largeur de raie  $\Gamma$  du pic de résonance. En reprenant les équations (2.29) et (2.30), on obtient une expression plus détaillée :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{2 \arcsin \left( \frac{1 - r_1 g}{\sqrt{2} \sqrt{1 + r_1^2 g^2}} \right)} . \quad (2.31)$$

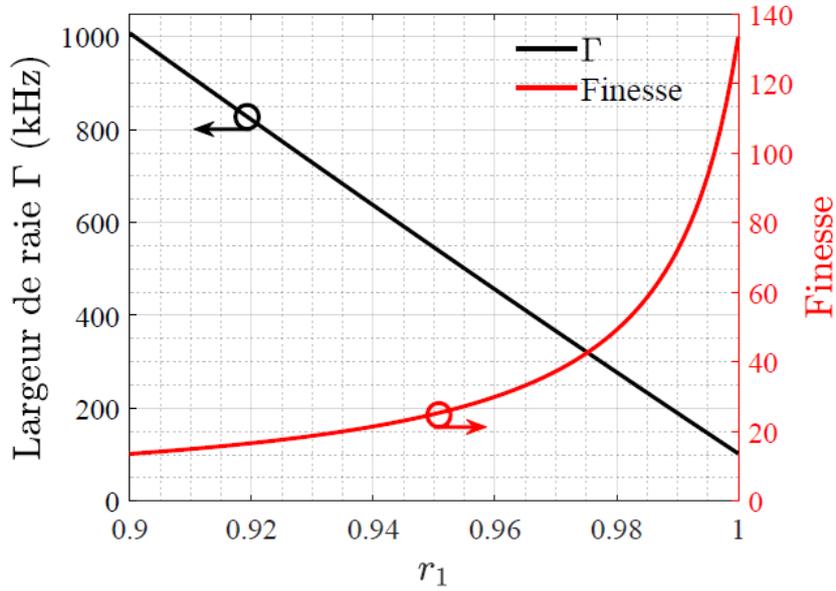


Figure 2.3 – Évolution de la largeur de raie  $\Gamma$  et de la finesse de la cavité en fonction de  $r_1$  compris entre 0.9 à 1 avec les paramètres  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_2 = r_1$ ,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz et  $T = 0.954$ .

La Figure 2.3 montre l'évolution de la largeur de raie  $\Gamma$  et la finesse  $\mathcal{F}$  en fonction du coefficient de réflexion en amplitude  $r_1$  à partir des équations (2.29) et (2.31). Les paramètres sont ceux de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation étudiée dans le Chapitre 4.

Afin d'évaluer la profondeur du pic de résonance en réflexion, on définit le contraste  $\mathcal{C}$  :

$$\mathcal{C} = \frac{P_{\text{max,R}} - P_{\text{min,R}}}{P_{\text{max,R}}} . \quad (2.32)$$

Au couplage critique, le contraste vaut 1 puisqu'on a  $P_{\text{min,R}} = 0$ . On retrouve son expression analytique avec les équations (2.24) à (2.28) :

$$\mathcal{C} = \frac{4r_1 g (1 - r_1^2) (1 - g^2)}{(1 - r_1 g)^2 (r + g)^2} . \quad (2.33)$$

La prochaine section est dédiée à la méthode de modulation-démodulation qui va servir à générer un signal d'erreur et mesurer le décalage de la fréquence du laser par rapport à la fréquence de résonance.

## 2.2 Signal d'erreur et principe de modulation-démodulation

Afin de mesurer la vitesse de rotation, on asservit à résonance la fréquence des ondes optiques qui se propagent dans les deux directions dans la cavité en présence de rotation. Dans cette partie nous allons décrire en détail le principe de modulation-démodulation qui permet d'utiliser la cavité comme un discriminateur de fréquence et générer les signaux d'erreur des asservissements. La modulation de fréquence a d'abord été introduite pour les télécommunications radio [115, 116] dans les années 1920 puis reprise pour la spectroscopie [117, 118, 119] dans les années 1980. Une technique de modulation-démodulation bien connue est la méthode dite PDH, que nous présenterons plus bas.

La lumière incidente dans la cavité est modulée en phase avec un modulateur de phase (noté PM pour Phase Modulator) à une fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$ . Une modulation de phase en sinus se traduit par une modulation de la fréquence optique en cosinus puisque la fréquence  $f$  est proportionnel à la dérivée temporelle de la phase  $\phi$  :

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t} . \quad (2.34)$$

Une photodiode, notée PD, convertit l'intensité transmise ou réfléchiée par la cavité en un signal électrique. Ce signal est démodulé en le mixant avec un signal électrique à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  déphasé d'une phase  $\varphi_d$ , dite phase de démodulation. Le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$ , qui sert à évaluer le décalage de la fréquence de l'onde incidente par rapport à la résonance, est généré par filtrage du signal mixé avec un filtre passe bas, noté FPB. La phase  $\varphi_d$  est ajustée pour compenser les retards électriques et optiques et optimiser l'amplitude du signal d'erreur. La totalité du processus est schématisé dans la Figure 2.4. Les deux prochaines sous-sections sont consacrées à la description des expressions générales et linéarisées du signal d'erreur en transmission et en réflexion. On se place d'abord dans le cas parfait où l'on ne considère aucune modulation d'amplitude résiduelle (RAM) associée au processus de modulation de la phase. Cette hypothèse simpliste ne correspond pas à la réalité. L'analyse et les calculs du Chapitre 3 mèneront plus tard à une expression du signal d'erreur qui tient compte d'une modulation d'amplitude résiduelle parasite. On retrouvera d'ailleurs les expressions indiquées ici.

### 2.2.1 Expression générale du signal d'erreur

On décrit dans cette partie les étapes de calculs menant à l'expression du signal d'erreur en partant du champ électrique initial. Nous considérons un laser monochromatique de fréquence  $\nu_L$  ayant un champ électrique  $E_L$  d'amplitude  $E_0$  :

$$E_L = E_0 e^{i2\pi\nu_L t} . \quad (2.35)$$

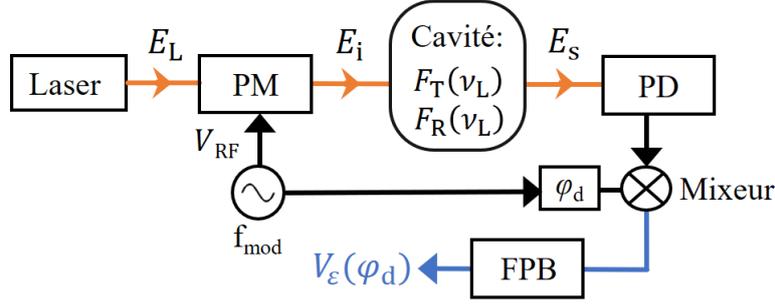


Figure 2.4 – Schéma de principe de la modulation-démodulation pour l'obtention d'un signal d'erreur. PM : modulateur de phase, PD : photodiode, FPB : filtre passe bas.

Ce champ se propage dans un modulateur de phase PM alimenté d'une tension sinusoïdale d'amplitude  $V_{\text{RF}}$  oscillant à la fréquence  $f_{\text{mod}}$ . L'amplitude de modulation  $\beta$  est liée à l'amplitude  $V_{\text{RF}}$  et à la tension  $V_{\pi}$  créant un déphase de  $\pi$  par :

$$\frac{\beta}{V_{\text{RF}}} = \frac{\pi}{V_{\pi}} . \quad (2.36)$$

Typiquement, pour nos modulateurs de phase on a  $V_{\pi} = 3.4$  V et cette valeur est sensible à la température du PM. Le champ électrique modulé, en sortie du modulateur de phase  $E_i$ , s'écrit [119, 120] :

$$E_i = E_0 e^{i2\pi\nu_L t} e^{i\beta \sin(2\pi f_{\text{mod}} t)} = E_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(\beta) e^{i2\pi(\nu_L + k f_{\text{mod}}) t} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E_k . \quad (2.37)$$

Le champ électrique de l'onde modulée est donc la superposition de différentes bandes latérales  $E_k$  d'amplitudes  $E_0 J_k(\beta)$  à la fréquence  $\nu_L + k f_{\text{mod}}$ , comme illustré sur la Figure 2.5. La variable  $k$  est un nombre entier et les termes  $J_k(\beta)$  sont les fonctions de Bessel de première espèce représentées sur la Figure 2.6. Elles vérifient la propriété suivante :  $J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$ . On notera  $J_k = J_k(\beta)$  pour réduire l'écriture.

Le champ transmis ou réfléchi sur la cavité  $E_s$  est obtenu en multipliant chaque bande latérale  $E_k$  par la fonction de transfert de la cavité à la fréquence correspondante,  $F(\nu_L + k f_{\text{mod}})$ , ce qui conduit à :

$$E_s = E_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k F(\nu_L + k f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L + k f_{\text{mod}}) t} . \quad (2.38)$$

En calculant la puissance de sortie  $P_s = |E_s|^2$  qu'on démodule ensuite à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$ , on trouve l'expression générale du signal d'erreur. On détaille les calculs en Annexe E. Rappelons qu'on fait ici l'hypothèse qu'il n'y a pas de modulation d'amplitude résiduelle (RAM) introduite par le modulateur de phase (voir Chapitre 3 pour plus de détails). On obtient

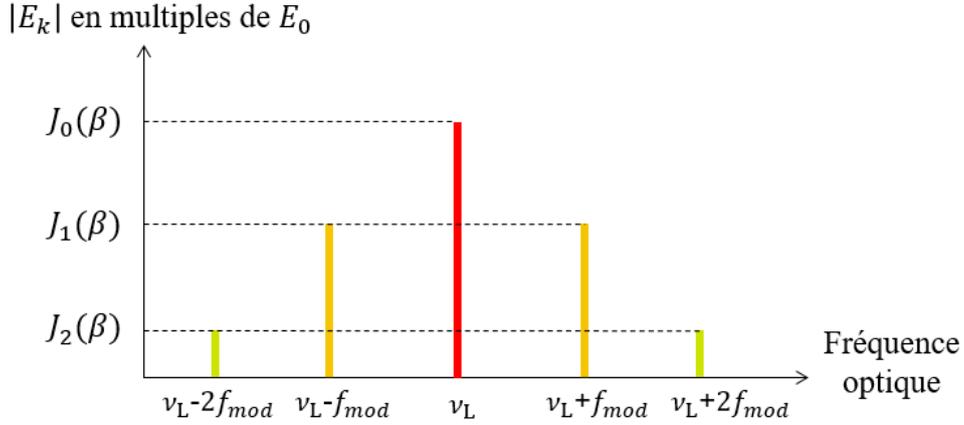


Figure 2.5 – Schéma représentant le spectre optique du champ électrique en sortie du modulateur de phase. Dans cet exemple on a  $\beta \approx 1$  rad.

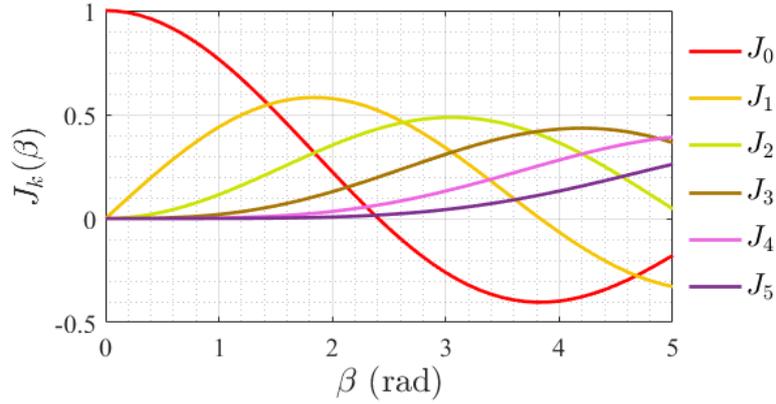


Figure 2.6 – Évolution des fonctions de Bessel de premier espèce  $J_k(\beta)$  pour  $k$  allant de 0 à 5 en fonction de l'amplitude de modulation  $\beta$ .

alors l'expression générale du signal d'erreur sans RAM :

$$V_\varepsilon(\varphi_d) = GP_0 \sum_{k=0}^{+\infty} J_k J_{k+1} [\operatorname{Re}(a_k) \sin(\varphi_d) + \operatorname{Im}(a_k) \cos(\varphi_d)] , \quad (2.39)$$

où  $P_0 = |E_0|^2$  est la puissance incidente (en W),  $G$  le gain optoélectronique (en V/W) qui contient la réponse de la photodiode et le gain de la démodulation à  $f_{\text{mod}}$ . Le coefficient  $a_k$  dans l'équation (2.39) est donné par :

$$a_k = F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+1)f_{\text{mod}})} - F(\nu_L - (k+1)f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L - kf_{\text{mod}})} . \quad (2.40)$$

La prochaine section est dédiée à l'étude de linéarisation de cette expression autour d'une fréquence de résonance.

## 2.2.2 Expression linéarisée du signal d'erreur

Dans cette partie, il s'agit de linéariser l'expression générale du signal d'erreur sans RAM de l'équation (2.39) pour de faibles variations  $\delta\nu$  de la fréquence optique du laser  $\nu_L$  autour d'une fréquence de résonance de la cavité  $\nu_0 = p\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Pour cela on effectue les développements de Taylor du signal d'erreur et de la fonction de transfert en  $\nu_L = \delta\nu + \nu_0$  :

$$V_\varepsilon(\nu_0 + \delta\nu) = V_\varepsilon(\nu_0) + \delta\nu \frac{dV_\varepsilon}{d\nu_L}(\nu_0) , \quad (2.41)$$

$$F(\nu_0 + \delta\nu) = F(\nu_0) + \delta\nu \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_0) = F(\nu_0) + \delta\nu F'(\nu_0) , \quad (2.42)$$

où  $F' = dF/d\nu_L$ . Après plusieurs étapes de calculs qui seront présentées dans l'Annexe E, l'expression linéaire du signal d'erreur avec la variation de fréquence  $\delta\nu$  est donnée par :

$$V_{\varepsilon,\text{lin}}(\varphi_d) = \delta\nu GP_0 \sum_{k=0}^{+\infty} J_k J_{k+1} \left[ \text{Re}\left(a'_k(\nu_0)\right) \sin(\varphi_d) + \text{Im}\left(a'_k(\nu_0)\right) \cos(\varphi_d) \right] , \quad (2.43)$$

avec

$$a'_k(\nu_0) = \frac{da_k}{d\nu_L}(\nu_0) = -2 \left[ F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F'(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) - F'(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) \right] , \quad (2.44)$$

où  $a'_k(\nu_0)$  est la dérivée des  $a_k$  par rapport à la fréquence  $\nu_L$  évaluée à la fréquence de résonance  $\nu_0$ . Elle s'obtient grâce aux propriétés de symétries du système (2.23). On en déduit l'expression de la pente normalisée  $K_\varepsilon(\varphi_d)$  en  $\text{Hz}^{-1}$  du signal d'erreur sans RAM :

$$K_\varepsilon(\varphi_d) = \sum_{k=0}^{+\infty} J_k J_{k+1} \left[ \text{Re}\left(a'_k(\nu_0)\right) \sin(\varphi_d) + \text{Im}\left(a'_k(\nu_0)\right) \cos(\varphi_d) \right] , \quad (2.45)$$

qui vérifie

$$V_{\varepsilon,\text{lin}}(\varphi_d) = \delta\nu GP_0 K_\varepsilon(\varphi_d) \quad (2.46)$$

On voit que la pente  $K_\varepsilon(\varphi_d)$  dépend de la phase de démodulation  $\varphi_d$ . Sur la Figure 2.7, on illustre l'évolution des pentes  $K_\varepsilon(\varphi_d)$  (en bleu) et  $K_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  (en vert) pour  $\varphi_d$  entre 0 et  $2\pi$  à partir de l'équation (2.45). On obtient donc les pentes de deux signaux en quadrature. Pour  $\beta = 1$  rad, on peut limiter  $k$  à 5 car  $J_k(\beta = 1) \approx 0$  pour  $k \geq 5$  (voir Figure 2.6). Cette limitation sera utilisée pour toutes les modélisations qui suivront. On choisit ici  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.5$  à titre d'exemple pour les calculs, mais le comportement est similaire pour toutes les valeurs de  $f_{\text{mod}}/\Gamma$ . Les courbes de la Figure 2.7(a) et de la Figure 2.7(b) sont respectivement calculées pour une cavité symétrique observée en transmission et en réflexion. Dans les deux cas, on remarque que pour une certaine phase (matérialisée par le trait vertical en pointillée), on obtient à la fois une valeur maximale de la pente  $|K_\varepsilon(\varphi_d)|$  et une pente nulle sur  $K_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$ .

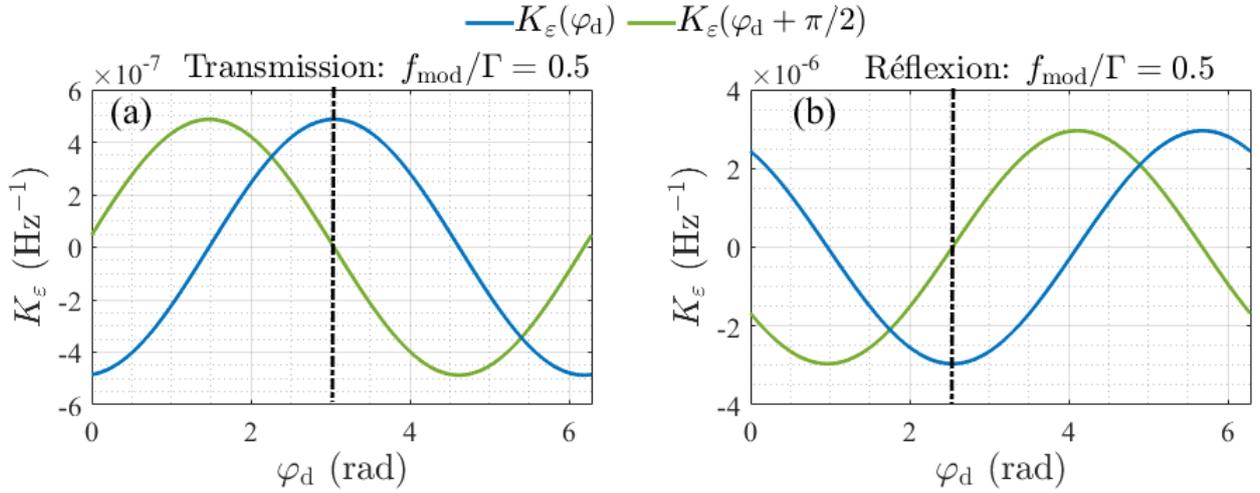


Figure 2.7 – Tracé de l'évolution des pentes normalisées  $K_\varepsilon(\varphi_d)$  (en bleu) et  $K_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  (en vert) des signaux d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  et  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  avec  $f_{\text{mod}} = 0.5\Gamma$  pour une cavité symétrique observée (a) en transmission et (b) réflexion. Les paramètres fixés sont :  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $\beta = 1$  rad,  $k \leq 5$ .

On peut retrouver analytiquement la phase de démodulation  $\varphi_0$  pour laquelle on a une pente nulle en calculant  $K_\varepsilon(\varphi_0) = 0$  à partir de l'équation (2.45) :

$$\varphi_0 = \arctan \left( - \frac{\sum_{k=0}^{+\infty} J_k J_{k+1} \text{Im}(a'_k(\nu_0))}{\sum_{k=0}^{+\infty} J_k J_{k+1} \text{Re}(a'_k(\nu_0))} \right). \quad (2.47)$$

L'existence de cette phase particulière permet d'avoir une méthode simple de réglage de nos montage. Il suffit de chercher la phase de démodulation donnant une pente nulle puis d'y ajouter  $\pm\pi/2$  pour retrouver expérimentalement le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  ayant la plus grande pente possible  $GP_0 K_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  en V/Hz afin d'optimiser l'asservissement. La phase qui donne une pente maximale est notée :

$$\varphi_{\text{max}} = \varphi_0 \pm \pi/2. \quad (2.48)$$

Dans la prochaine section, nous utilisons ce développement théorique afin d'optimiser la fréquence de modulation pour une cavité observée en transmission et en réflexion.

### 2.2.3 Effet du choix de la fréquence de modulation sur le signal d'erreur

On présente dans cette sous-section les deux cas où la fréquence de modulation est inférieure et supérieure à la largeur de raie de la cavité  $\Gamma$ . On trace les expressions (2.39) et (2.43) qui décrivent respectivement l'expression générale de  $V_\varepsilon$  sans RAM et son approximation linéarisée autour de la fréquence de résonance. On choisit la phase de démodulation  $\varphi_{\text{max}}$  qui maximise la pente  $K_\varepsilon$ . Les fonctions de transfert de la cavité en transmission et réflexion sont calculées

avec les équations (2.14) et (2.20). Les courbes de la Figure 2.8 ont été calculés avec les caractéristiques de la cavité hybride en fibre standard à maintien de polarisation développée pendant cette thèse (voir Chapitre 4). Les courbes bleues et rouges des Figures 2.8(a) et 2.8(b) montrent en traits pleins les signaux d'erreur et en pointillés les expressions linéarisées en fréquence dans le cas où on observe la cavité (a) en transmission et (b) en réflexion. On remarque que les courbes en pointillés coïncident bien avec la zone linéaire proche de la résonance sur les courbes en traits pleins. Les intensités normalisées transmises et réfléchies par la cavité sont en violet. On va maintenant décrire indépendamment les deux cas où  $f_{\text{mod}} < \Gamma$  et  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$ .

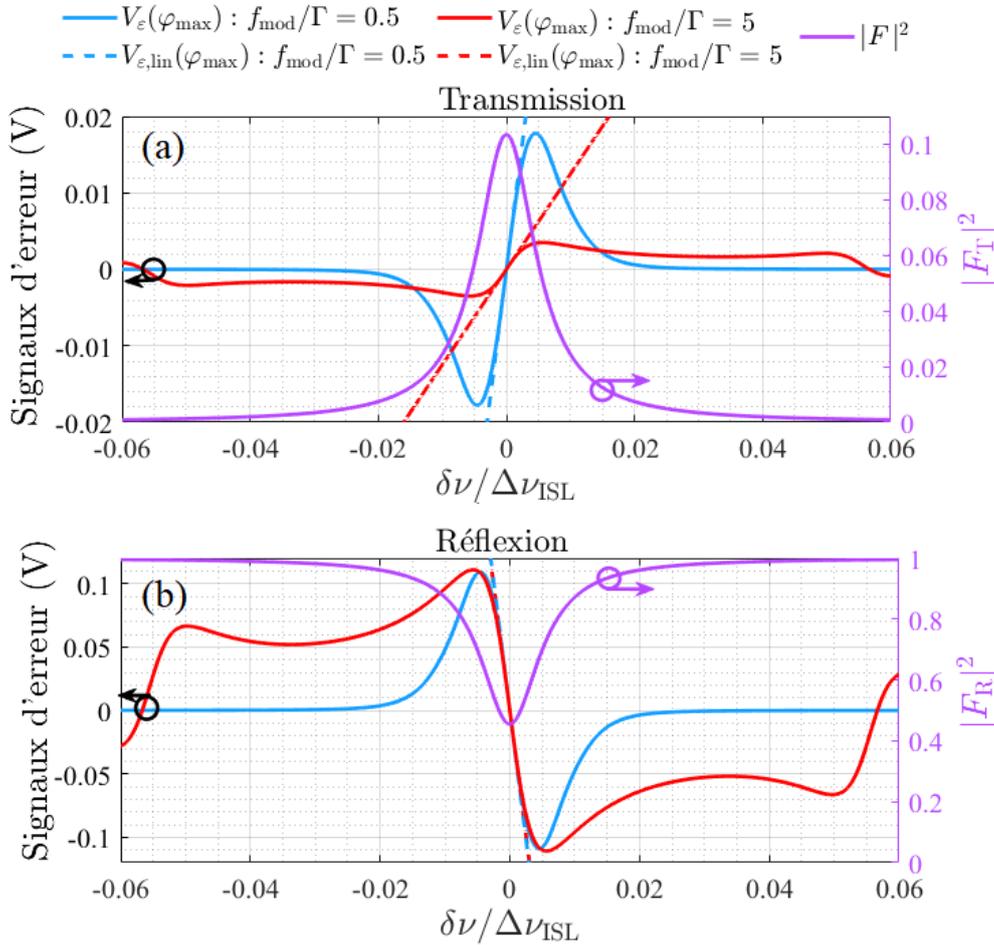


Figure 2.8 – Évolution du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  sans RAM (traits pleins) et son approximation linéarisée  $V_{\varepsilon,\text{lin}}(\varphi_{\text{max}})$  (pointillés) pour une cavité observée (a) en transmission et (b) en réflexion. Les courbes bleues sont obtenues pour  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.5$  et les courbes rouges pour  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 5$ . Les puissances normalisées (a) transmises  $|F_T|^2$  et (b) réfléchies  $|F_R|^2$  par la cavité sont représentées en violet. Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $\beta = 1$  rad,  $k \leq 5$ ,  $GP_0 = 1$  V et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz.

## Modulation de phase avec $f_{\text{mod}} < \Gamma$

Historiquement, cette méthode a été utilisée dans le premier gyromètre résonant passif où la modulation est induite par une cale piézoélectrique sur un des miroirs de la cavité [34]. Avec cette fréquence de modulation, la cavité peut être à la fois sondée en transmission et en réflexion. En effet, la porteuse optique et les premières bandes latérales créées par la modulation sont transmises et réfléchies lorsque  $f_{\text{mod}} < \Gamma$ . La photodiode possède une bande passante qu'on choisit supérieure à la fréquence de modulation pour pouvoir capter le battement à  $f_{\text{mod}}$  entre la porteuse et ces bandes latérales.

On illustre en bleu l'exemple où  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.5$  sur les Figures 2.8(a) et 2.8(b). On remarque que le signal d'erreur issu du signal transmis est plus faible que celui issu du signal réfléchi. Par conséquent, la pente en transmission est plus faible qu'en réflexion.

Afin d'éviter les interférences entre le faisceau dans une direction et une rétrodiffusion parasite de l'autre faisceau contrapropagatif, on peut procéder à la suppression de la porteuse optique. Pour cela, l'amplitude de modulation peut être fixée à  $\beta = 2.405$  rad pour obtenir  $J_0(2.405) = 0$  et annuler l'amplitude de l'onde à la fréquence du laser  $\nu_L$ . Même sans la porteuse, le battement à la fréquence de modulation a lieu grâce à l'intermodulation entre les bandes latérales. On présentera cette astuce à la sous-section 2.4.2.

## Modulation de phase avec $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$ , méthode PDH

Ce choix de fréquence est surtout adapté pour sonder des cavités en réflexion puisque les bandes latérales ne sont que très peu ou pas transmises. C'est la fameuse méthode PDH, nommée d'après les physiciens R.V. Pound, R.W.P. Drever et J. L. Hall. La technique est initiée par R.V. Pound qui l'introduit pour la stabilisation de fréquence électrique sur un résonateur en 1946 [121]. J. L. Hall l'applique d'abord au domaine de la spectroscopie en 1981 [122] avant de la populariser avec R.W.P. Drever pour la stabilisation de fréquence laser [112]. Plus récemment en 2001, E.D. Black en refait une description analytique détaillée [114]. Aujourd'hui, la méthode PDH est couramment utilisée pour asservir des lasers sur des cavités ultra stables pour par exemple fournir des horloges optiques de laboratoire [123].

La modulation de phase avec  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$  consiste à choisir la fréquence de modulation de telle sorte que les bandes latérales aux fréquences  $\nu_L \pm f_{\text{mod}}$  soient hors résonance. En rouge sur les Figures 2.8(a) et 2.8(b), on trace un exemple avec  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 5$ . Le signal d'erreur et sa pente en transmission sont plus faibles que ceux en réflexion pour  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$ .

En réflexion, dans le cas où on a  $kf_{\text{mod}} \gg \Gamma \forall k \in \mathbb{N}$ , on peut faire l'approximation :

$$F_R(\nu_L \pm kf_{\text{mod}}) \simeq \overline{F_R(\nu_L \pm kf_{\text{mod}})} \simeq -1 \forall k \in \mathbb{N} . \quad (2.49)$$

On a ainsi la valeur approximative de  $a_{k,R}$  en réflexion avec l'équation (2.40) :

$$a_{0,R} = -F_R(\nu_L) + \overline{F_R(\nu_L)} = -i2\text{Im}\left(F_R(\nu_L)\right), \quad (2.50)$$

$$a_{k,R} \simeq 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}^*. \quad (2.51)$$

En remplaçant  $a_{0,R}$  dans l'équation (2.39) avec  $\varphi_d$  bien optimisée, on a un signal d'erreur :

$$V_{\varepsilon,R}(\varphi_d) = -2GP_0J_0J_1\text{Im}\left(F_R(\nu_L)\right). \quad (2.52)$$

Avec l'approximation des faibles pertes pour laquelle on a  $r_1 = r_2 = g \rightarrow 1$ , on peut estimer la valeur de la pente en configuration PDH [6, 114] :

$$K_{\varepsilon,\text{PDH}} = -\frac{4GP_0J_0J_1}{\Gamma}. \quad (2.53)$$

On constate qu'une faible valeur de largeur de raie  $\Gamma$  correspond à un premier critère important pour l'optimisation de la pente du signal d'erreur. On précise que dans le cas où  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$ , seule la porteuse pénètre dans la cavité. Par conséquent, il n'est pas opportun d'utiliser la technique de la suppression de porteuse en réflexion.

## 2.2.4 Optimisation du signal d'erreur

On va étudier le choix des paramètres de la cavité et de la modulation pour optimiser la pente du signal d'erreur. On choisit le cas de la cavité à fibre standard afin d'illustrer la démarche à suivre pour garantir l'obtention d'un signal d'erreur. On veut une pente normalisée la plus grande possible autour de la fréquence de résonance. On montre comment choisir l'amplitude de modulation  $\beta$ , la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  par rapport à la largeur de raie  $\Gamma$  et les coefficients de miroir  $r_1 = r_2$  choisis égaux pour simplifier l'étude.

### Choix de l'amplitude de modulation $\beta$

Les Figures 2.9(a) et 2.9(b) illustrent respectivement l'équation (2.45) de l'évolution de  $K_{\varepsilon}(\varphi_{\text{max}})$  avec  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  en transmission et en réflexion pour 5 valeurs de  $\beta$  allant de 0.50 à 2.50 rad avec  $r_1$  fixe. On choisit la phase de démodulation  $\varphi_{\text{max}}$  pour obtenir la valeur maximale de la pente normalisée  $K_{\varepsilon}$ . On verra ensuite que la fréquence de modulation optimale reste similaire pour toutes les valeurs de  $r_1$ .

Lorsque la cavité est observée en transmission, on remarque sur la Figure 2.9(a) qu'à chaque valeur de  $\beta$  correspond une valeur particulière de la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  qui optimise la pente  $K_{\varepsilon}(\varphi_{\text{max}})$ . La valeur de  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  pour laquelle on obtient cet optimum diminue à mesure que  $\beta$  augmente et la tolérance sur la valeur de la fréquence de modulation devient de

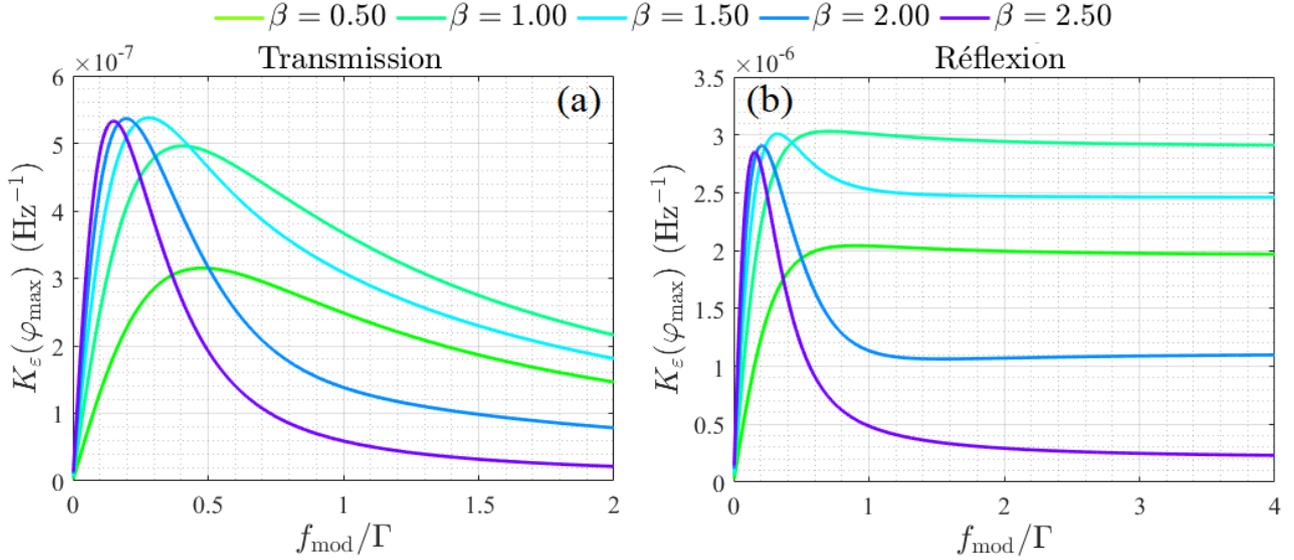


Figure 2.9 – Évolution de la pente  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  du signal d’erreur en fonction de  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  pour une cavité observée (a) en transmission et (b) en réflexion avec 5 valeurs de  $\beta$  allant de 0.50 à 2.50 rad. Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $k \leq 5$  et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz.

plus en plus serrée. On voit aussi que la pente maximale semble stagner à partir de  $\beta = 1.50$  rad. Quel que soit  $\beta$ , la pente du signal d’erreur en transmission tend vers zéro lorsque  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  augmente. Cela s’explique par le fait que les bandes latérales sont de moins en moins transmises.

En pratique, afin de diminuer des effets liés à des rétrodiffusions parasites, on choisit deux fréquences de modulation différentes  $f_{\text{mod}1}$  et  $f_{\text{mod}2}$  pour suivre les résonances de la cavité dans les deux sens de propagation (voir sous-section 2.4.2). Pour cela, il faut donc choisir une amplitude de modulation  $\beta$  permettant d’avoir une tolérance suffisante sur le choix de la fréquence de modulation afin de peu affecter la valeur des pentes  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$ .

Compte tenu des deux derniers paragraphes, pour optimiser l’asservissement de la fréquence du laser en transmission, on choisit  $\beta = 1$  rad qui offre un bon compromis entre pente du signal d’erreur et gamme de fréquences de modulation possible.

Pour une cavité sondée en réflexion, on voit sur la Figure 2.9(b) que les plus grandes valeurs de  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  sont obtenues pour  $\beta = 1$  rad avec  $f_{\text{mod}}/\Gamma > 1$  sur un large éventail de fréquence. Cela confirme le calcul dans l’approximation des faibles pertes qui montrait que la pente tend vers une valeur asymptotique donnée par l’équation (2.53) lorsque  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$ . Avoir  $\beta = 1.08$  rad maximise la pente via le facteur  $J_0 J_1$ . Lorsque  $\beta > 1.08$ , l’intensité de la porteuse pénétrant dans la cavité diminue, ce qui conduit à une diminution de la pente. Pour des fréquences de modulation  $f_{\text{mod}} < \Gamma$ , le comportement est similaire à celui en transmission. La

valeur des pentes maximales en réflexion sont plus élevées qu'en transmission. Cela coïncide avec le fait que les signaux d'erreur sont plus élevés en réflexion qu'en transmission (voir Figure 2.8).

### Impact des coefficients de réflexion des miroirs $r_1 = r_2$

On fixe désormais l'amplitude de modulation à  $\beta = 1$  rad pour étudier l'impact des coefficients des miroirs choisis égaux pour cette étude avec  $r_1 = r_2$ . Cette configuration correspond à la cavité en fibre standard assemblée et décrite au Chapitre 4. On remarque qu'on aura alors systématiquement  $r_1 > g$  (voir équation (2.13)), on se retrouve donc en couplage sous-critique. La Figure 2.10 trace l'équation (2.45) et présente l'évolution de la pente  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  en fonction de la fréquence de modulation normalisée  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  pour 10 valeurs différentes de  $r_1$ . En transmission sur la Figure 2.10(a), la fréquence de modulation optimisant la pente  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  semble indépendant de  $r_1$  et vaut environ  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.41$ . En réflexion sur la Figure 2.10(b), la pente  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  est relativement indépendante de la fréquence modulation dès que  $f_{\text{mod}}/\Gamma > 1$ . Elle augmente à mesure que  $r_1$  tend vers 1 jusqu'à une certaine valeur entre 0.990 et 0.995.

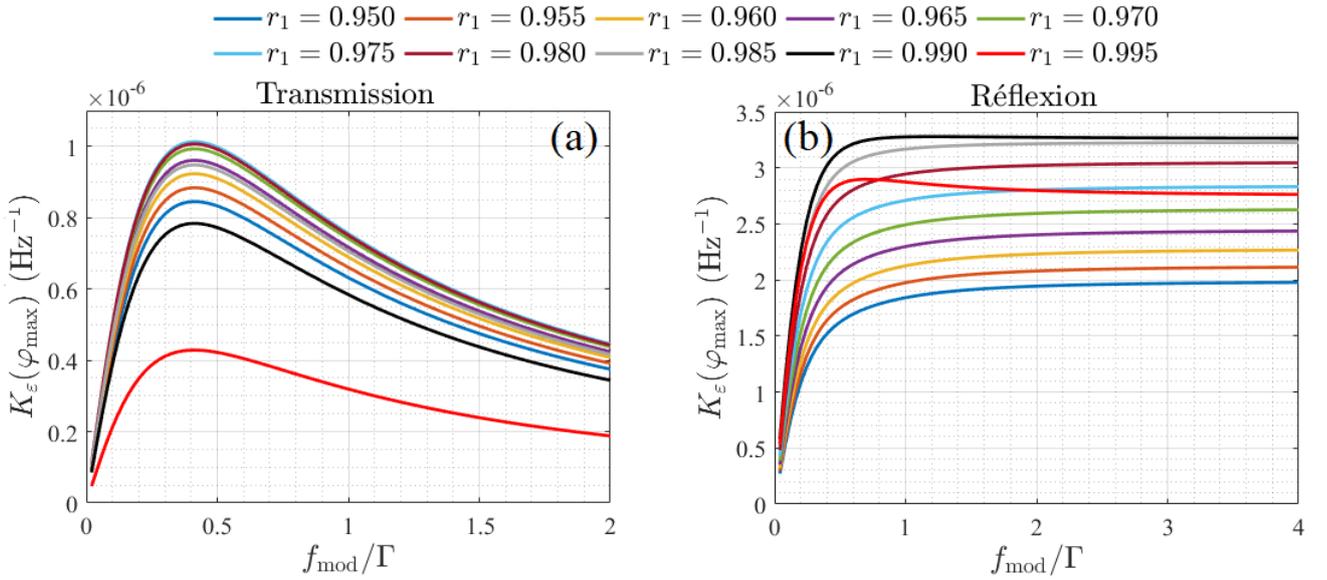


Figure 2.10 – Évolution de la pente maximale  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  du signal d'erreur en fonction de  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  pour une cavité observée (a) en transmission et (b) en réflexion avec 10 valeurs de  $r_1 = r_2$  allant de 0.950 à 0.995. Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $T = 0.954$ ,  $\beta = 1$  rad,  $k \leq 5$  et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz.

Une autre façon de présenter ces résultats est de tracer la pente maximale  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  avec  $\beta = 1$  rad en fonction de  $r_1 = r_2$  pour  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.41$  en transmission et  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 5$  en réflexion, comme sur la Figure 2.11. Cela correspond à des fréquences de modulation qui maximisent la pente du signal d'erreur. Toujours dans l'exemple de la cavité en fibre standard alignée durant cette thèse, les calculs montrent qu'on maximise  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  en choisissant  $r_1 = 0.977$  pour une

cavité observée en transmission et  $r_1 = 0.989$  pour une cavité en réflexion. La meilleure pente  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  en réflexion vaut ici plus de trois fois celle en transmission. Si les pentes sont optimales pour des coefficients de réflexion  $r_1 = r_2$  proches de 1, elles diminuent rapidement à mesure que  $r_1 = r_2$  se rapproche de 1. Cela s'explique par le fait que pour  $r_1 = r_2 = 1$ , aucune lumière ne pénètre dans la cavité et il n'y a donc plus de signal d'erreur.

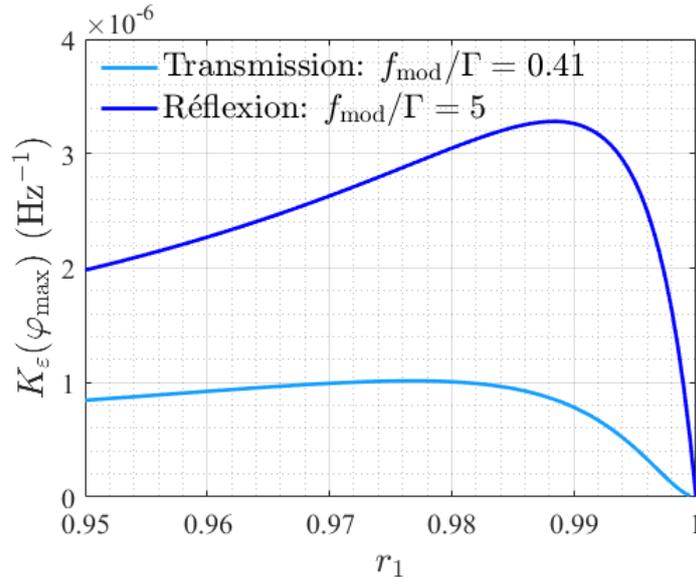


Figure 2.11 – Évolution des pentes maximales  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  du signal d'erreur en fonction du coefficient de miroir  $r_1 = r_2$ . On choisit des fréquences de modulations normalisées optimales  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.41$  en transmission (bleu clair) et  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 5$  en réflexion (bleu foncé). Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $T = 0.954$ ,  $\beta = 1$  rad,  $k \leq 5$ , et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz.

## 2.2.5 Résumé des configurations

On résume ici les propos des derniers paragraphes. Nous avons choisit une amplitude de modulation  $\beta = 1$  rad. En transmission tout comme en réflexion, cette valeur constitue un bon compromis pour avoir une grande pente du signal d'erreur sur une large gamme de fréquences de modulation. On a plusieurs configurations possibles pour appliquer cette méthode de modulation-démodulation :  $f_{\text{mod}} < \Gamma$  ou  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$  pour une cavité observée soit en transmission soit en réflexion. On résume dans la Table 2.1 les avantages et inconvénients des quatre configurations possibles en se référant à la Figure 2.9 pour l'analyse de l'évolution de la pente.

Pour la suite, nous avons pris la décision d'utiliser l'intensité transmise par la cavité pour générer les signaux d'erreur et mesurer les vitesses de rotation avec  $f_{\text{mod}} < \Gamma$ , malgré des pentes plus faibles qu'en configuration PDH. En effet, la lumière transmise est spatialement filtrée par la cavité, ce qui assure une bonne symétrie des pics de résonance en fonction de fréquence optique. En réflexion, on observe davantage de problèmes de symétrie de ces pics. De telles

Configurations	$f_{\text{mod}} < \Gamma$	$f_{\text{mod}} \gg \Gamma$
Transmission	<p>Symétrie des pics de résonance  Bon contrôle de la RAM  Suppression de porteuse  Pente moyenne  Pente varie avec <math>f_{\text{mod}}</math></p>	<p>Symétrie des pics de résonance  Bon contrôle de la RAM  Suppression de porteuse  Pente très faible  Pente décroît avec <math>f_{\text{mod}}</math></p>
Réflexion	<p>Asymétrie des pics de résonance  Mauvais contrôle de la RAM  Pas de suppression de porteuse  Pente élevée  Pente varie avec <math>f_{\text{mod}}</math></p>	<p>Asymétrie des pics de résonance  Mauvais contrôle de la RAM  Pas de suppression de porteuse  PDH : pente élevée  Pente constante avec <math>f_{\text{mod}}</math></p>

Table 2.1 – Résumé des avantages (en vert), des facteurs peu limitant (en orange) et des inconvénients (en rouge) des quatre configurations possibles pour la modulation-démodulation.

dissymétries peuvent induire un déséquilibre de la puissance des bandes latérales et créer des biais. Une autre raison est que la RAM est une importante source de biais. Nous montrerons que notre nouvelle méthode de correction fonctionne mieux en transmission qu'en réflexion (voir Chapitre 3). Nous avons donc choisi de privilégier la stabilité long terme plutôt que la sensibilité. Il y a plusieurs façons d'augmenter cette dernière, par exemple en augmentant la puissance du laser de sonde. Dans la prochaine section, il s'agit de détailler l'asservissement qui utilise justement les signaux d'erreur optimisés.

### 2.3 S'asservir sur la fréquence de résonance

Le Chapitre 1 montrait que l'effet Sagnac modifie les fréquences de résonance de la cavité selon le sens de propagation dans la cavité. Pour se maintenir à résonance, on utilise un système de correction automatique, aussi appelé asservissement, de la fréquence optique  $\nu_{\pm}$  des ondes incidentes dans la cavité selon le sens '+' ou '-'. Les fréquences de résonance  $\nu_{0\pm}$  de la cavité seront les valeurs de consignes de l'asservissement. Ce dernier doit assurer une convergence rapide de  $\nu_{\pm}$  vers  $\nu_{0\pm}$  et assurer un écart  $\delta\nu_{\pm} = \nu_{0\pm} - \nu_{\pm}$  minimum. Comme expliqué précédemment, la comparaison entre  $\nu_{\pm}$  et  $\nu_{0\pm}$  ne peut se faire directement car il n'existe pas de comparateur de fréquences optiques. C'est pourquoi on utilise la technique de modulation-démodulation détaillée en section 2.2. On génère un signal d'erreur qui varie linéairement avec l'écart de fréquence à la résonance  $\delta\nu_{\pm}$  :

$$V_{\varepsilon_{\pm}} = \delta\nu_{\pm} G P_0 K_{\varepsilon_{\pm}} , \quad (2.54)$$

où  $K_{\varepsilon_{\pm}}$  est la pente normalisée qui suit l'équation (2.45). On a  $V_{\varepsilon_{\pm}} = 0$  à la fréquence de résonance de la cavité pour  $\delta\nu_{\pm} = 0$ <sup>2</sup>. On différencie les signaux d'erreur et les pentes selon la

2. Cela n'est plus vrai lorsqu'on considère la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) qui induit un décalage sur le signal d'erreur. Le Chapitre 3 est dédié à l'étude de ce biais.

direction de propagation '+' et '-' car les fréquences de modulations peuvent être différentes dans les deux sens, notamment pour s'affranchir du bruit induit par les rétrodiffusions dans la cavité.

Un asservissement est caractérisé par sa rapidité (temps mis pour atteindre une consigne) et sa précision (capacité à se rapprocher de la consigne). On utilise un correcteur PID (proportionnel, intégrateur et dérivateur) pour s'assurer d'une réponse à la fois rapide, précise et stable dans le temps. On présente la modélisation du PID au Chapitre 5. On montre trois manières différentes pour asservir sur la fréquence de résonance avec la sortie de ce PID :

- La sortie du correcteur peut être directement reliée à une entrée du laser qui convertit la tension appliquée en décalage de la fréquence centrale du laser (par exemple via une cale piézoélectrique pour certains lasers fibrés). On montre la réponse spectrale en tension du laser utilisé dans nos expériences en Figure 2.12. Notons qu'on peut aussi bien contre-réagir sur le laser en verrouillant sa phase (OPLL : optical phase-locked loop) [124, 85, 125].
- On peut utiliser un modulateur acousto-optique (abrégé AOM pour Acousto-Optic Modulator) alimenté avec une tension oscillant à la fréquence de correction calculée par l'asservissement. Un AOM utilise un réseau de Bragg qui diffracte la lumière préférentiellement dans un seul ordre de diffraction acoustique [126]. La fréquence optique de la lumière diffractée est décalée de la valeur de la fréquence de la tension électrique de commande. Pour les modèles que nous utilisons, ce décalage est de quelques dizaines ou centaines de MHz. L'utilisation d'AOM affecte fortement l'intensité des ondes les traversant. Ceux-ci étant fibrés, la lumière pénètre et ressort du modulateur via deux fibres optiques. Leurs bandes passantes à 3 dB sont de 10 à 20 MHz, comme rapporté sur la Figure 2.13. Ces AOM doivent compenser des dérives relatives du laser et de la cavité de l'ordre de plusieurs MHz en quelques minutes. Par conséquent, la transmission de l'AOM est constamment modifiée, ce qui rend compliqué la réduction de l'effet Kerr (voir sous-section 2.4.3). Par ailleurs, il est intéressant de noter que l'AOM sert aussi d'isolateur optique [113].
- On peut aussi utiliser un modulateur de phase alimenté avec une tension en dent de scie (modulation serrodyne) ou triangulaire afin d'avoir une variation linéaire de la phase, engendrant un décalage de la fréquence optique (dérivée de la phase) [127, 128, 129, 130, 131]. Une forte limitation de cette méthode est la bande passante de l'électronique de commande et du modulateur car elle nécessite un saut de tension le plus rapide possible.

Nous verrons deux cas de figure dans les différentes expériences des Chapitres 3, 4 et 5. Pour chaque situation, on asservit la fréquence de l'onde incidente sur la résonance de la cavité donc sur la longueur de la cavité. Il aurait été toutefois possible d'asservir la longueur de la cavité sur la fréquence laser. Avec une cavité fibrée, cela aurait pu être rendu possible en bobinant une partie de la fibre sur une cale piézoélectrique. Cette technique n'est néanmoins pas adaptée

aux fibres à cœur creux (que l'on détaillera au Chapitre 4) à cause du petit rayon de bobinage. La mesure de vitesse de rotation peut s'opérer avec deux types d'architectures, dits en boucle ouverte et en boucle fermée, qui feront l'objet des prochains paragraphes.

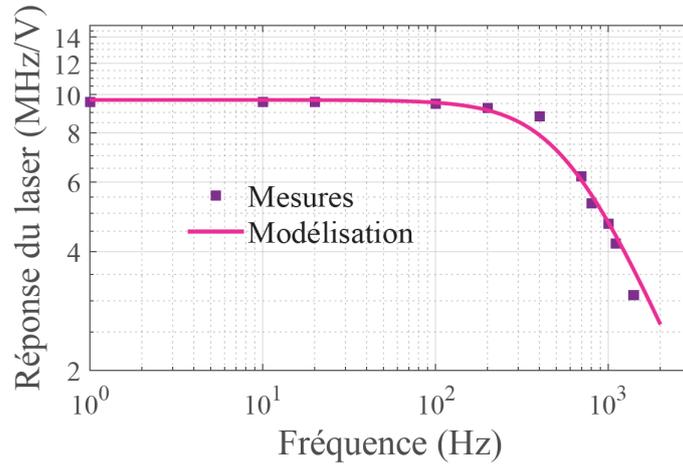


Figure 2.12 – Mesure et modélisation de la réponse en modulation du laser NKT Koheras Adjustik Power E15. La mesure correspond au décalage de la fréquence du laser en fonction de la fréquence de la tension d'amplitude 1V appliquée à son entrée de modulation. La modélisation équivaut à un filtre passe bas du premier ordre de fonction de transfert  $H = G_L / \sqrt{1 + (f/f_c)^2}$  où  $G_L = 9.7$  MHz/V et  $f_c = 560$  Hz.

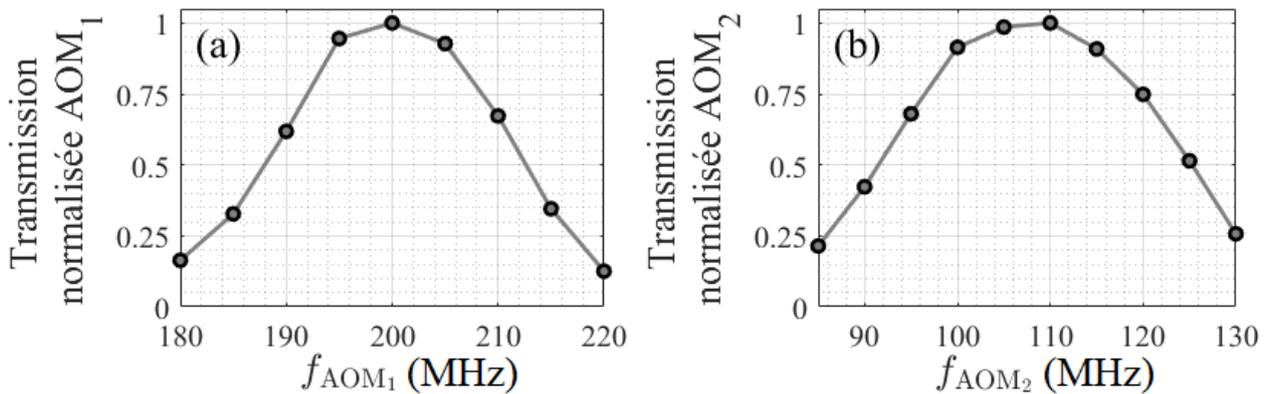


Figure 2.13 – Mesure de la transmission normalisée des AOM d'ordre +1 ayant pour fréquence centrale (a) 200 MHz et (b) 110 MHz en fonction de la fréquence à laquelle oscille la tension appliquée à leurs bornes.

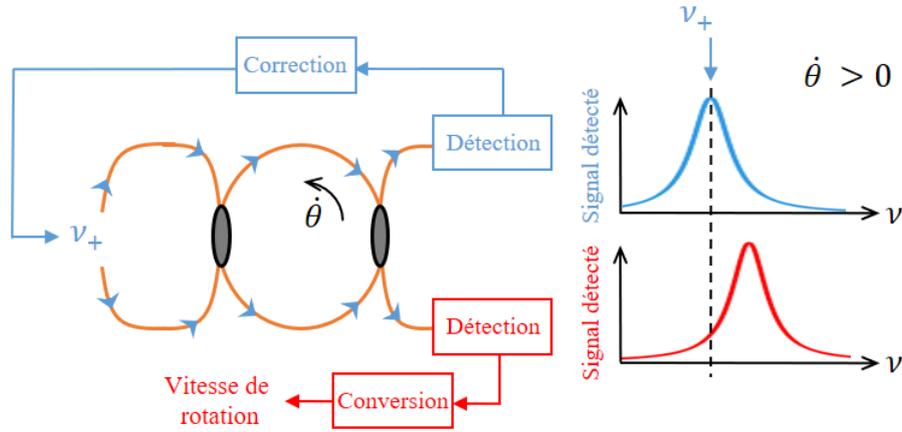


Figure 2.14 – Schéma illustrant une mesure de vitesse de rotation en boucle ouverte avec à droite le spectre de fréquence optique du signal détecté. La flèche illustre la fréquence  $\nu_+$  asservie sur la résonance de la cavité dans le sens ‘+’.

### 2.3.1 Boucle ouverte

L’architecture la plus simple consiste à séparer le laser de sonde en deux faisceaux qui sont injectés dans les deux sens de propagation de la cavité. On illustre cette architecture avec le schéma de la Figure 2.14. L’asservissement assure que  $\nu_+$  correspond à une résonance de la cavité dans le sens ‘+’. Lorsque que la cavité est en rotation, la fréquence  $\nu_+$  n’est pas à résonance dans le sens ‘-’ à cause de l’effet Sagnac. On voit bien sur les spectres à droite de la Figure 2.14 que les résonances sont décalées dans les deux sens de propagations. Ce décalage de fréquence  $\delta\nu_- = \Delta\nu_S$  induit un signal d’erreur  $V_{\varepsilon_-}$  que l’on peut convertir en vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  à l’aide du facteur d’échelle de la cavité  $K_S$  :

$$V_{\varepsilon_-} = GP_0K_{\varepsilon_-}\delta\nu_- = GP_0K_{\varepsilon_-}\Delta\nu_S = GP_0K_{\varepsilon_-}K_S\dot{\theta}. \quad (2.55)$$

En boucle ouverte, la valeur de la vitesse de rotation est déduite de ce signal d’erreur  $V_{\varepsilon_-}$ . Néanmoins, on verra à la partie 2.4.2 que deux ondes qui se propagent à des fréquences trop proches dans deux sens contrapropagatifs peuvent conduire à l’émergence d’un couplage dû à la rétrodiffusion qui empêche le fonctionnement du gyromètre aux très faibles vitesses de rotation.

### 2.3.2 Boucle fermée

On peut aussi asservir deux ondes de fréquences différentes  $\nu_{\pm}$  sur deux fréquences de résonance de la cavité  $\nu_{0\pm}$  dans les deux sens de propagations, comme illustré sur la Figure 2.15. Pour rappel, lorsqu’on applique une rotation dans le sens ‘+’, la fréquence de résonance subit un décalage en fréquence dû à l’effet Sagnac de  $+\Delta\nu_S/2$  dans le sens ‘-’ et de  $-\Delta\nu_S/2$  dans le sens ‘+’. Si on sonde la cavité avec un laser de longueur d’onde  $\lambda$ , on s’asservit sur le

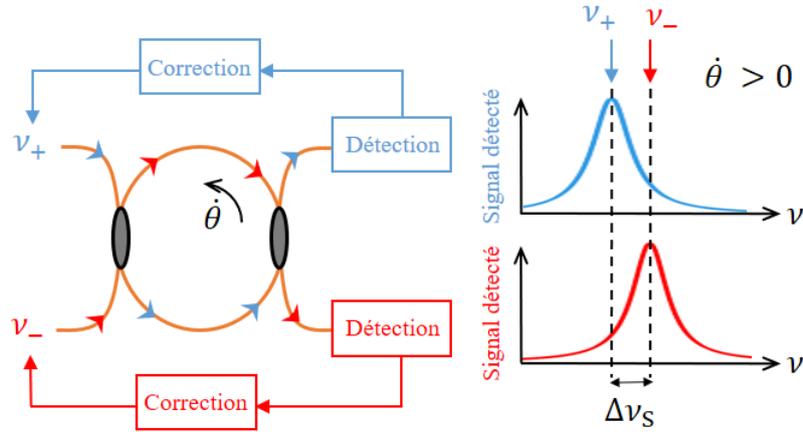


Figure 2.15 – Schéma d’une mesure de vitesse de rotation en boucle fermée avec à droite les spectres de fréquence optique des signaux détectés bleue et rouge. Les flèches illustrent les fréquences  $\nu_+$  et  $\nu_-$  asservies sur les résonances de la cavité décalées de  $\Delta\nu_S$  par l’effet Sagnac.

mode de résonance  $p\Delta\nu_{\text{ISL}}$  où  $p = nL/\lambda \in \mathbb{N}$ . La différence entre les deux fréquences asservies s’écrit donc :

$$\nu_- - \nu_+ = \left( p\Delta\nu_{\text{ISL}} + \frac{\Delta\nu_S}{2} \right) - \left( p\Delta\nu_{\text{ISL}} - \frac{\Delta\nu_S}{2} \right) = \Delta\nu_S = K_S \dot{\theta}. \quad (2.56)$$

La vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  est alors extraite des signaux de correction de ces asservissements. Dans cet exemple, le mode  $p$  est le même pour les deux sens de propagation donc les fréquences  $\nu_+$  et  $\nu_-$  sondent la même résonance. On peut aussi volontairement choisir de s’asservir sur deux résonances différentes décalées de façon à éviter des problèmes induits par des rétrodiffusions parasites. Si on choisit d’asservir  $\nu_+$  sur le mode  $p + p_+$  et  $\nu_-$  sur le mode  $p + p_-$ , le calcul sera légèrement différent. Avec  $p_{\pm} \ll p$ , la différence des deux fréquences asservies vaut maintenant :

$$\begin{aligned} \nu_- - \nu_+ &= \left( (p + p_-)\Delta\nu_{\text{ISL}} + \frac{\Delta\nu_S}{2} \right) - \left( (p + p_+)\Delta\nu_{\text{ISL}} - \frac{\Delta\nu_S}{2} \right), \\ &= \Delta\nu_S + (p_- - p_+)\Delta\nu_{\text{ISL}}. \end{aligned} \quad (2.57)$$

La mesure de  $\dot{\theta}$  est dans ce cas dépendante de la stabilité de  $\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Pour les cavités présentées au Chapitre 4, on asservit la fréquence des AOM sur un multiple entier de l’ISL. On choisit des AOM ayant des fréquences de décalage différentes pour sonder deux modes différents. Aux Chapitres 3 et 5 on choisira d’utiliser deux ou trois AOM dont les asservissements sont couplés pour effectuer la mesure de vitesse de rotation.

En boucle ouverte aussi bien qu’en boucle fermée, l’asservissement peut être perturbé par de nombreux bruits et biais qui viennent fausser la mesure de vitesse de rotation. La prochaine section décrit les différentes sources de bruits qu’on peut rencontrer dans un gyromètre, les méthodes pour parvenir à s’en affranchir et les limitations dues à la détection.

## 2.4 Limitations rencontrées

Quand il s'agit d'effectuer des mesures très fines de fréquence optique, comme c'est le cas ici, on peut parler de métrologie. Cette section a pour but d'énumérer et de quantifier certaines limitations rencontrées lors de la mise en place du gyromètre optique résonant.

### 2.4.1 Bruit de grenaille (shot noise)

La mesure de fréquence optique est effectuée à partir de la conversion, par des photodiodes, de puissances lumineuses en signaux électriques. Lorsqu'un photodétecteur d'efficacité  $\eta$  détecte un faisceau lumineux de puissance  $P_{\text{det}}$  (en W), le photocourant  $i_{\text{det}}$  qu'il génère s'écrit :

$$i_{\text{det}} = \frac{\eta e \lambda}{hc} P_{\text{det}} , \quad (2.58)$$

où  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  C est la charge élémentaire,  $c$  la célérité de la lumière dans le vide,  $h = 6.6 \times 10^{-34}$  m<sup>2</sup>kg/s la constante de Planck et  $\lambda = c/\nu$  la longueur d'onde. Comme la détection de  $N$  photons suit une statistique de Poisson d'écart-type  $\sqrt{N}$ , le bruit de grenaille  $i_{\text{SN}}$  associé au photocourant  $i_{\text{det}}$  est :

$$i_{\text{SN}} = \sqrt{2ei_{\text{det}}\Delta f} , \quad (2.59)$$

où  $\Delta f$  est la bande passante de détection. La puissance optique  $P_{\text{SN}}$  équivalente au bruit de grenaille est donnée par :

$$P_{\text{SN}} = \frac{i_{\text{SN}}}{\frac{\eta e \lambda}{hc}} = \sqrt{\frac{2hc}{n\lambda} \Delta f P_{\text{det}}} . \quad (2.60)$$

Elle est convertie en tension par la photodiode de gain optoélectronique  $G$  (en V/W). Cette tension peut être convertie en vitesse de rotation via la pente du signal d'erreur normalisée  $K_\epsilon$  donnée par l'équation (2.45). Cette pente en Hz<sup>-1</sup> est normalisée par la puissance incidente sur la cavité  $P_0$  et par  $G$ . Ainsi la pente effective en V/Hz vaut  $GP_0K_\epsilon$ . On trouve alors le bruit en fréquence :

$$\delta\nu_{\text{SN}} = \frac{GP_{\text{SN}}}{GP_0K_\epsilon} = \frac{1}{P_0K_\epsilon} \sqrt{\frac{2hc}{\eta\lambda} \Delta f P_{\text{det}}} . \quad (2.61)$$

Enfin, on revient à l'impact du bruit de grenaille sur la vitesse de rotation avec le facteur d'échelle de la cavité  $K_S$  :

$$\delta\dot{\theta}_{\text{SN}} = \frac{\delta\nu_{\text{SN}}}{K_S} = \frac{1}{P_0K_SK_\epsilon} \sqrt{\frac{2hc}{\eta\lambda} \Delta f P_{\text{det}}} . \quad (2.62)$$

En posant  $\tau = 1/\Delta f$  le temps de réponse du système de détection, on obtient l'expression du bruit de grenaille équivalent en marche au hasard angulaire :

$$\text{ARW}_{\text{SN}} = \delta\dot{\theta}_{\text{SN}}\sqrt{\tau} = \frac{1}{P_0K_SK_\epsilon} \sqrt{\frac{2hc}{\eta\lambda} P_{\text{det}}} . \quad (2.63)$$

$P_{\text{det}}$  vaut la puissance transmise  $P_{\text{Tm}}$  ou réfléchi  $P_{\text{Rm}}$  par la cavité avec modulation de phase selon la manière dont on observe la cavité. On fait maintenant la distinction entre les deux cas.

### Distinction entre transmission et réflexion

Pour rappel, l'équation (2.38) donne l'expression du champ  $E_s$  transmis ou réfléchi par la cavité. On considère une modulation de phase à  $f_{\text{mod}}$  d'amplitude  $\beta = 1$  rad. On fait l'approximation  $J_0(\beta = 1)^2 \simeq J_1(\beta = 1) \simeq 1/2$  (voir Figure 2.6). Pour faciliter le calcul de la puissance  $P_{\text{det}}$  détectée par la photodiode, on se limite aux seules bandes latérales  $k = \pm 1$  et on considère les cas  $f_{\text{mod}} = \Gamma/2$  en transmission et  $f_{\text{mod}} = \Delta\nu_{\text{ISL}}/2 \gg \Gamma$  en réflexion en configuration PDH. Avec une puissance incidente sur la cavité  $P_0$ , les puissances transmise  $P_{\text{Tm}}$  et réfléchi  $P_{\text{Rm}}$  avec modulation de phase valent :

$$\begin{aligned}
P_{\text{Tm}} &= P_0 \left( J_0^2 |F_{\text{T}}(\nu_0)|^2 + 2J_1^2 \left| F_{\text{T}} \left( \nu_0 + \frac{\Gamma}{2} \right) \right|^2 \right), \\
&= P_0 \left( J_0^2 |F_{\text{T}}(0)|^2 + 2J_1^2 \frac{|F_{\text{T}}(0)|^2}{2} \right), \\
&= P_0 (J_0^2 + J_1^2) |F_{\text{T}}(0)|^2, \\
&\simeq \frac{3P_0}{4} |F_{\text{T}}(0)|^2,
\end{aligned} \tag{2.64}$$

et

$$\begin{aligned}
P_{\text{Rm}} &= P_0 \left( J_0^2 |F_{\text{R}}(\nu_0)|^2 + 2J_1^2 \left| F_{\text{R}} \left( \nu_0 + \frac{\Delta\nu_{\text{ISL}}}{2} \right) \right|^2 \right), \\
&= P_0 (J_0^2 |F_{\text{R}}(0)|^2 + 2J_1^2), \\
&\simeq \frac{P_0}{2} (|F_{\text{R}}(0)|^2 + 1).
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Dans l'hypothèse où on néglige les pertes entre la cavité vers la photodiode, la puissance incidente sur cette dernière vaut  $P_{\text{det}} = P_{\text{Tm}}$  en transmission ou  $P_{\text{det}} = P_{\text{Rm}}$  en réflexion. Les résultats de l'application numérique sont présentés dans la Table 2.2. Ils prennent en compte les paramètres des deux cavités alignées pendant cette thèse : la première en fibre standard à maintien de polarisation et la deuxième en fibre à cœur creux à bande photonique interdite. On présentera en détail les caractéristiques de ces deux cavités dans le Chapitre 4.

Il est intéressant de noter que la puissance de sortie transmise sans modulation  $|F_{\text{T}}(0)|^2$  est plus grande que la puissance de sortie avec modulation  $P_{\text{Tm}}/P_0$ . Cela s'explique par le fait que la puissance est répartie sur les autres bandes latérales qu'on a omis dans le calcul et qui ne sont pas transmises par la cavité. Pour la réflexion en configuration PDH, la puissance réfléchie augmente passant de  $|F_{\text{R}}(0)|^2$  à  $P_{\text{Rm}}/P_0$  lorsqu'on applique la modulation, en revanche le contraste se dégrade. Ces constats sont les mêmes pour les deux types de cavités.

Cavité observée	Transmission avec $f_{\text{mod}} = \Gamma/2$			Réflexion PDH avec $f_{\text{mod}} = \Delta\nu_{\text{ISL}}/2$		
	$ F_{\text{T}}(0) ^2$	$P_{\text{Tm}}/P_0$	$\text{ARW}_{\text{SN}}$ ( $^\circ/\sqrt{\text{h}}$ )	$ F_{\text{R}}(0) ^2$	$P_{\text{Rm}}/P_0$	$\text{ARW}_{\text{SN}}$ ( $^\circ/\sqrt{\text{h}}$ )
Cavité en fibre standard	0.1035	0.0776	0.00048	0.4549	0.7274	0.00033
Cavité en fibre à cœur creux	0.0805	0.0600	0.00049	0.4815	0.7404	0.00034

Table 2.2 – Résumé des calculs de  $\text{ARW}_{\text{SN}}$  et des puissances de sortie des deux cavités alignées (en fibre standard et en fibre à cœur creux) en fonction du type de modulation et d’observation (transmission avec  $f_{\text{mod}} = \Gamma/2$  et réflexion en configuration PDH avec  $f_{\text{mod}} = \Delta\nu_{\text{ISL}}/2$ ).

On considère un faisceau à  $\lambda = 1550$  nm de puissance  $P_0 = 1$  mW incidente dans la cavité. La photodiode a une efficacité  $\eta = 0.8$ . On choisit de faire le calcul avec les pentes normalisées  $K_\varepsilon$  du signal d’erreur de la cavité à fibre standard vallant  $1 \times 10^{-6}$  Hz $^{-1}$  en transmission et  $3 \times 10^{-6}$  Hz $^{-1}$  en réflexion sur la Figure 2.11. Par simplification, on émet l’hypothèse que les pentes sont similaires pour la cavité à fibre à cœur creux, même si ce n’est pas tout à fait vrai. On fait l’application numérique avec les facteurs d’échelle des cavités en fibre standard et en fibre à cœur creux qui valent respectivement  $K_S = 35,595$  Hz/(rad/s) et  $K_S = 51,612$  Hz/(rad/s). On tient compte des valeurs de  $P_{\text{Tm}}/P_0$  et  $P_{\text{Rm}}/P_0$  pour des observations en transmission avec  $f_{\text{mod}} = \Gamma/2$  et en réflexion en configuration PDH avec  $f_{\text{mod}} = \Delta\nu_{\text{ISL}}/2$ . On calcule l’équation (2.63) pour obtenir  $\text{ARW}_{\text{SN}}$  en rad/ $\sqrt{\text{s}}$  qu’on convertit en  $^\circ/\sqrt{\text{h}}$  en multipliant par  $180/\pi \times 60$ . Les valeurs numériques sont indiquées dans la Table 2.2. On obtient des valeurs de  $\text{ARW}_{\text{SN}}$  toutes inférieures à  $0.0005$   $^\circ/\sqrt{\text{h}}$ , ce qui veut dire qu’il est théoriquement possible que ces gyromètres basés sur ces cavités atteignent les performances de la classe inertielle en terme de marche au hasard angulaire (voir Chapitre 1).

### 2.4.2 Rétrodiffusion (backscattering)

La rétrodiffusion (backscattering) d’un faisceau se propageant dans un sens de la cavité émane de défauts présents sur les composants de la cavité (miroirs ou fibre optique)[66]. Les défauts et impuretés provoquent la diffusion parasite d’une partie du faisceau initial dont une partie se propage dans le sens opposé. Dans le cas où deux champs  $E_+$  et  $E_-$  sont injectés dans les deux sens contrapropagatifs de la cavité, la rétrodiffusion s’opère dans les deux sens de la cavité, comme on l’observe sur la Figure 2.16 à gauche. Dans cet exemple, un défaut au point matérialisé par une croix provoque la rétrodiffusion d’une amplitude  $\rho$  des champs  $E_+$  et  $E_-$ . Il y aura donc des interférences entre le champ  $E_\pm$  et une portion rétrodiffusée du champ contrapropagatif  $E_\mp$  dans chaque sens de propagation. Ces interférences sont à l’origine d’une zone aveugle pour de faibles mesures de vitesse de rotation. En effet, il existe une plage de fréquence pour laquelle, malgré une vitesse de rotation non-nulle, le couplage induit par les échanges d’énergie entre les deux ondes via la rétrodiffusion rendent égales les deux fréquences

de résonances dans les deux sens de propagations. Pour une cavité fibrée dans laquelle la rétrodiffusion est répartie uniformément le long de la fibre, cette zone aveugle est délimitée par la vitesse de rotation donnée par la formule suivante [6, 93] :

$$\dot{\theta}_{\text{RD}} = \frac{c\rho}{\pi K_S n L}, \quad (2.66)$$

où  $K_S$  est le facteur d'échelle de la cavité de longueur  $L$  et d'indice  $n$ . L'amplitude de rétrodiffusion  $\rho = \sqrt{\alpha_{\text{RD}} L}$  est liée à  $\alpha_{\text{RD}}$  le coefficient de rétrodiffusion de la fibre en intensité qui peut être mesuré expérimentalement. La littérature donne un coefficient de rétrodiffusion  $\alpha_{\text{RD}}$  valant  $1 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1}$  pour une fibre monomode et entre  $10^{-7}$  et  $10^{-6} \text{ m}^{-1}$  pour une fibre à cœur creux à bande photonique interdite (photonic bandgap) à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$  [132, 94, 82]. En prenant les paramètres de nos cavités en fibre standard et en fibre à cœur creux (respectivement de longueur 15.2 m et 22 m) et en tenant compte de leur facteur d'échelle, on obtient respectivement des zones aveugles débutant théoriquement à  $3 \text{ }^\circ/\text{s}$  et de 7 à 22  $^\circ/\text{s}$ .

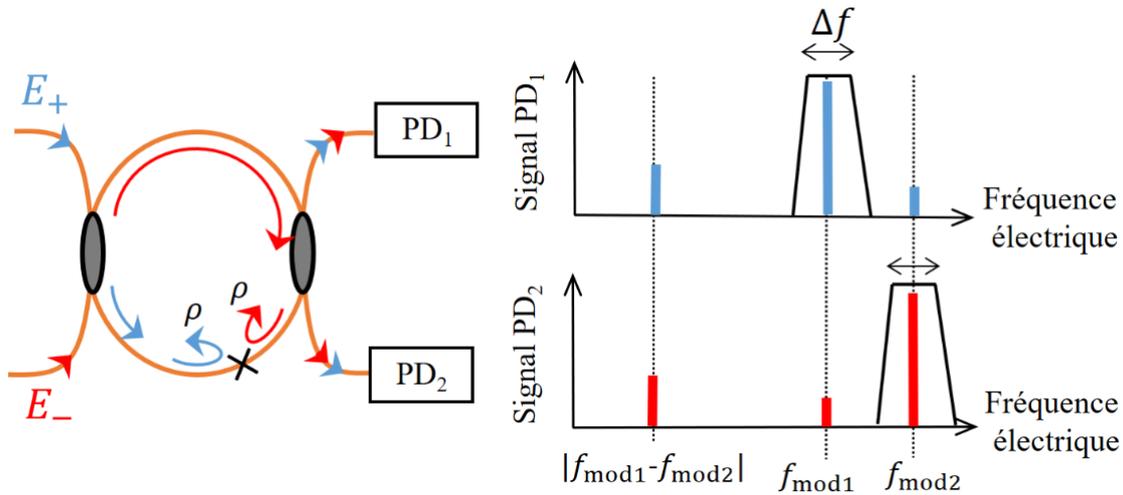


Figure 2.16 – À gauche : schéma illustrant le phénomène de rétrodiffusion d'amplitude  $\rho$  des champs contrapropagatifs  $E_+$  et  $E_-$  au point matérialisé par une croix dans la cavité. À droite : spectre de fréquence électrique du signal détecté par les photodiodes  $\text{PD}_1$  et  $\text{PD}_2$  avec les champs  $E_+$  et  $E_-$  modulés à  $f_{\text{mod}1}$  et  $f_{\text{mod}2}$ . La bande passante  $\Delta f$  des asservissements est dessinée autour de  $f_{\text{mod}1}$  et  $f_{\text{mod}2}$ .

En réalité, quand il s'agit d'une cavité fibrée utilisant des miroirs pour coupler la lumière dans la fibre, des rétrodiffusions se produisent donc sur chaque miroir et tout le long de la fibre optique. On montrera des exemples de rétrodiffusions dans le Chapitre 4. On considère la rétrodiffusion comme la source dominante de bruit dans un gyromètre optique résonant [57]. Pour éviter les interférences entre un faisceau et la rétrodiffusion de l'autre faisceau contrapropagatif, il existe deux solutions principales :

- La première consiste à faire en sorte que les champs  $E_+$  et  $E_-$  aient des fréquences décalées d'un ou plusieurs ISL. Cette technique est couramment utilisée [125, 87, 133, 134]. Nous adopterons cette technique en utilisant plusieurs AOM qui décalent la fréquence optique du laser initial. En boucle ouverte, on peut par exemple décaler la fréquence du faisceau et la placer légèrement hors résonance et avoir un signal d'erreur biaisé [135]. On peut aussi sonder un autre mode de cavité [131]. Il est possible d'avoir plusieurs lasers indépendants émettant à deux fréquences différentes injectées dans un sens de la cavité [98]. La mesure de la vitesse de rotation est alors entachée par le bruit de phase relatif entre les deux lasers sauf s'ils sont asservis en phase. Une autre technique consiste à créer et asservir une bande latérale sur une résonance de la cavité et s'assurer que la porteuse est loin de la résonance donc naturellement atténuée par la cavité agissant comme un filtre [136, 72, 137]. Il existe même une combinaison des deux où plusieurs lasers sont asservis en phase et les bandes latérales sondent sur plusieurs résonances [124].
- Un autre moyen d'atténuer le bruit de rétrodiffusion consiste à supprimer la porteuse du signal [34, 66, 134, 136, 138, 139, 55]. Pour cela, on choisit une modulation de phase avec une amplitude de modulation  $\beta = 2.405$  rad pour obtenir  $J_0(2.405) = 0$ . Ainsi, on annule l'amplitude de l'onde à la fréquence du laser  $\nu_L$ , comme on peut le voir sur les Figures 2.5 et 2.6. De cette manière, on atténue les amplitudes des composantes des champs à la même fréquence  $\nu_L$  et réduit les interférences avec les champs rétrodiffusés. Il est possible d'accentuer davantage la suppression de la porteuse en traversant successivement deux modulateurs de phase avec  $\beta = 2.405$  rad [140, 141]. Néanmoins, cela nécessite de contrôler avec précision l'amplitude de modulation  $\beta$  via la tension appliquée au modulateur de phase  $V_{RF}$ . Pour rappel, l'équation (2.36) relie  $V_{RF}$  à  $V_\pi$  qui est sensible à la température et peut donc légèrement varier durant l'expérience, c'est pourquoi un contrôle en température des PM est souvent ajouté.

Dans le cas où les champs contrapropagatifs  $E_+$  et  $E_-$  sont respectivement modulés en fréquence à  $f_{\text{mod1}}$  et  $f_{\text{mod2}}$ , la rétrodiffusion engendre un second problème liée à cette modulation en fréquence, même lorsque la suppression de porteuse est appliquée. En effet, les bandes latérales subissent aussi les rétrodiffusions et peuvent interférer entre elles si  $f_{\text{mod1}} = f_{\text{mod2}}$ . Il faut donc prendre soin de configurer  $f_{\text{mod1}} \neq f_{\text{mod2}}$ . La Figure 2.16 à droite montre un exemple de ce qu'on peut observer sur les photodiodes PD<sub>1</sub> et PD<sub>2</sub> en transmission. Le spectre de PD<sub>1</sub> en bleu contient la composante de la modulation à  $f_{\text{mod1}}$  du champ  $E_+$  et de la modulation à  $f_{\text{mod2}}$  du champ rétrodiffusé  $E_-$  en plus faible amplitude. Il faut donc éviter que  $|f_{\text{mod1}} - f_{\text{mod2}}|$  et  $f_{\text{mod2}}$  ne se retrouvent dans la bande passante des filtres de démodulation ni dans la bande passante  $\Delta f$  de l'asservissement. De même avec le spectre du bas,  $|f_{\text{mod1}} - f_{\text{mod2}}|$  et  $f_{\text{mod1}}$  ne doivent pas se retrouver dans  $\Delta f$ . On peut ainsi régler l'ordre et la fréquence de coupure du filtre de démodulation pour s'adapter aux choix de  $f_{\text{mod1}}$  et  $f_{\text{mod2}}$ .

On précise également que des réflexions et rétrodiffusions en dehors de la cavité peuvent produire une déformation de la courbe de résonance et provoquer de l'asymétrie sur les intensi-

tés à résonance [142, 143]. En effet, nous avons observé des anomalies sur des figures d'intensité que nous attribuons en partie à des faisceaux rétrodiffusés hors de la cavité. Nous présentons en Annexe C un modèle simple qui permet de comprendre les déformations de l'intensité rétrodiffusée observées avec un circulateur présentant des fuites.

### 2.4.3 Effet Kerr

L'effet Kerr correspond à une dépendance de l'indice de réfraction en fonction de l'intensité de la lumière qui se propage dans la cavité. Par conséquent, une légère différence d'intensité entre les deux faisceaux contrapropagatifs va engendrer une différence d'indice de réfraction  $\Delta n_{\text{Kerr}}$  dans les deux sens [67, 144, 40, 111] :

$$\Delta n_{\text{Kerr}} = n_2 \frac{\Delta P}{\sigma}, \quad (2.67)$$

où  $n_2$  est l'indice effectif non linéaire dans la cavité,  $\sigma$  l'aire effective du faisceau et  $\Delta P$  la différence de puissance entre les deux faisceaux contrapropagatifs dans la cavité. Il en résulte une différence de fréquence  $\delta\nu_{\text{Kerr}}$  entre les deux faisceaux :

$$\delta\nu_{\text{Kerr}} = \frac{c\Delta n_{\text{Kerr}}}{\lambda n_0} = \frac{cn_2\Delta P}{\lambda n_0\sigma}. \quad (2.68)$$

Ici  $n_0$  est l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage le mode de longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm. On en déduit l'impact de l'effet Kerr sur la vitesse de rotation avec le facteur d'échelle de la cavité  $K_S$  :

$$\delta\dot{\theta}_{\text{Kerr}} = \frac{\delta\nu_{\text{Kerr}}}{K_S} = \frac{cn_2\Delta P}{K_S\lambda n_0\sigma}. \quad (2.69)$$

On peut agir sur l'effet Kerr en changeant l'indice non linéaire  $n_2$  (en changeant de matériau) et en contrôlant la différence de puissance  $\Delta P$ . Pour une fibre standard en silice on a  $n_2 = 3 \times 10^{-20}$  m<sup>2</sup>/W. En utilisant une fibre à cœur creux, le mode se propage principalement dans l'air que constitue le cœur de la fibre [83]. L'indice non linéaire de l'air ambiant est  $n_2 = 5 \times 10^{-23}$  m<sup>2</sup>/W [145], soit 600 fois moins que dans la silice. En réalité, l'indice de réfraction effectif du mode dans la fibre à cœur creux est légèrement plus grand car le mode se propage en partie dans la silice qui entoure le cœur. Avec ces valeurs, on peut voir l'impact de la différence de puissance  $\Delta P$  sur le biais  $\delta\dot{\theta}_{\text{Kerr}}$  de l'effet Kerr sur la vitesse de rotation. On va considérer un cœur de fibre ayant un diamètre de  $d = 10$  μm soit une surface effective  $\sigma = \pi(d/2)^2 = 8 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>. De même que pour le bruit de grenaille, on utilise les paramètres des cavités en fibre standard et en fibre à cœur creux enroulées sur un diamètre de 8 cm et détaillées au Chapitre 4.

Le graphique de la Figure 2.17 montre l'évolution du biais induit par l'effet Kerr donné par l'équation (2.69) en fonction de  $\Delta P$ . Le biais  $\delta\dot{\theta}_{\text{Kerr}}$  est 600 fois plus élevé pour la cavité en fibre standard que pour la cavité en fibre à cœur creux. Pour atteindre la classe inertielle et

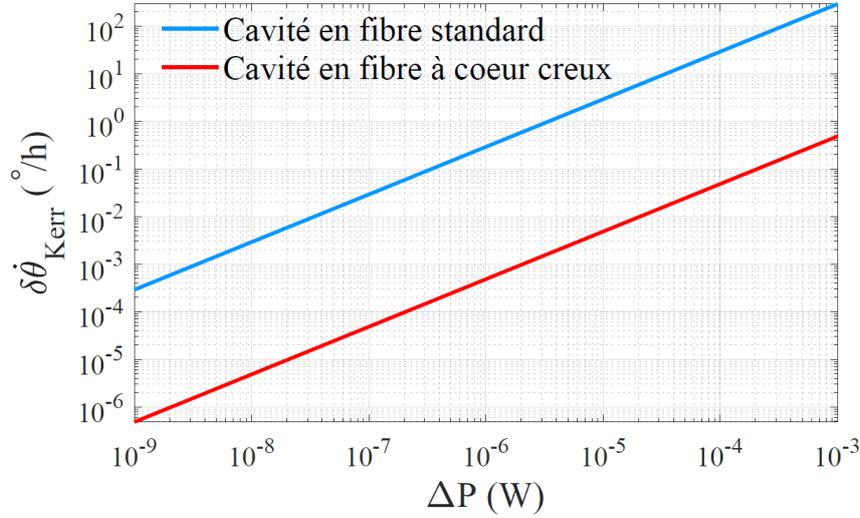


Figure 2.17 – Évolution de  $\delta\dot{\theta}_{\text{Kerr}}$  le biais de l'effet Kerr sur la mesure de vitesse de rotation en fonction de la différence de puissance  $\Delta P$  entre les deux faisceaux contrapropagatifs pour nos cavités en fibre standard (bleu) et en fibre à cœur creux (rouge). Les paramètres fixés sont :  $\sigma = 8 \times 10^{-11} \text{ m}^2$ ,  $n_{0,\text{SiO}_2} = 1.45$ ,  $n_{0,\text{air}} = 1$ ,  $n_{2,\text{SiO}_2} = 3 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ ,  $n_{2,\text{air}} = 5 \times 10^{-23} \text{ m}^2/\text{W}$ , diamètre de la cavité 8 cm soit  $K_{\text{S,standard}}=0.17257 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{h})$  et  $K_{\text{S,creux}}=0.25023 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{h})$ .

être capable d'avoir un biais en dessous des  $0.01 \text{ }^{\circ}/\text{h}$ , il faudrait être en mesure de contrôler la différence de puissance  $\Delta P$  avec une précision de  $10^{-8} \text{ W} = 10 \text{ nW}$  pour notre cavité en fibre standard et de  $10^{-5} \text{ W} = 10 \text{ } \mu\text{W}$  pour notre cavité en fibre à cœur creux pour une puissance incidente de 1 mW. Cela correspond respectivement à une différence de puissances relative à mieux que  $10^{-5}$  et  $10^{-2}$ . Un moyen de contrôler cette différence de puissance est d'utiliser un asservissement de l'intensité entrant dans la cavité à l'aide de modulateur d'intensité [146, 147, 98] mais c'est une vraie difficulté compte tenu des précisions recherchées, surtout avec de la fibre standard. L'utilisation d'AOM rend encore plus compliqué ce contrôle de puissance en entrée de cavité puisque leur transmission varie avec leur fréquence de commande, comme l'indique la Figure 2.13.

#### 2.4.4 Modulation d'amplitude résiduelle (RAM)

Un des points clés pour atteindre une stabilisation de la fréquence du laser sur le long terme est la précision avec laquelle on arrive à asservir à résonance. La technique de modulation-démodulation mise en oeuvre pour générer les signaux d'erreur pour les asservissements nécessite l'utilisation de modulateurs de phase. Généralement, un modulateur de phase est composé d'un cristal électro-optique biréfringent, souvent du  $\text{LiNbO}_3$ . Ce dernier est sandwiché entre deux polariseurs alignés sur un des axes du cristal le long duquel l'effet électro-optique est créer en appliquant un champ électrique [148]. Lorsque le polariseur d'entrée dans le modulateur n'est pas parfaitement aligné sur l'axe actif du cristal, il y a apparition d'une modulation rési-

duelle de l'amplitude à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  qui induit un biais s'ajoutant au signal d'erreur utile [113, 149]. Cette modulation résiduelle de l'amplitude est nommée RAM pour Residual Amplitude Modulation. Le biais induit est instable car il dépend par exemple de la température et se répercute sur la mesure de vitesse de rotation. D'autres phénomènes agissent sur la RAM comme l'effet d'étalon, les pertes dépendant de la polarisation, les vibrations, les fluctuations de la fréquence du laser ou encore les fluctuations de la tension appliquée sur le cristal, etc... Le Chapitre 3 est entièrement dédié à l'étude de la modulation d'amplitude résiduelle.

### 2.4.5 Polarisation

Il est essentiel de n'avoir qu'un seul état de polarisation dans la cavité. Pour simplifier, on peut considérer qu'une cavité aura deux états propres de polarisation qui sont orthogonaux et ont chacun des fréquences de résonances spécifiques. Si la cavité est sondée sur un état de polarisation différent d'un de ces états propres, les résonances ont un aspect déformé comme sur la Figure 2.18. Dans cet exemple, les résonances en réflexion des deux polarisations sont dessinées en pointillés. La présence conjointe des deux polarisations a pour effet de sommer les deux fonctions de transfert, donnant la courbe en trait plein. Cette figure d'intensité réfléchie est ainsi déformée et présente une dissymétrie du pic de la polarisation principale à résonance, créant un biais sur la réponse du gyromètre.

Dans le cas où on utilise des fibres à maintien de polarisation biréfringentes pour réaliser la cavité en anneau, les axes propres du résonateur sont définis par les axes lent et rapide de la fibre [68, 150, 151]. Il faut donc injecter la lumière sur un seul de ces deux axes. Malheureusement, les connecteurs des fibres à maintien de polarisation ont une précision d'orientation limitée et le maintien de la polarisation n'est pas parfait. La lumière est injectée principalement sur un axe avec une petite partie sur l'autre axe (crossed polarization). Comme la différence d'indices des axes propres des fibres à maintien de polarisation dépend de la température, l'écart entre les fréquences de résonances de chaque axe varie en fonction de la température. Pour certaines températures, il peut être de  $\Delta\nu_{\text{ISL}}/2$  ce qui minimise l'effet de la polarisation croisée. Pour d'autres températures, l'écart peut se réduire et l'effet de la polarisation croisée se renforce. Ainsi une première approche est d'avoir un contrôle précis de la température de la cavité.

Dans le cas d'une cavité hybride, on peut introduire deux lames  $\lambda/2$  (une à chaque extrémité de la fibre) pour tourner la polarisation et ne plus injecter de lumière sur la polarisation croisée. Cela sera le cas dans nos cavités.

Une autre solution a été apportée en 1990 par G.A. Sanders et al. [70] où deux extrémités de fibre à mi-cavité sont tournées à  $90^\circ$  puis soudées afin d'aligner les deux polarisations, comme illustré sur la Figure 2.19(a). Si la soudure est exactement au milieu de la fibre, les fréquences de résonances des deux modes propres sont superposées et ont les mêmes variations en température. Cette approche est adaptée à l'utilisation en réflexion de la cavité. Par la suite,

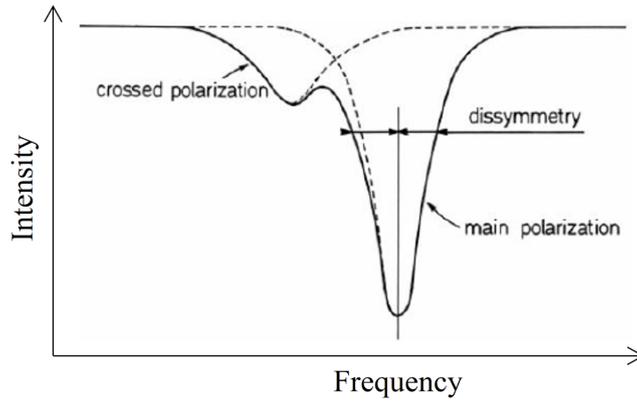


Figure 2.18 – Schéma issu de [40] montrant un exemple des fonctions de transfert en réflexion de la polarisation principale (main polarization) et de la polarisation croisée (crossed polarization) en pointillés dans la cavité. La photodiode voit la somme des deux en trait plein.

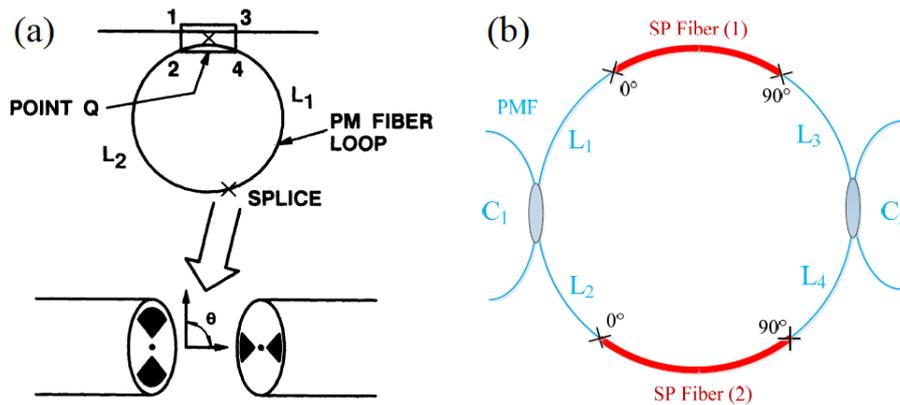


Figure 2.19 – (a) Schéma issu de [70] illustrant une cavité en fibre à maintien de polarisation sondée en réflexion sur laquelle est effectuée une soudure (splice) de deux fibres tournées à  $90^\circ$ . (b) Schéma issu de [71] d'une cavité hybride avec une fibre à maintien de polarisation (PMF : polarization maintainting fiber) soudée à  $0^\circ$  puis  $90^\circ$  à deux tronçons de fibres monomodes polarisantes (SP : single polarization).

l'équipe de X. Wang [152] introduit une seconde soudure du même type ce qui permet d'utiliser la cavité en transmission. Y. Yan et al. [71] ont démontré une cavité avec deux fibres à maintien de polarisation (PMF : polarization maintainting fiber) soudée à  $0^\circ$  puis  $90^\circ$  à deux tronçons de fibres monomodes polarisantes (SP : single polarization) comme sur la Figure 2.19(b). Cela permet d'empêcher la polarisation croisée de résonner car elle voit de fortes pertes de propagation. Comme il n'y a pas de coupleurs fibrés pour ce type fibre, les deux fibres PMF sont nécessaires pour intégrer des coupleurs fibrés à maintien de polarisation dans la cavité pour y injecter la lumière et permettre à l'intensité transmise de sortir. Leur rotation de  $90^\circ$  compense ou réduit leurs sensibilités en température comme dans [70]. D'autres équipes décideront d'uti-

liser uniquement des fibres monomodes standards [69]. Toutes ces approches ont l'inconvénient d'avoir une plage de fonctionnement en température plus ou moins réduite. L'insertion de fibres monomodes conduit aussi à des pertes qui dégradent la largeur de raie de la cavité.

### 2.4.6 Bruits du laser

Chaque laser présente un bruit sur son amplitude (RIN : relative intensity noise) et sa phase. Ce RIN est converti en signal électrique sur la photodiode et va être démodulé avec le signal utile à la détection de la rotation. Le bruit de phase induit directement une erreur sur la mesure de fréquence. On précise que les bruits situés à des fréquences supérieures à la bande passante de l'asservissement du gyromètre seront filtrés. On considère une fluctuation de l'amplitude  $\alpha(t)$  et de la phase  $\phi(t)$  du signal sinusoïdal. Un laser de fréquence centrale  $\nu_L$  et de champ incident  $E_0$  a donc un champ bruité  $E_L$  ayant l'expression suivante :

$$E_L(t) = E_0[1 + \alpha(t)]e^{i[2\pi\nu_L t + \phi(t)]} . \quad (2.70)$$

#### RIN du laser

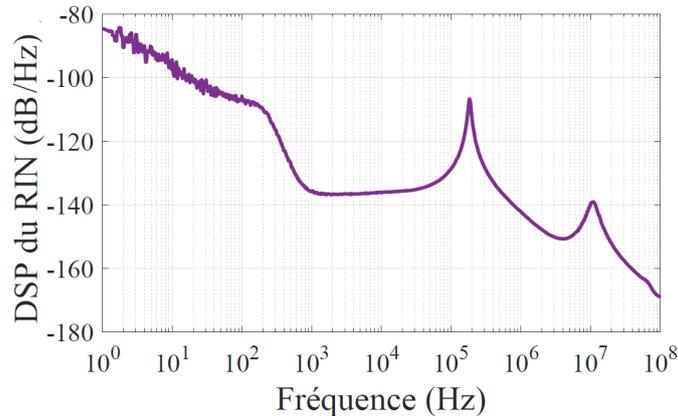


Figure 2.20 – Mesure de la densité spectrale de puissance (DSP) du RIN  $S_\alpha(f)$  du laser NKT Koheras Adjustik Power E15 faite à partir de la tension de photodiode. Mesure effectuée par Maxime Loil en mai 2019 avec le banc de mesure à TRT.

Un banc de mesure du RIN a été spécifiquement développé à TRT, il est basé sur l'analyse spectrale du signal électrique délivré par une photodiode mesurant l'intensité du laser. La Figure 2.20 montre la mesure de la densité spectrale de puissance (DSP) du RIN de notre laser  $S_\alpha(f)$  en dB/Hz pour des fréquences  $f$  allant de 1 Hz à 100 MHz autour de la porteuse. Elle a été obtenue pour une puissance de 0.2 mW sur la photodiode qui délivrait une tension moyenne de  $V_0 = 0.283$  V en accord avec son gain  $G = 1570$  V/W. On observe un plateau entre 1 et 100 kHz et deux pics autour de 200 kHz et 10 MHz. Le pic autour de 200 kHz correspond aux oscillations de relaxation du laser typique d'un laser de classe B pour lequel le temps de vie de

l'inversion de population est supérieur au temps de vie des photons dans la cavité [153, 31, 154]. Le pic à 10 MHz est dû à la photodiode car il est présent sans lumière. La puissance vaut donc l'intégrale de la densité spectrale en  $\text{Hz}^{-1}$  sur l'intervalle de fréquence allant de  $a = 1$  Hz à  $b = 100$  MHz [155, 48] :

$$\alpha = \sqrt{\int_a^b S_\alpha(f) df} . \quad (2.71)$$

On calcule l'intégrale avec la méthode de rectangles et on trouve la valeur  $\alpha = 8 \times 10^{-4}$  pour une intensité incidente de 0.2 mW.

### Bruit de phase et de fréquence du laser

On mesure également le bruit de phase du laser avec un autre banc de mesure développé à TRT basé cette fois-ci sur un interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré de 100 m [156]. La densité spectrale de puissance (DSP) du bruit de phase du laser  $S_\phi(f)$  en  $\text{dBrad}^2/\text{Hz}$  pour des fréquences  $f$  allant de 100 Hz à 20 MHz autour de la porteuse est donnée sur la Figure 2.21(a). Le plateau atteint vers  $-130$   $\text{dBrad}^2/\text{Hz}$  est certainement dû à la limite de détection. Les pics après 1 MHz correspondent aux multiples des intervalles spectraux libre des 100 m de fibre du Mach-Zehnder. On peut en déduire la densité spectrale de bruit de fréquence  $S_{\Delta\nu}(f)$  en  $\text{Hz}^2/\text{Hz}$  sur la Figure 2.21(b) avec la relation suivante [155, 48] :

$$S_{\Delta\nu}(f) = f^2 S_\phi(f) . \quad (2.72)$$

Il est possible de déterminer la largeur de raie intrinsèque du laser  $\Delta\nu$  définie comme la largeur à mi-hauteur du spectre optique approximé par une Lorentzienne. Elle est reliée à la pente en  $1/f^2$  du bruit de phase  $S_\phi(f)$ , soit le plancher du bruit de fréquence  $S_{\Delta\nu}(f)$ , par l'expression [154, 156, 157] :

$$\Delta\nu = \pi f^2 S_\phi(f) = \pi S_{\Delta\nu}(f) . \quad (2.73)$$

On mesure le plancher du bruit de fréquence à  $0.9$   $\text{Hz}^2/\text{Hz}$  vers 900 kHz soit une largeur de raie intrinsèque  $\Delta\nu = 2.8$  Hz qui coïncide avec le manuel du fabricant.

Il faudrait plutôt considérer la largeur de raie effective correspondant au temps d'intégration de la mesure. En effet, le bruit de fréquence aux basses fréquences contribue lui à des sauts aléatoires de fréquence (frequency jitter) autour de la fréquence centrale du laser qui dérive lentement. Pour tenir compte des dérives lentes et rapides, G. Di Dominico et al. démontrent qu'un certain domaine de fréquence autour de la porteuse contribue à l'élargissement de la largeur à mi-hauteur qu'on retrouve avec la densité spectrale de puissance [158]. Il s'agit de toutes les fréquences comprises entre la porteuse et  $f_\beta$  qui vérifie :

$$S_{\Delta\nu}(f_\beta) = \frac{8 \ln(2) f_\beta}{\pi^2} . \quad (2.74)$$

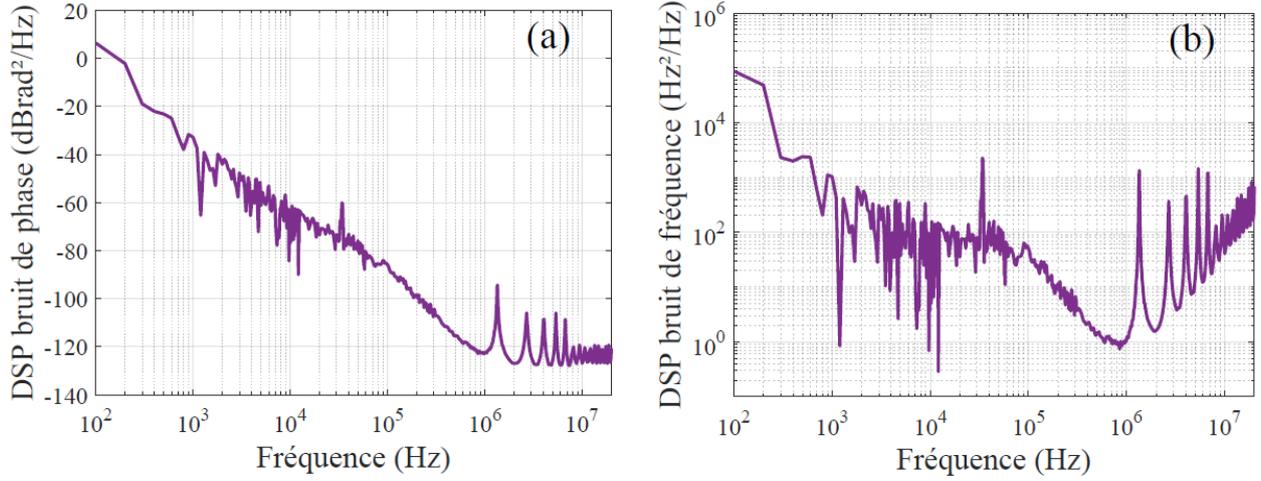


Figure 2.21 – Mesure de la densité spectrale de puissance (DSP) du (a) bruit de phase  $S_\phi(f)$  et (b) bruit de fréquence  $S_{\Delta\nu}(f)$  du laser NKT Koheras Adjustik Power E15 faite avec le banc mesure à TRT (plus de détails dans [156]).

Cette méthode, dite de la ' $\beta$ -separation line', définit la largeur de raie effective comme la largeur à mi-hauteur FWHM (Full Width at Half Maximum) calculée avec l'expression suivante :

$$\text{FWHM} = \sqrt{8 \ln(2) \int_{f_a}^{f_b} S_{\Delta\nu}(f) df} , \quad (2.75)$$

où  $f_a < f_b \leq f_\beta$  définissent le domaine de fréquence de la mesure. Notre collègue stagiaire Erell Laot a interprété ces mesures et calculé une  $\text{FWHM} = 6.243$  kHz pour un intervalle de fréquence entre 100 Hz et  $f_\beta = 800$  Hz.

### Effet d'intermodulation

Le bruit du laser qui n'est pas atténué par la bande passante du gyromètre peut nous poser problème. En effet, lorsque le faisceau laser est modulé en fréquence à  $f_{\text{mod}}$ , il a été démontré que le bruit de fréquence du laser est majoritaire sur les harmoniques pairs de  $f_{\text{mod}}$ , donc sur les fréquences à  $m f_{\text{mod}}$  où  $m$  est pair [159, 135, 160]. Il va y avoir un effet d'intermodulation entre les bandes latérales et les bruits à  $m f_{\text{mod}}$  qui va engendrer un transfert du bruit de fréquence vers les harmoniques impairs  $(m + 1) f_{\text{mod}}$ . Par conséquent, le bruit de fréquence du laser va se retrouver à la fréquence  $f_{\text{mod}}$  et sera démodulé lors du processus de génération du signal d'erreur et créer un biais non constant. Pour pallier ce problème, on peut utiliser un filtre optique et une première stabilisation de la fréquence du laser avant de l'injecter dans la cavité [135].

### 2.4.7 Dérive de l'ISL due aux variations de température

L'intervalle spectral libre (ISL) des cavités fibrés assemblées peut être varié avec la température à cause des effets thermo-optique et elasto-optique qui affectent l'indice de réfraction  $n$  [161]. Pour rappel, l'ISL est l'inverse du temps de propagation de la lumière  $\tau$  dans la cavité :

$$\Delta\nu_{\text{ISL}} = \frac{1}{\tau} = \frac{c}{nL}. \quad (2.76)$$

Le modèle développé dans [161] indique l'expression de la variation du temps de propagation dans la fibre  $\tau$  avec la température  $T$  :

$$\frac{d\tau}{dT} = \frac{1}{c} \left( n \frac{dL}{dT} + L \frac{dn}{dT} \right). \quad (2.77)$$

Toujours selon [161], pour une longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm se propageant dans la silice on a  $n = 1.45$ ,  $dL/dT = 4.1 \times 10^{-7}$  m/K et  $dn/dT = 1.1 \times 10^{-5}$  K<sup>-1</sup>, ce qui nous donne  $d\tau/dT = 3.9 \times 10^{-14}$  s/K<sup>3</sup>. Dans une fibre à cœur creux à bande interdite photonique (photonic bandgap), on a  $n = 1.003$  et 0.3% de la lumière est guidée dans la silice, on a donc  $d\tau/dT = 1.6 \times 10^{-15}$  s/K [161]. La dérivée thermique de l'ISL est reliée à  $d\tau/dT$  par la relation :

$$\frac{d\Delta\nu_{\text{ISL}}}{dT} = \frac{d(1/\tau)}{dT} = \frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{dT} = \Delta\nu_{\text{ISL}}^2 \frac{d\tau}{dT}. \quad (2.78)$$

Dans nos expériences on a un laser de longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm donc, d'après l'équation (2.1), on observe  $p = nL/\lambda$  fois la variation de l'ISL pour une cavité de longueur de fibre  $L$  et avec indice de réfraction  $n$ . Un changement de température  $\Delta T$  induit une fluctuation de fréquence  $\Delta\nu_{\text{th}}$  sur le laser asservi à résonance :

$$\frac{\Delta\nu_{\text{th}}}{\Delta T} = p \frac{d\Delta\nu_{\text{ISL}}}{dT} = p \Delta\nu_{\text{ISL}}^2 \frac{d\tau}{dT} = \frac{c}{\lambda n L} \left( n \frac{dL}{dT} + L \frac{dn}{dT} \right). \quad (2.79)$$

On obtient des dérivées thermiques de fréquence de 103 MHz/K et 4.2 MHz/K pour nos cavités en fibre standard et en fibre à cœur creux, respectivement de longueur 15.2 m et 22 m. Cet effet réciproque affecte de manière identique les ondes contra-propagatives et il n'induit pas de biais sur la mesure de la vitesse de rotation. En revanche, il induit des dérivées relatives entre le laser et la cavité qu'il faut compenser soit directement via la fréquence du laser soit via un AOM en aval du laser. La bande passante de l'AOM étant limitée, on cherche à réduire ces fluctuations au minimum en mettant nos cavités dans une étuve permettant de stabiliser la température entre 0.01°C à 0.1°C. Les fluctuations thermiques sont à très basses fréquences, ce qui laisse le temps à l'asservissement de les corriger et maintenir les ondes à résonance. On remarque que la cavité en fibre à cœur creux est théoriquement 24 fois plus stable en température que celle en fibre standard : on le vérifiera expérimentalement au Chapitre 4.

---

3. Ceci reste une approximation, en réalité le polymère qui entoure la gaine joue un rôle non négligeable dans la dilatation thermique de la fibre.

### 2.4.8 Détection

En plus des phénomènes physiques précédents, le système de détection et d'acquisition des signaux des photodiodes possède une résolution limitée que l'on va décrire ici. Les photodiodes ont une puissance équivalente de bruit (NEP : noise equivalent power). On utilise également des détections synchrones numériques de chez Zurich Instruments [162, 163] qui ont aussi leurs limites de détection qu'on listera plus bas.

#### Puissance équivalente de bruit de la photodiode (NEP)

La puissance équivalente de bruit de la photodiode (NEP) en  $\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$  peut être interprétée comme une puissance optique équivalente au bruit de fond du détecteur sur une bande passante de mesure donnée. On utilise une photodiode avec une  $\text{NEP} = 3 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}$  [164] et on a un gain optoélectronique  $G$  en  $\text{V}/\text{W}$ . Si aucune puissance optique n'arrive sur le détecteur, la densité spectrale de bruit de photodétection  $S_{\text{det}}$  en  $\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$  vaut :

$$S_{\text{det}} = \text{NEP} \times G . \quad (2.80)$$

On en déduit le bruit de photodétection  $V_{\varepsilon, \text{det}}$  sur le signal d'erreur avec une bande passante  $\Delta f$  :

$$V_{\varepsilon, \text{det}} = S_{\text{det}} \sqrt{\Delta f} = \text{NEP} \times G \sqrt{\Delta f} . \quad (2.81)$$

Pour une puissance incidente sur la cavité  $P_0$ , une pente effective du signal d'erreur  $GP_0K_\varepsilon$  et un facteur d'échelle de la cavité  $K_S$ , le bruit de photodétection correspond à une vitesse de rotation  $\delta\dot{\theta}_{\text{det}}$  :

$$\delta\dot{\theta}_{\text{det}} = \frac{V_{\varepsilon, \text{det}}}{K_S GP_0 K_\varepsilon} = \frac{\text{NEP} \sqrt{\Delta f}}{K_S P_0 K_\varepsilon} . \quad (2.82)$$

Avec une bande passante normalisée à  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$ , on a une erreur  $\delta\dot{\theta}_{\text{det}} = 0.02 \text{ }^\circ/\text{h}$  avec une pente calculée avec la cavité en fibre standard en transmission.

#### Discrétisation et numérisation de la détection synchrone

Les détections synchrones de Zurich Instruments permettent de générer les signaux d'erreur, d'implémenter les filtres de boucle PID de tous les asservissements (fréquence laser, fréquences RF appliquées aux AOM et RAM). La Table 2.3 liste quelques données issues de [163] indiquant les résolutions et précisions de la version UHFLI.

Le signal de contrôle de la fréquence du laser est généré via une sortie auxiliaire de résolution  $0.3 \text{ mV}$ . La Figure 2.12 montre la réponse en fréquence de notre laser en fonction la fréquence de la tension appliquée à son entrée de modulation. Pour les basses fréquences, le gain statique  $G_L = 9.7 \text{ MHz}/\text{V}$  conduit à une résolution  $\delta\nu_{\text{output}} \simeq 3 \text{ kHz}$  sur l'asservissement de la fréquence

Paramètres	Valeurs typiques
Entrée : conversion A/D	12 bits
Entrée : gamme réglable	10 mV à 1.5 V
Entrée : précision en amplitude	3% si <100 MHz, 10% si >100 MHz
Sortie : résolution en fréquence	6 $\mu$ Hz
Sortie : conversion D/A	14 bits
Sortie : précision en amplitude	2% si <100 MHz, 5% si >100 MHz
Démodulateur : résolution	64 bits
Sortie auxiliaire : résolution	0.3 mV (20 V sur 16 bits)

Table 2.3 – Tableau résumant les sensibilités et différents paramètres de la détection synchrone Zurich Instrument UHFLI, données issues de [163].

du laser. Cela n'est pas compatible avec les performances recherchées. Ceci explique que dans certaines expériences, on préfère ajuster la fréquence RF d'un AOM en aval du laser plutôt que d'ajuster directement la fréquence du laser. La résolution en fréquence des oscillateurs internes servant à générer les fréquences RF appliquées aux AOM vaut 6  $\mu$ Hz, elle est donc compatible avec les performances souhaitées.

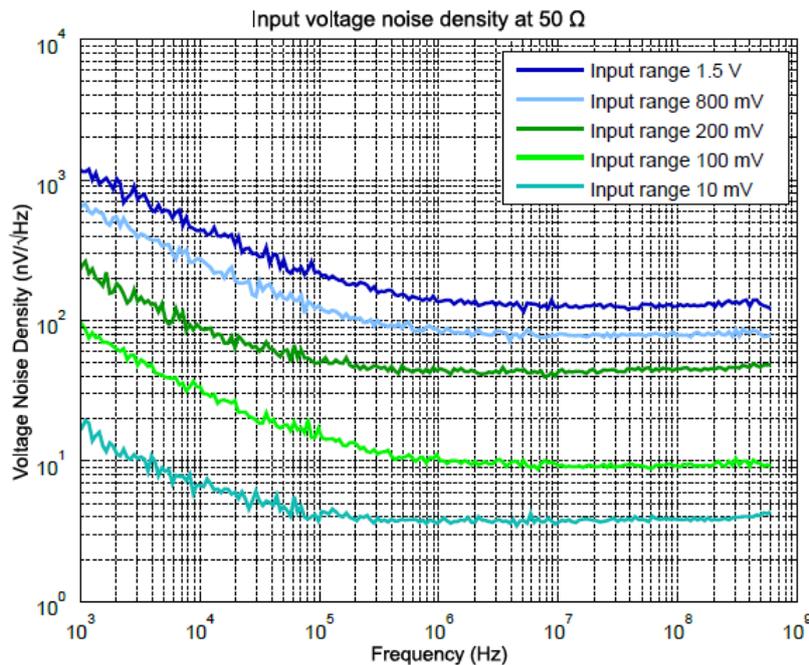


Figure 2.22 – Courbes issues de [163] montrant la mesure de la densité spectrale de bruit de tension en entrée de la Zurich UHFLI sur des fréquences allant de 1 kHz à 600 MHz avec une impédance de 50  $\Omega$  pour plusieurs gammes de tension d'entrée réglable de 10 mV à 1.5 V.

La Figure 2.22 issue de [163] montre la mesure de la densité spectrale de bruit de tension en entrée de la Zurich UHFLI avec une impédance de  $50 \Omega$  sur des fréquences allant de 1 kHz à 600 MHz. Les différentes courbes représentent les gammes de tension d'entrée réglables de 10 mV à 1.5 V. Typiquement, on va par la suite choisir des fréquences de modulation  $f_{\text{mod}}$  aux alentours de 100 kHz et une gamme de tension d'entrée de 100 mV soit une densité spectrale de bruit de tension  $S_{\text{UHFLI}} \simeq 20 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . On en déduit l'erreur de quantification de sortie de la Zurich UHFLI sur la vitesse de rotation  $\delta\dot{\theta}_{\text{UHFLI}}$  de la même manière que l'équation (2.82) :

$$\delta\dot{\theta}_{\text{UHFLI}} = \frac{S_{\text{UHFLI}}\sqrt{\Delta f}}{K_S G P_0 K_\epsilon} . \quad (2.83)$$

Pour une puissance incidente sur la cavité  $P_0 = 1 \text{ mW}$ , un gain optoélectronique  $G = 1.57 \times 10^3 \text{ V/W}$  et une bande passante normalisée à  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$  et les mêmes valeurs de pente et de facteur d'échelle que précédemment, on trouve une vitesse de rotation  $\delta\dot{\theta}_{\text{UHFLI}}$  équivalente à une quantification de sortie proche de  $0.07 \text{ }^\circ/\text{h}$ .

### 2.4.9 Conclusion sur les limitations

Limitations	Cavité en fibre standard	Cavité en fibre à cœur creux
Bruit de grenaille	$0.0005 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$	$0.0005 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$
Rétrodiffusion	$3 \text{ }^\circ/\text{s}$	$7\text{-}22 \text{ }^\circ/\text{s}$
Effet Kerr	$3 \text{ }^\circ/\text{h}$	$0.005 \text{ }^\circ/\text{h}$
Bruit de la photodiode	$0.018 \text{ }^\circ/\text{h}$	$0.012 \text{ }^\circ/\text{h}$
Sortie détection synchrone vers modulation laser	$5 \text{ }^\circ/\text{s}$	$3 \text{ }^\circ/\text{s}$
Sortie détection synchrone vers AOM	$4 \times 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{h}$	$2.5 \times 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{h}$
Bruit de quantification de sortie UHFLI	$0.074 \text{ }^\circ/\text{h}$	$0.051 \text{ }^\circ/\text{h}$

Table 2.4 – Tableau résumant les impacts des différents bruits sur la vitesse de rotation pour la cavité en fibre standard à maintien de polarisation et de la cavité en fibre à cœur creux pour puissance incidente  $P_0 = 1 \text{ mW}$  et bande passante de la mesure à 1 Hz.

Pour résumer cette section traitant des différentes limitations physiques et matérielles, la Table 2.4 montre les applications numériques des bruits cités. Afin de coller au mieux à la réalité, on prend les caractéristiques des deux cavités enroulées sur 8 cm de diamètre présentées dans le Chapitre 4. Une première cavité est en fibre standard à maintien de polarisation de  $L = 15.2 \text{ m}$  de long pour  $n = 1.45$  avec un facteur d'échelle  $K_S = 0.17257 \text{ Hz}/(^\circ/\text{h})$ . La seconde cavité est en fibre à cœur creux à bande photonique interdite et fait  $L = 22 \text{ m}$  de long pour

$n = 1$  avec un facteur d'échelle  $K_S = 0.25023 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{h})$ . On va considérer qu'on monitore l'intensité transmise par la cavité de puissance incidente  $P_0 = 1 \text{ mW}$  avec un gain optoélectronique  $G_{\text{PD}} = 1.57 \times 10^3 \text{ V/W}$ . On choisit une bande passante normalisée à  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$ . On suppose que la puissance entre les deux faisceaux contrapropagatifs vaut  $\Delta P = 0.01 \text{ mW}$  soit 1% de  $P_0$ . Pour rappel, un gyromètre de la classe inertielle nécessite un biais de stabilité sous les  $0.01 \text{ }^{\circ}/\text{h}$  et une marche au hasard angulaire inférieure à  $0.005 \text{ }^{\circ}/\sqrt{\text{h}}$ . Les principales limitations qu'on ne peut pas contourner avec des techniques particulières sont aujourd'hui liées à la détection.



---

# Modulation d'amplitude résiduelle (RAM) : conception d'une nouvelle méthode de contrôle

---

Ce chapitre est entièrement dédié à l'étude de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM : Residual Amplitude Modulation) déjà introduite au Chapitre 2. La RAM conduit à une imprécision sur l'asservissement de la fréquence d'un laser sur une cavité en introduisant un biais. On commence par présenter ce phénomène puis exposer l'état actuel des connaissances sur les techniques pour s'en défaire, dont celle mise en place par N. C. Wong et J. L. Hall en 1985. Ensuite, on présente un modèle théorique pour comprendre pourquoi cette technique, originellement développée en espace libre, est inadaptée pour nos montages en composants optiques fibrés. En effet, la mesure de la RAM donne des résultats différents en différents points du montage optique contenant des composants fibrés. Ces résultats nous mèneront à introduire une nouvelle méthode de compensation de la RAM qui consiste à générer deux signaux d'erreur en quadrature issus de la même photodiode pour à la fois asservir le laser sur la cavité (ou réciproquement) et supprimer le biais induit par la RAM. À partir du modèle théorique et de vérifications expérimentales, on montre que notre nouvelle technique de contrôle de la RAM est mieux adaptée à une cavité observée en transmission plutôt qu'en réflexion. Les résultats présentés ici ont fait l'objet d'un dépôt de brevet [165], d'une publication dans une revue scientifique [166] et de communications dans des conférences [167, 168, 169].

## 3.1 Introduction et état des connaissances sur la RAM

Pour asservir la fréquence d'un laser sur une cavité de référence on peut utiliser la technique de modulation-démodulation qui nécessite un modulateur de phase (PM : Phase Modulator). Ces PM sont souvent composés d'un cristal électro-optique biréfringent de  $\text{LiNbO}_3$  alimenté par une tension RF (radio fréquence) sinusoïdale oscillant à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$ . La modulation de phase est accompagnée d'une modulation d'amplitude résiduelle (RAM : Residual Amplitude Modulation) à la fréquence  $f_{\text{mod}}$ . Cette composante parasite à  $f_{\text{mod}}$  est démodulée et crée une asymétrie des bandes latérales qui génère un biais sur le signal d'erreur. Ce biais constitue une limitation majeure pour la stabilité de la fréquence asservie dans tout système ayant recourt à la méthode de modulation-démodulation. Par conséquent, la RAM est étudiée dans de nombreux domaines comme la détection d'ondes gravitationnelles [170], la spectroscopie [171], la réfractométrie [172] ou la gyrométrie [87]. Historiquement, c'est dans le

domaine de la spectroscopie que G. C. Bjorklund de chez IBM réalise en 1980 qu'une modulation d'amplitude résiduelle l'empêche d'atteindre le shot-noise [117]. Cinq années plus tard, N. C. Wong et J. L. Hall de l'université du Colorado proposent une méthode active de suppression de la RAM. On présente cette technique dans la prochaine sous-section. D'autres méthodes passives et actives d'atténuation de la RAM sont discutées par la suite.

### 3.1.1 Méthode de Wong & Hall

Au début des années 1980, la mise en oeuvre de la technique de modulation-démodulation consiste dans l'utilisation d'un cristal biréfringent électro-optique (EOM : Electro-Optic Modulator) en espace libre inséré entre deux polariseurs. À cette époque, on connaît l'origine de la RAM : les polarisations incidente et sortante du cristal électro-optique ne sont pas parfaitement alignées sur les lignes neutres du cristal, ce qui crée la modulation d'amplitude à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$ . La biréfringence du cristal dépend de sa température et de la longueur d'onde, elle est donc susceptible de fluctuer et de rendre le biais induit par la RAM instable. Le modèle théorique qui explique le phénomène est présenté à la section 3.2 suivante. Une première technique pour réduire l'erreur consiste à orienter l'angle des deux polariseurs de manière passive pour que ces derniers soient bien orientés avec cristal [173]. En revanche, la biréfringence fluctue dans le temps et il faut régulièrement réorienter les polariseurs.

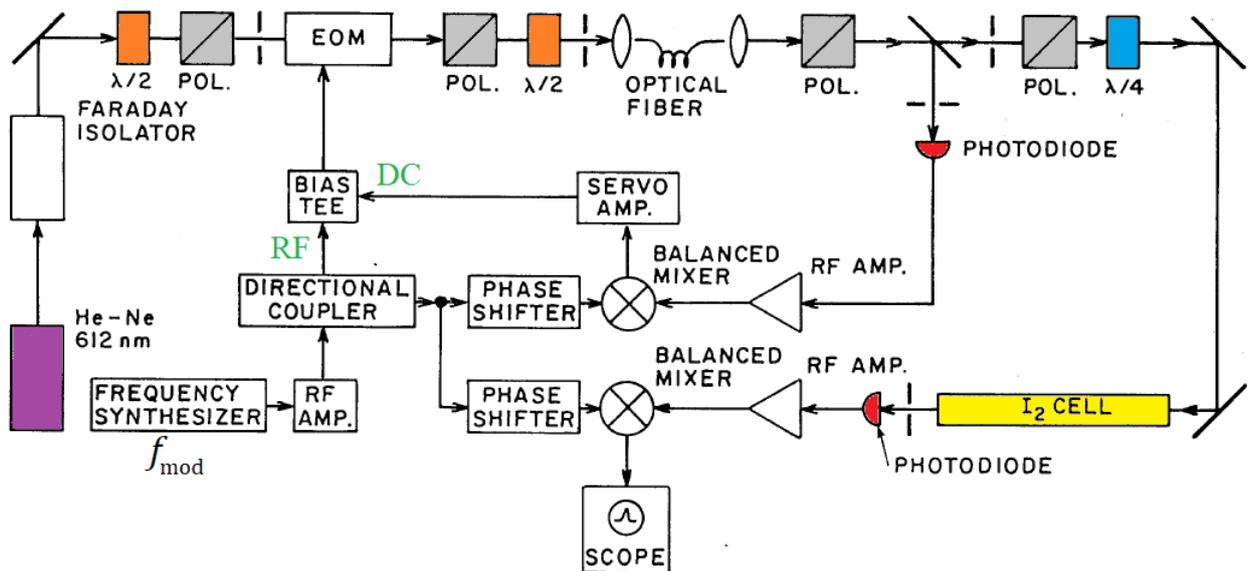


Figure 3.1 – Schéma de l'expérience de Wong & Hall illustrant leur méthode de contre-réaction sur la tension continue du modulateur de phase pour activement corriger la RAM, issu de [149].

Dans ce contexte, N. C. Wong et J. L. Hall proposent de corriger activement la biréfringence du cristal avec l'expérience de la Figure 3.1 appliquée à la spectroscopie de l'Iode ( $I_2$ ) [149]. Un faisceau issu d'un laser He-Ne est dirigé vers un EOM en espace libre (cristal biréfringent

de  $\text{LiTaO}_3$ ) placé entre deux polariseurs. La lumière est couplée dans une fibre optique qui fait office de filtre spatial. En sortie de cette fibre, le faisceau est scindé en deux par une lame séparatrice. Une partie va directement sur une première photodiode qui sert à mesurer la variation d'amplitude. Le signal de cette photodiode est démodulé à  $f_{\text{mod}}$  pour extraire la composante de la RAM et obtenir un premier signal d'erreur. Ce dernier est asservi à zéro en appliquant une tension continue (DC) sur le cristal du modulateur de phase. Cette tension continue s'ajoute à la tension RF. Elle permet de contrôler la biréfringence du cristal et d'annuler la variation de l'amplitude à  $f_{\text{mod}}$  sur la première photodiode une fois la boucle d'asservissement fermée. La bande passante de l'asservissement doit être suffisamment rapide pour corriger les fluctuations de la RAM produites par un changement de température ou de fréquence du laser. Le deuxième faisceau, qui pénètre dans la cellule de  $\text{I}_2$  est alors censé être dépourvu de RAM. D'autres phénomènes agissent sur la RAM comme l'effet d'étalon, les pertes dépendant de la polarisation, les vibrations ou encore les fluctuations de la tension appliquée sur le cristal, etc...

Cette méthode peut donc être utilisée avec des composants fibrés suivis par une cavité en espace libre. Les gyromètres à cavités en espace libre (PRG) de chez LIGO et MOE (évoqués au Chapitre 1) corrigent la RAM avec la méthode de Wong & Hall [59, 60, 61]. Pour optimiser la correction de la RAM sur le long terme, certaines équipes ajoutent un contrôle en température des modulateurs de phase [171, 174, 175, 176]. Chez Thales, il a été question d'appliquer la méthode dans un système entièrement fibré. C'est justement l'objet de la partie suivante.

### Premiers essais de la méthode de Wong & Hall chez Thales

Durant sa thèse, Alexia Ravaille a d'abord tenté d'appliquer la méthode de correction de la RAM initiée par Wong & Hall mais avec un système entièrement fibré [6, 95]. Un coupleur fibré 90/10 était initialement utilisé pour scinder le faisceau en deux comme sur la Figure 3.2. Les 10 % étaient observés avec une photodiode  $\text{PD}_{1,\text{RAM}}$  dont le signal démodulé à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod},1}$  servait à contrôler la RAM. La seconde photodiode  $\text{PD}_1$  observait l'intensité réfléchie par la cavité. La fréquence optique du laser (ou la fréquence RF de la tension d'alimentation de l'AOM<sub>1</sub>) était asservie par la méthode PDH (voir Chapitre 2). Cette architecture de correction de RAM était introduite pour les trois faisceaux qui sondaient la cavité en fibre à cœur creux de type Kagome pour mesurer de vitesse de rotation (schéma non représenté ici). Deux faisceaux étaient envoyés dans un même sens afin de mesurer les instabilités de l'ISL de la cavité. Un troisième était injecté dans l'autre direction pour mesurer l'écart de fréquence dû à l'effet Sagnac. On discutera plus en détail cette architecture au Chapitre 5.

Retenons simplement qu'en comparant les fréquences de contre-réaction sur les trois AOM de l'expérience, il est possible de mesurer l'ISL de la cavité de trois manières différentes. En effet, les fréquences des trois AOM étaient asservies sur des résonances différentes séparés de 4, 9 et 13 ISL l'une par rapport à l'autre. Sans rotation de la cavité, ces trois mesures de l'ISL devraient être identiques. Les résultats sont reproduits sur la Figure 3.3 et on voit clairement

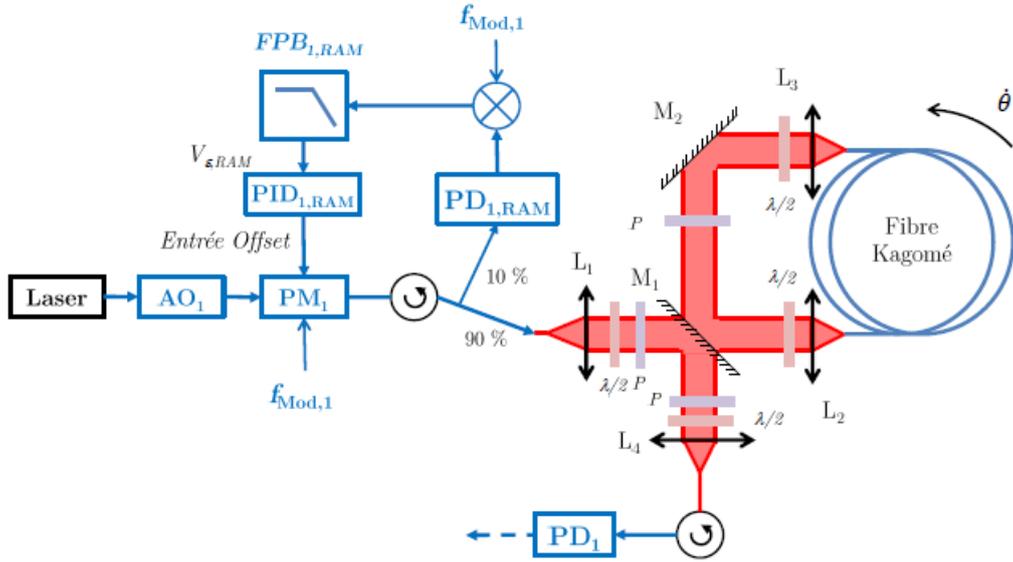


Figure 3.2 – Schéma de la méthode de correction de la RAM (pour un seul faisceau incident) appliquée au gyromètre à cavité basée sur une fibre à cœur creux de type Kagomé, issu de [6].

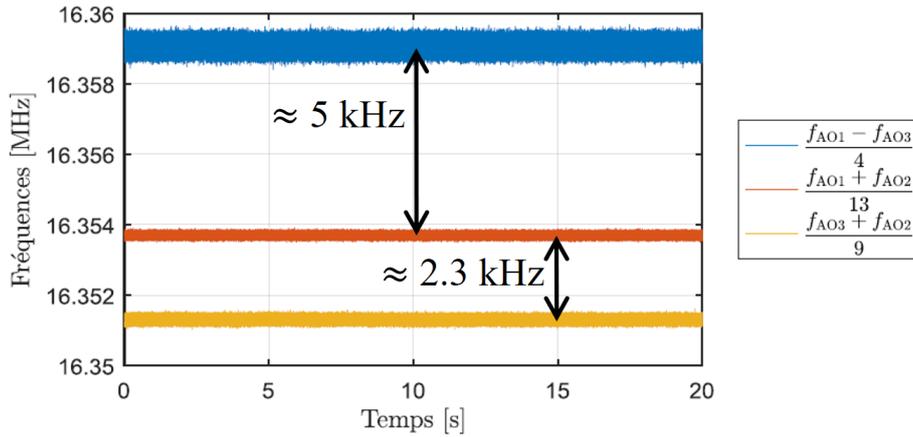


Figure 3.3 – Trois mesures de l’ISL sans rotation de la cavité en fibre Kagomé calculés à partir de fréquences d’AOM asservies sur trois modes de cavité différents, issues de [6].

que les trois valeurs d’ISL calculées ne coïncident pas et varient de 2 à 7 kHz. On attribue ces biais à une mauvaise correction de la RAM. En effet, dans les fibres qui composent le coupleur, la polarisation peut être affectée par des contraintes mécaniques, des courbures, des distortions, une inhomogénéité ou un changement de température [177].

Par la suite, les coupleurs fibrés 90/10 ont été remplacés par des miroirs en espace libre placés juste avant l’entrée dans la cavité pour se rapprocher d’une configuration similaire à celle de Wong & Hall sans que les résultats soient fondamentalement améliorés. C’est dans ce

contexte qu’au début de ma thèse, nous considérons la RAM comme la source prédominante de biais et de dérives sur la mesure des fréquences des AOM asservies sur notre cavité. On verra tout au long de ce chapitre la logique qui nous a mené à développer la nouvelle méthode de correction de la RAM.

### 3.1.2 Autres méthodes pour atténuer la RAM

Il existe d’autres méthodes actives de contre-réaction qui ressemblent à la méthode de Wong & Hall mais traitent la polarisation de manière différente. En plaçant un séparateur de faisceau polarisant (PBS : Polarization Beam Splitter) en espace libre [178], les deux photodiodes qui récupèrent les faisceaux observent deux polarisations différentes. Plus récemment, il a été proposé de placer un PBS fibré pour produire une unique polarisation parfaitement linéaire avant la séparation des deux faisceaux avec un coupleur fibré [179].

Une méthode passive d’atténuation de la RAM consiste à tailler le cristal électro-optique qui sert de modulateur de phase [180, 181, 182, 183, 184] de manière à ce que les faces d’entrée et de sortie du faisceau servent de polariseur. Cette solution nécessite un montage en espace libre et un cristal fabriqué sur mesure généralement produit par le laboratoire lui-même.

Lorsque la modulation de phase est effectuée avec un cristal électro-optique biréfringent, un autre moyen d’atténuer les effets de la RAM est de faire une double modulation de phase :

- R. G. DeVoe et R. G. Brewer proposent en 1984 de faire une double modulation de phase avec deux modulateurs de phases successifs modulés à des fréquences différentes [185]. Selon les auteurs, la double modulation de phase atténue la RAM. P. Courteille et al. s’inspirent de la méthode de DeVoe & Brewer dix ans plus tard [186]. Cette fois-ci, la double modulation est effectuée avec un seul modulateur de phase. Pour davantage atténuer la RAM, ils placent un étalon devant la photodiode pour équilibrer l’amplitude des bandes latérales. Ces deux équipes ont la particularité de choisir une fréquence de modulation valant l’ISL de la cavité. On reviendra sur cette technique au Chapitre 5.
- Plus récemment, H. Li et al. [55] prétendent s’affranchir de la RAM avec une architecture symétrique et une double modulation réciproque déjà évoqué au Chapitre 1 sur la Figure 1.12. Selon eux, la réciprocity de la RAM dans les deux directions annulerait son effet sur le signal démodulé. On verra au cours des sections suivantes que la présence de polariseurs imparfaits accompagnés de pertes dépendant de la polarisation induit une RAM variable le long du chemin optique. Cela remet en question l’efficacité de cette technique.

Enfin, il est possible d’effectuer la modulation de phase sans cristal électro-optique biréfringent pour éviter la RAM. Tout comme dans le premier gyromètre résonant passif du MIT de 1977 [34], on peut produire la modulation de phase dans le résonateur en modulant la longueur

de cavité avec un cale piézoélectrique [187, 188, 189]. Cette technique à l'avantage de n'engendrer ni RAM ni distorsions de faisceaux, contrairement à un modulateur de phase classique. De plus, on réduit le nombre de composants. Néanmoins, ce procédé ne permet pas de moduler à plusieurs fréquences et n'est pas adapté aux fibres à cœur creux.

Nous avons pris la décision de garder les modulateurs de phases pour générer des signaux d'erreur et de chercher une nouvelle méthode de correction de la RAM en s'inspirant de la méthode de Wong & Hall. La prochaine section présente la modélisation du phénomène de modulation d'amplitude résiduelle.

## 3.2 Étude de la RAM avec des composants fibrés

On vient de présenter la méthode de Wong & Hall qui nécessite deux faisceaux distincts : un premier pour asservir la fréquence optique du faisceau incident sur la cavité, et un deuxième pour compenser la RAM en appliquant une tension continue sur le PM. Son efficacité en espace libre a été prouvée, néanmoins on peut se demander si elle est toujours adaptée aux systèmes entièrement fibrés. Dans cette section, il s'agira de démontrer que la RAM de deux faisceaux distincts peut être différente dans le cas d'utilisation de composants biréfringents ayant des pertes dépendant de la polarisation (PDP) et des polariseurs imparfaits. On le vérifiera ensuite expérimentalement avec une expérience simple. On utilise le même formalisme que celui introduit dans notre article [166].

### 3.2.1 Modélisation

La Figure 3.4 montre la propagation d'un faisceau monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  à travers un modulateur de phase sandwiché entre deux polariseurs  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$ , suivi d'un composant fibré. Le champ incident d'amplitude  $E_0$  oscille à la fréquence  $\nu_L$  (pulsation  $\omega_L$ ). On considère qu'il est parfaitement polarisé après son passage par le polariseur  $\mathcal{P}_1$ . Sa polarisation est donc inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe  $z$  du cristal biréfringent auquel on applique un champ électrique RF  $E_z$ . Ce dernier génère une tension  $V_{RF} \sin(\omega_{mod}t)$  à la fréquence  $\omega_{mod}$  associée à une tension continue DC  $V_{dc}$ . La lumière en sortie du cristal du modulateur de phase s'écrit :

$$E_{PM} = E_0 e^{i\omega_L t} \begin{pmatrix} e^{i\Psi_e} \cos \beta \\ e^{i\Psi_o} \sin \beta \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

où  $\Psi_o$  et  $\Psi_e$  sont les phases des composantes des champs orientés selon les axes ordinaire et extraordinaire du cristal. Ces phases ont pour expressions [149] :

$$\Psi_{o,e} = \delta_{o,e} \sin(\omega_{mod}t) + \phi_{o,e}^{dc} + \phi_{o,e}^n, \quad (3.2)$$

où

$$\delta_{o,e} = -\frac{\pi l}{\lambda d} r_{o,e} n_{o,e}^3 V_{\text{RF}} , \quad (3.3)$$

$$\phi_{o,e}^{\text{dc}} = -\frac{\pi l}{\lambda d} r_{o,e} n_{o,e}^3 V_{\text{dc}} , \quad (3.4)$$

$$\phi_{o,e}^{\text{n}} = \frac{2\pi l}{\lambda} n_{o,e} . \quad (3.5)$$

$n_{o,e}$  est l'indice de réfraction et  $r_{o,e}$  le coefficient électro-optique dont les valeurs à 1550 nm sont données dans [190].  $\delta_{o,e}$  est l'amplitude de modulation,  $\phi_{o,e}^{\text{dc}}$  la phase électro-optique induite par la tension DC et  $\phi_{o,e}^{\text{n}}$  le déphasage naturel induit par le cristal. Les indices  $o$  et  $e$  correspondent respectivement aux axes ordinaires et extraordinaires du cristal de longueur  $l$  et d'épaisseur  $d$ . Tous ces paramètres dépendent de la température, des contraintes mécaniques et de la fluctuation de la fréquence incidente dans le cristal.

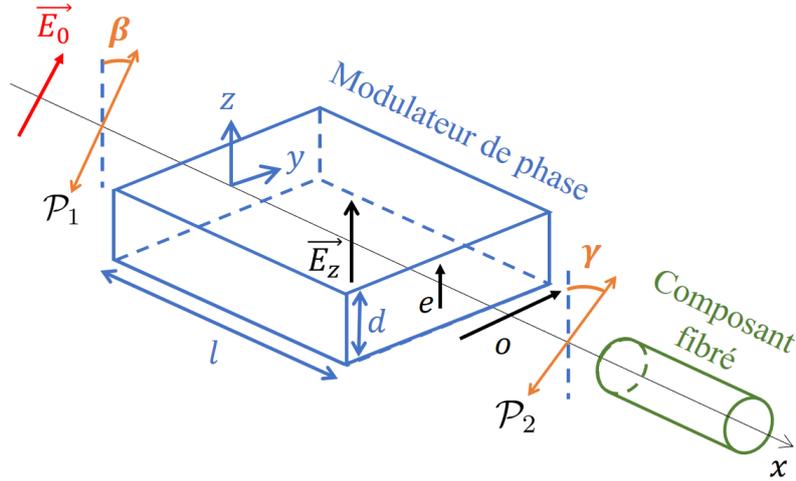


Figure 3.4 – Schéma d'un champ électrique se propageant dans un cristal biréfringent (qui sert de modulateur de phase) placé entre deux polariseurs  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$ , puis dans un composant fibré.

Supposons que le second polariseur  $\mathcal{P}_2$  possède un taux d'extinction d'amplitude  $\rho$  et soit incliné d'un angle  $\gamma$  par rapport à l'axe  $z$  du cristal. Après avoir traversé le polariseur  $\mathcal{P}_2$ , la lumière se propage dans plusieurs composants qui peuvent être des fibres optiques, des coupleurs, des circulateurs ou des polariseurs, etc... On décrit ces composants avec le formalisme des matrices de Jones qui tient compte de leurs biréfringences et de leurs pertes dépendant de la polarisation (PDP) [191, 192, 193, 194]. Certaines de ces matrices, comme par exemple pour un coupleur, sont relativement complexes et mèneraient à des calculs qui dépasseraient le cadre de la démonstration. Pour faire simple, on considère le cas d'une fibre optique après le polariseur  $\mathcal{P}_2$ , comme sur la Figure 3.4. Le champ électrique  $E_i$  à la sortie de la fibre est donné par :

$$E_i = Q \times \mathcal{P} \times R \times E_{\text{PM}} , \quad (3.6)$$

avec

$$Q = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}, \quad \mathcal{P} = \begin{pmatrix} 1 - \rho & 0 \\ 0 & \rho \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Les matrices de Jones  $Q$ ,  $\mathcal{P}$  et  $R$  correspondent respectivement au composant fibré qui suit  $\mathcal{P}_2$ , au polariseur  $\mathcal{P}_2$  et à la matrice de rotation d'angle  $\gamma$ . Les coefficients  $u_{i,j}$  sont des nombres complexes. Le calcul de l'équation (3.6) mène à l'expression suivante :

$$E_i = E_0 e^{i\omega_L t} \cdot \begin{pmatrix} [u_{11}(1 - \rho)b - u_{12}\rho\hat{b}]e^{i\Psi_e} + [u_{11}(1 - \rho)a + u_{12}\rho\hat{a}]e^{i\Psi_o} \\ [u_{21}(1 - \rho)b - u_{22}\rho\hat{b}]e^{i\Psi_e} + [u_{21}(1 - \rho)a + u_{22}\rho\hat{a}]e^{i\Psi_o} \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

où

$$a = \sin(\beta) \sin(\gamma), \quad (3.9)$$

$$b = \cos(\beta) \cos(\gamma), \quad (3.10)$$

$$\hat{a} = \sin(\beta) \cos(\gamma), \quad (3.11)$$

$$\hat{b} = \cos(\beta) \sin(\gamma), \quad (3.12)$$

sont des coefficients liés au désalignement entre le cristal et les deux polariseurs  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$ . On va maintenant faire la distinction entre les trois situations suivantes :

- polariseur  $\mathcal{P}_2$  parfait ( $\rho = 0$ ) et propagation en espace libre.
- polariseur  $\mathcal{P}_2$  imparfait ( $\rho \neq 0$ ) et propagation sans pertes dépendant de la polarisation.
- polariseur  $\mathcal{P}_2$  imparfait ( $\rho \neq 0$ ) et propagation avec pertes dépendant de la polarisation.

Tous les calculs qui vont suivre sont détaillés en Annexe D.

### Propagation en espace libre avec des polariseurs parfaits

On considère d'abord une propagation de la lumière en espace libre après le polariseur  $\mathcal{P}_2$  supposé parfait. Les paramètres sont donc  $\rho = 0$  puis  $u_{11} = u_{22} = 1$  et  $u_{12} = u_{21} = 0$ . Dans cette situation, on retrouve l'expression bien connue du champ électrique transmis qui figure dans l'article de Wong & Hall [149] :

$$E_i = E_0 e^{i\omega_L t} [b e^{i\Psi_e} + a e^{i\Psi_o}]. \quad (3.13)$$

On peut en extraire la composante de la puissance transmise  $P_i = |E_i|^2$  modulée à la fréquence de modulation  $\omega_{\text{mod}}$  :

$$P_i(\omega_{\text{mod}}) = -4 ab |E_0|^2 J_1(M) \sin(\omega_{\text{mod}} t) \sin(\Delta\phi). \quad (3.14)$$

où

$$\Delta\phi = \Delta\phi^{\text{dc}} + \Delta\phi^{\text{n}} = (\phi_e^{\text{dc}} - \phi_o^{\text{dc}}) + (\phi_e^{\text{n}} - \phi_o^{\text{n}}), \quad (3.15)$$

$$M = \delta_e - \delta_o. \quad (3.16)$$

$M$  est l'amplitude de modulation et  $J_1$  la fonction de Bessel du premier ordre.  $\Delta\phi$  est le déphasage total induit par la biréfringence naturelle  $\Delta\phi^n$  du cristal et par la biréfringence  $\Delta\phi^{dc}$  résultant de la tension DC appliquée au cristal. La technique de Wong & Hall, décrite à la section précédente, consiste justement à obtenir  $\sin(\Delta\phi) = 0$  en ajustant la tension DC du cristal de telle sorte que  $\Delta\phi^n$  soit compensée par  $\Delta\phi^{dc}$ . De cette manière, on annule la composante de l'intensité à  $\omega_{\text{mod}}$ , comme on le voit sur l'équation (3.14).

### Cas d'un polariseur de sortie imparfait suivi par des composants n'ayant pas des pertes dépendant de la polarisation

On va maintenant étudier le cas où le polariseur  $\mathcal{P}_2$  est imparfait avec  $\rho \neq 0$ . On analyse dans un premier temps le cas d'une propagation dans un composant biréfringent sans pertes dépendant de la polarisation. La matrice  $Q$  est alors unitaire et peut s'écrire [191, 192] :

$$Q_* = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ -u_{12} & u_{11} \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

qui vérifie

$$\det(Q_*) = |u_{11}|^2 + |u_{12}|^2 = 1. \quad (3.18)$$

À partir de l'équation (3.8), on recalcule la composante de la puissance transmise à la fréquence de modulation  $\omega_{\text{mod}}$  :

$$P_i(\omega_{\text{mod}}) = -4 \left[ (ab(1 - \rho)^2 - \hat{a}\hat{b}\rho^2) |E_0|^2 J_1(M) \sin(\omega_{\text{mod}}t) \sin(\Delta\phi) \right]. \quad (3.19)$$

Cette expression contient ici le même facteur  $\sin(\Delta\phi)$  que l'équation (3.14). On en déduit que la technique de Wong & Hall pour contrôler la RAM fonctionne même dans le cas d'un polariseur  $\mathcal{P}_2$  imparfait avec  $\rho \neq 0$  dans un système sans PDP.

### Cas d'un polariseur de sortie imparfait suivi par des composants ayant des pertes dépendant de la polarisation

Toujours dans le cas où le polariseur  $\mathcal{P}_2$  est imparfait avec  $\rho \neq 0$ , on considère finalement la propagation dans un composant biréfringent avec pertes dépendant de la polarisation. Cette situation correspond par exemple à la traversée d'un coupleur fibré dont les caractéristiques dépendent de la polarisation. On prend un cas simple où les PDP consistent en un composant biréfringent décrit par la matrice  $Q_*$  sans PDP décrit par l'équation (3.17) et d'un polariseur parfait. La matrice à prendre en compte est donc  $Q_{\text{PDP}}$  :

$$Q_{\text{PDP}} = \mathcal{P}_{\rho=0} \cdot Q_* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ -u_{12} & u_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

On recalcule le champ électrique  $E_i$  qui a maintenant pour expression :

$$E_i = Q_{\text{PDP}} \times \mathcal{P} \times R \times E_{\text{PM}}, \quad (3.21)$$

et on en extrait la composante  $P_i(\omega_{\text{mod}})$  :

$$E_i = E_0 e^{i\omega_L t} \left[ |b'| e^{i\phi_{b'}} e^{i\Psi_e} + |a'| e^{i\phi_{a'}} e^{i\Psi_o} \right], \quad (3.22)$$

$$P_i(\omega_{\text{mod}}) = -4|a'| |b'| |E_0|^2 J_1(M) \sin(\omega_{\text{mod}} t) \sin(\Delta\phi + \phi_{b'} - \phi_{a'}), \quad (3.23)$$

avec

$$\begin{cases} a' = [u_{11}(1 - \rho)a + u_{12}\rho\hat{a}] = |a'| e^{i\phi_{a'}} , \\ b' = [u_{11}(1 - \rho)b - u_{12}\rho\hat{b}] = |b'| e^{i\phi_{b'}} . \end{cases} \quad (3.24)$$

Cette fois-ci, la condition nécessaire pour supprimer la RAM devient  $\sin(\Delta\phi + \phi_{b'} - \phi_{a'}) = 0$ . On en conclut que dans le cas d'un polariseur  $\mathcal{P}_2$  imparfait ( $\rho \neq 0$ ) suivi d'un composant présentant des PDP, la RAM dépend des déphasages  $\phi_{a'}$  et  $\phi_{b'}$  accumulés lors de la propagation dans le composant biréfringent. Étant donné qu'un polariseur n'est jamais parfait, ce modèle simple montre que la RAM peut apparaître ou être modifiée après n'importe quel composant ayant des PDP et qui suit le modulateur de phase, comme cela a déjà été mentionné [179, 195].

La conclusion majeure de cette section est que le résultat d'une mesure de la RAM dépend de l'endroit où la mesure est faite. Cela veut dire que dans le cas de la méthode de Wong & Hall, supprimer la RAM à la position d'une première photodiode ne veut pas nécessairement dire que la RAM est éliminée sur la deuxième photodiode utilisée pour asservir la fréquence du laser. Par conséquent, dans un système avec des polariseurs imparfaits et des composants présentant des PDP, la méthode de Wong & Hall ne garantit pas qu'une RAM parasite n'engendre un biais sur la mesure de fréquence. Avant de présenter notre nouvelle méthode de correction de RAM développée pendant cette thèse, vérifions les prédictions de la modélisation.

### 3.2.2 Observation de la RAM après propagation dans des composants fibrés

Dans la partie précédente, nous prédisions que la RAM pouvait être différente selon l'endroit où on effectue la mesure dans le montage fibré qui présente des pertes dépendant de la polarisation. Nous décrivons ici une expérience qui permet de tester ces prédictions en comparant deux mesures de RAM en deux points différents d'un système optique fibré. Le schéma de l'expérience est donné sur la Figure 3.5. Un laser fibré émet une lumière de longueur d'onde  $\lambda = 1550$  nm qui est modulée à  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz par un modulateur de phase (PM) en  $\text{LiNbO}_3$ . On explique le choix de la fréquence de modulation plus bas. Elle se propage ensuite dans une fibre à maintien de polarisation (PMF) suivie d'un coupleur 50/50 fibré (C). Le taux de division du coupleur dépend de la polarisation et il crée donc des pertes dépendant de la polarisation (PDP). La lumière incidente dans le coupleur est scindée en deux faisceaux dont la puissance est recueillie par deux photodiodes  $\text{PD}_1$  et  $\text{PD}_2$ . Les signaux de ces photodiodes sont démodulés à  $f_{\text{mod}}$  par les deux mixeurs  $M_1$  and  $M_2$  avec la même phase de démodulation  $\varphi_d$  en utilisant une détection synchrone de chez Zurich Instruments. On génère alors deux signaux démodulés  $V_{\text{RAM1}}$  et  $V_{\text{RAM2}}$  qui sont les amplitudes des composantes à  $f_{\text{mod}}$  sur  $\text{PD}_1$  et  $\text{PD}_2$ . L'interrupteur I sert à sélectionner lequel de ces deux signaux démodulés est utilisé pour supprimer la RAM.

Le filtre de boucle (FB) contient un filtre passe-bas du premier ordre avec une bande passante de 1 kHz suivi d'un correcteur PID pour boucler l'asservissement. Le signal en sortie de FB est une tension continue appliquée au modulateur de phase.

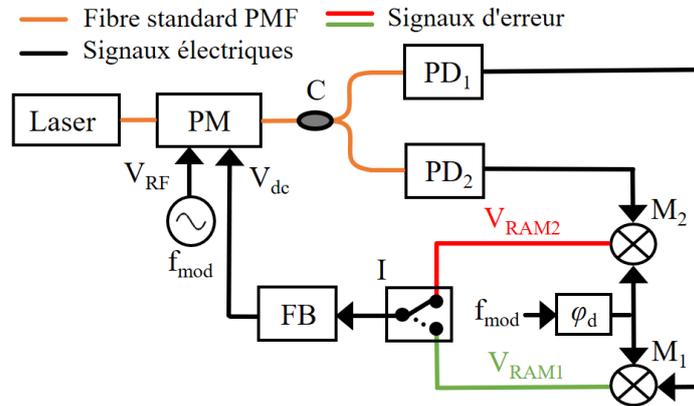


Figure 3.5 – Schéma de l'expérience de la correction de la RAM avec deux photodiodes différentes. PD : photodiode, M : mixeur, FB : filtre de boucle, I : interrupteur, C : coupleur

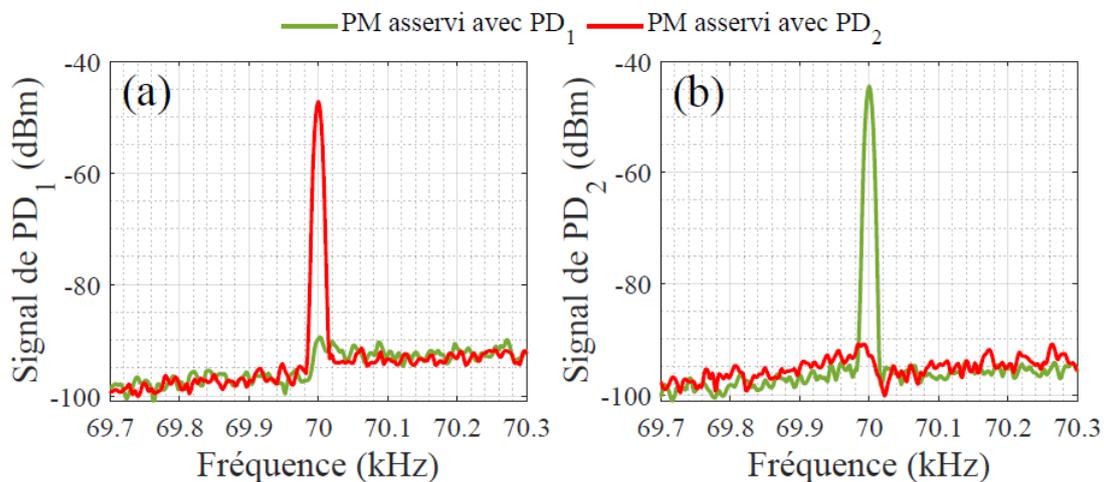


Figure 3.6 – Mesure du spectre électrique des signaux des photodiodes (a) PD<sub>1</sub> et (b) PD<sub>2</sub> lorsque la RAM est asservie avec le signal démodulé  $V_{RAM1}$  issu de PD<sub>1</sub> (en vert) ou  $V_{RAM2}$  issu de PD<sub>2</sub> (en rouge) avec la même phase de démodulation  $\varphi_d$ . Résolution : RBW=10 Hz.

Les Figures 3.6(a) et 3.6(b) montrent respectivement les spectres électriques des signaux des photodiodes PD<sub>1</sub> et PD<sub>2</sub> autour de  $f_{mod} = 70$  kHz. Les courbes vertes et rouges sont respectivement obtenues lorsque  $V_{RAM1}$  issu de PD<sub>1</sub> et  $V_{RAM2}$  issu de PD<sub>2</sub> sont utilisés comme signal d'erreur pour corriger la RAM.

On précise que cette expérience a été réalisée avec deux types de modulateur de phase car nous pensions que l'un avait un polariseur de sortie et pas l'autre. Néanmoins, après avoir contacté le fabricant, les deux types de PM possèdent en fait un polariseur de sortie, mais les plus récents ont probablement des polariseurs mieux alignés sur l'axe biréfringent du cristal, expliquant la différence d'amplitude de la RAM. Nous avons décidé de présenter ici les résultats obtenus avec le PM qui présente un pic de RAM plus important sur la Figure 3.6. Il en sera de même pour les résultats de toutes les mesures de cette section. Les résultats avec l'autre type de PM sont présentés en Annexe F et mènent aux mêmes conclusions.

On remarque que le pic d'amplitude de la RAM à  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz est parfaitement supprimé dans le spectre électrique mesuré par la photodiode dont le signal est utilisé dans le filtre de boucle. Cela signifie que l'asservissement fonctionne bien. En revanche le pic est toujours présent sur le signal de l'autre photodiode alors que d'après l'analyse de Wong & Hall, on s'attendrait à ce qu'il disparaisse. Par exemple, pour les courbes vertes, le pic mesuré sur PD<sub>1</sub> est atténué alors qu'il est encore bien présent sur PD<sub>2</sub>. Cette expérience simple confirme l'analyse de la section précédente et met en évidence les limites de la méthode classique de contrôle de la RAM basée sur deux photodiodes dans le cas d'un polariseur imparfait placé après le PM suivi de composants fibrés. Il est donc nécessaire de trouver un moyen d'extraire deux signaux d'erreur issus d'une même photodiode : un premier pour asservir la fréquence du laser et un deuxième pour asservir la RAM. C'est justement l'objet de la prochaine section.

### 3.3 Génération de deux signaux d'erreur à partir d'un seul signal de photodiode

Dans cette partie, on analyse la possibilité de générer deux signaux d'erreur différents à partir d'un seul signal de photodiode : un premier pour asservir la fréquence du laser à résonance, un second pour supprimer la RAM. On démontre d'abord l'équation générale du signal d'erreur en présence de RAM pour n'importe quel type de cavité observée en transmission ou en réflexion. Ensuite, on calcule les expressions linéarisées pour prédire la possibilité de les utiliser à la fois pour supprimer la RAM et pour asservir le laser.

#### 3.3.1 Expression générale du signal d'erreur en présence de RAM

Comme au Chapitre 2, on va décrire les étapes de calcul pour obtenir l'expression générale du signal d'erreur, mais cette fois-ci en présence de RAM. En partant des équations (3.2) à (3.5) et (3.22), on retrouve le champ modulé  $E_i$  en sortie du modulateur de phase, qui se trouve être le champ incident dans la cavité. De la même manière qu'à la section 2.2.1, le champ transmis ou réfléchi sur la cavité  $E_s$  est obtenu en multipliant chaque bande latérale par  $F(\nu_L + kf_{\text{mod}})$

ce qui conduit à une expression similaire à celle dans [148] :

$$E_s = E_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} [a' e^{i\phi_o} J_k^o + b' e^{i\phi_e} J_k^e] F(\nu_L + k f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L + k f_{\text{mod}})t} , \quad (3.25)$$

où

$$J_k^{o,e} = J_k(\delta_{o,e}) , \quad (3.26)$$

$$\phi_{o,e} = \phi_{o,e}^{\text{dc}} + \phi_{o,e}^{\text{n}} , \quad (3.27)$$

avec  $\phi_{o,e}^{\text{dc}}$  et  $\phi_{o,e}^{\text{n}}$  issues des équations (3.4) et (3.5),  $a'$  et  $b'$  les nombres complexes de l'équation (3.24). La fonction de transfert  $F$  peut être celle en transmission ou en réflexion, comme celles exposées au Chapitre 2. On remarque que cette expression est similaire à l'équation (2.38) sauf que le coefficient  $[a' e^{i\phi_o} J_k^o + b' e^{i\phi_e} J_k^e]$  a remplacé  $J_k$ .

La puissance de sortie  $P_s = |E_s|^2$  est détectée sur une photodiode dont le signal est démodulé à  $f_{\text{mod}}$  avec une phase de démodulation  $\varphi_d$ . Après les nombreuses étapes de calculs détaillées en Annexe E, on obtient :

$$V_e(\varphi_d) = GP_0 \sum_{k=0}^{+\infty} [\text{Re}(b_k) \sin(\varphi_d) + \text{Im}(b_k) \cos(\varphi_d)] , \quad (3.28)$$

avec  $P_0$  la puissance incidente,  $G$  le gain optoélectronique (en V/W) qui contient la réponse de la photodiode et le gain de la démodulation à  $f_{\text{mod}}$ . Le coefficient  $b_k$  dans l'équation (3.28) est donné par :

$$b_k = A_k F(\nu_L + k f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+1) f_{\text{mod}})} - \overline{A_k} F(\nu_L - (k+1) f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L - k f_{\text{mod}})} , \quad (3.29)$$

où

$$A_k = |a'|^2 J_k^o J_{k+1}^o + |b'|^2 J_k^e J_{k+1}^e + |a'b'| (J_k^o J_{k+1}^e + J_k^e J_{k+1}^o) \cos(\delta\phi) - i|a'b'| (J_k^o J_{k+1}^e - J_k^e J_{k+1}^o) \sin(\delta\phi) . \quad (3.30)$$

Dans cette expression, on a introduit la grandeur :

$$\delta\phi = \Delta\phi + \phi_{b'} - \phi_{a'} , \quad (3.31)$$

qui correspond au déphasage qui décrit la quantité de RAM introduite par le modulateur de phase en présence de biréfringence et de PDP, comme dans l'équation (3.23). Notons que dans le cas parfait d'un alignement parfait où  $a' = 0$  et  $b' = 1$ , on retrouve la même expression générale du signal d'erreur sans RAM des équations (2.39) et (2.40).

À titre d'exemple, on choisit d'illustrer l'équation (3.28) en considérant la cavité à fibre standard à maintien de polarisation présentée au Chapitre 4. Cette cavité a un intervalle spectral libre  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz, une largeur de raie  $\Gamma \simeq 150$  kHz et une finesse de 90. On calcule les signaux d'erreur en transmission avec une fréquence de modulation  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz pour être proche de l'optimum  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.41$  discuté au Chapitre 2. De même, on calcule les signaux d'erreur en réflexion avec la configuration PDH avec  $f_{\text{mod}} = 3.012$  MHz pour avoir  $f_{\text{mod}} \gg \Gamma$ . La phase de démodulation  $\varphi_d$  est optimisée pour obtenir la pente la plus élevée du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  en fonction du décalage en fréquence. Cette valeur de  $\varphi_{\text{max}}$  est différente en transmission et en réflexion. Pour simplifier, on effectue les calculs pour  $k \leq 5$  et on suppose ici que  $a' = a$  et  $b' = b$ . On prend  $\beta = \gamma = 20^\circ$  qui sont des valeurs volontairement exagérées par rapport aux expériences, afin de rendre l'effet de la RAM plus visible.

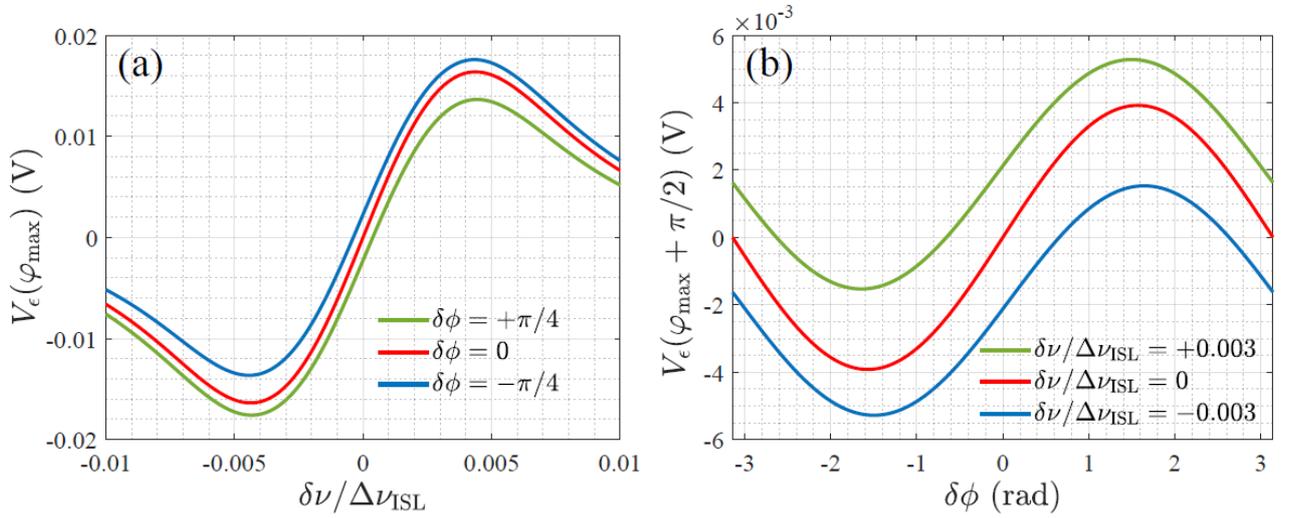


Figure 3.7 – Évolution des signaux d'erreur en transmission (a)  $V_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  pour trois valeurs  $\delta\phi$  valant  $-\pi/4$  rad, 0 rad et  $+\pi/4$  rad, (b)  $V_\varepsilon(\varphi_{\text{max}} + \pi/2)$  en fonction de la RAM  $\delta\phi$  pour trois écarts à la résonance  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  valant  $-0.003$ , 0 et  $+0.003$ . Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $k \leq 5$ ,  $GP_0 = 1$  V,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz,  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz,  $a' = a$ ,  $b' = b$ ,  $\beta = \gamma = 20^\circ$ ,  $\delta_o = 0.3$  rad,  $\delta_e = 1$  rad.

La Figure 3.7(a) reproduit l'évolution du signal d'erreur en transmission  $V_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  pour trois valeurs différentes de  $\delta\phi$ . Lorsqu'on a  $\delta\phi = 0$ , la RAM et le biais qu'elle engendre sont supprimés, le signal démodulé vaut zéro pour  $\delta\nu = 0$  sur la courbe rouge. Au contraire, lorsque  $\delta\phi \neq 0$ , la RAM crée un biais sur la mesure de fréquence de résonance visible sur les courbes bleue et verte. Tout comme dans le Chapitre 2, on utilise ce signal d'erreur pour asservir la fréquence incidente de la cavité à résonance.

On cherche maintenant à obtenir un second signal d'erreur issu du même signal de photodiode qui permettra d'asservir  $\delta\phi$  à zéro. Pour cela, on trace sur la Figure 3.7(b) le signal

d'erreur en quadrature  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$  en fonction de  $\delta\phi$ . Ce nouveau signal d'erreur en quadrature vaut zéro exactement pour  $\delta\phi = 0$  lorsque  $\delta\nu = 0$  (courbe rouge) et évolue linéairement en fonction de  $\delta\phi$  autour de cette valeur. Il constitue donc un bon signal d'erreur pour la suppression de la RAM. En revanche, avec des petits biais de fréquence  $\delta\nu \neq 0$ , le signal d'erreur en quadrature s'annule pour une valeur de  $\delta\phi \neq 0$  comme le montrent les courbes bleue et verte.

Cet exemple obtenu en transmission montre que ces deux signaux d'erreur sont simultanément nuls lorsque la RAM  $\delta\phi$  et l'écart à la résonance  $\delta\nu$  sont nuls. Nous montrerons dans la section 3.3.2 que la réciproque est vrai, c'est à dire qu'on a  $\delta\phi = 0$  et  $\delta\nu = 0$  en annulant ces deux signaux d'erreur.

Les Figures 3.8(a) et 3.8(b) reproduisent les mêmes calculs de l'équation (3.28) mais dans les configurations PDH (réflexion) précisées plus haut. Les conclusions sont les mêmes que celles de la Figure 3.7. On remarque que le signal d'erreur en quadrature  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$  semble moins sensible aux variations de  $\delta\phi$  puisque qu'il est au moins deux ordres de grandeurs plus faible que celui observé en transmission sur la Figure 3.7(b). On va voir dans les prochaines sections que cette différence de sensibilité va rendre notre méthode de contrôle de la RAM plus difficile à mettre en oeuvre en réflexion qu'en transmission. Dans la prochaine section, on linéarise l'expression du signal d'erreur en tenant compte de la RAM.

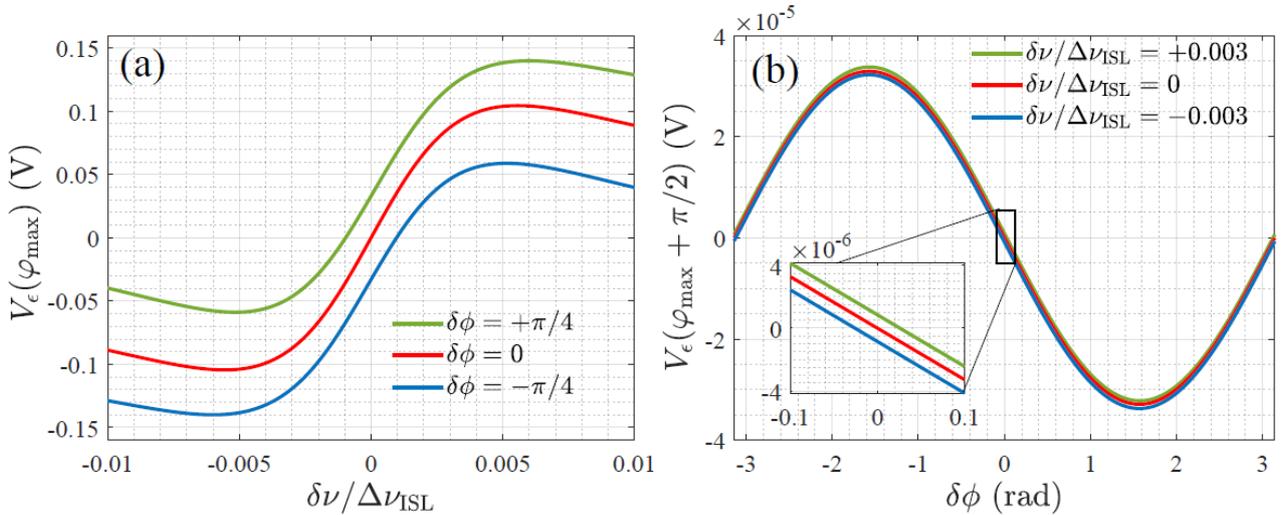


Figure 3.8 – Évolution des signaux d'erreur en réflexion (a)  $V_\varepsilon(\varphi_{\max})$  en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  pour  $\delta\phi$  valant  $-\pi/4$  rad, 0 rad et  $+\pi/4$  rad, (b)  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$  en fonction de  $\delta\phi$  pour  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  valant  $-0.003$ , 0 et  $+0.003$ . Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $k \leq 5$ ,  $GP_0 = 1$  V,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz,  $f_{\text{mod}} = 3.012$  MHz,  $a' = a$ ,  $b' = b$ ,  $\beta = \gamma = 20^\circ$ ,  $\delta_o = 0.3$  rad,  $\delta_e = 1$  rad.

### 3.3.2 Expression linéarisée du signal d'erreur en présence de RAM

Comme au Chapitre 2, on développe dans cette section une expression linéarisée du signal d'erreur pour de faibles variations de fréquence  $\delta\nu \ll \Gamma$  mais aussi pour des faibles variations de déphasage  $\delta\phi \ll 1$  dû à la RAM. Plus précisément, on linéarise l'expression générale du signal d'erreur avec RAM de l'équation (3.28) pour de faibles variations de 1) la fréquence optique du laser  $\nu_L$  autour d'une fréquence de résonance de la cavité  $\nu_0 = p\Delta\nu_{\text{ISL}}$  et 2) du déphasage  $\delta\phi$  autour de  $\phi_0 = 0$  modulo  $\pi$ . On développe le signal d'erreur au premier ordre en  $\delta\nu = \nu_L - \nu_0$  et en  $\delta\phi$  :

$$V_\varepsilon(\nu_0 + \delta\nu, \phi_0 + \delta\phi) = V_\varepsilon(\nu_0, \phi_0) + \delta\nu \frac{dV_\varepsilon}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) + \delta\phi \frac{dV_\varepsilon}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) . \quad (3.32)$$

Après plusieurs étapes de calculs présentées dans l'Annexe E, on obtient l'expression linéarisée :

$$V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_d) = GP_0 \left( \delta\phi K_{\delta\phi}(\varphi_d) + \delta\nu K_{\delta\nu}(\varphi_d) \right) , \quad (3.33)$$

où la pente en fonction du déphasage  $K_{\delta\phi}$  (en  $\text{rad}^{-1}$ ) et la pente en fonction de la fréquence  $K_{\delta\nu}$  (en  $\text{Hz}^{-1}$ ) valent respectivement :

$$K_{\delta\phi}(\varphi_d) = 2|a'b'| \sum_{k=0}^{+\infty} (J_k^o J_{k+1}^e - J_k^e J_{k+1}^o) \left[ \text{Im} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) \right) \sin(\varphi_d) - \text{Re} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) \right) \cos(\varphi_d) \right] , \quad (3.34)$$

$$K_{\delta\nu}(\varphi_d) = -2 \sum_{k=0}^{+\infty} \left( |a'|^2 J_k^o J_{k+1}^o + |b'|^2 J_k^e J_{k+1}^e + |a'b'| (J_k^o J_{k+1}^e + J_k^e J_{k+1}^o) \right) \times \left[ \text{Re} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F'(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) - F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) F'(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) \right) \sin(\varphi_d) + \text{Im} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F'(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) - F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) F'(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) \right) \cos(\varphi_d) \right] . \quad (3.35)$$

où  $F' = dF/d\nu_L$ . On reconnaît les termes  $a'_k(\nu_0)$  (voir équation (2.44)) et la partie réelle des termes  $A_k(\phi_0)$  (voir équation (3.30)) dans l'expression de  $K_{\delta\nu}$ , on peut donc écrire plus simplement :

$$K_{\delta\nu}(\varphi_d) = \sum_{k=0}^{+\infty} \text{Re} \left( A_k(\phi_0) \right) \times \left[ \text{Re} \left( a'_k(\nu_0) \right) \sin(\varphi_d) + \text{Im} \left( a'_k(\nu_0) \right) \cos(\varphi_d) \right] . \quad (3.36)$$

En appliquant  $a' = 0$  et  $b' = 1$  dans cette dernière expression, on retrouve celle de la pente sans RAM  $K_\varepsilon(\varphi_d)$  de l'équation (2.45). Dans le cas présent, l'équation (3.36) de la pente  $K_{\delta\nu}(\varphi_d)$  tient compte de l'atténuation de la pente en fréquence en présence de RAM.

On a une nouvelle expression de la phase de démodulation  $\varphi_0$  pour laquelle on a une pente nulle en calculant  $K_{\delta\nu}(\varphi_0) = 0$  à partir de l'équation (3.36) :

$$\varphi_0 = \arctan \left( -\frac{\sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{Re}(A_k(\phi_0)) \operatorname{Im}(a'_k(\nu_0))}{\sum_{k=0}^{+\infty} \operatorname{Re}(A_k(\phi_0)) \operatorname{Re}(a'_k(\nu_0))} \right). \quad (3.37)$$

Tout comme au Chapitre 2, on optimise la pente  $K_{\delta\nu}(\varphi_d)$  en choisissant la phase de démodulation  $\varphi_{\max}$  qui vérifie :

$$\varphi_{\max} = \varphi_0 \pm \pi/2. \quad (3.38)$$

Avec la même idée, on peut aussi chercher une phase de démodulation  $\varphi_{\text{dec}}$  qui permet d'avoir une pente de déphasage  $K_{\delta\phi}(\varphi_d)$  nulle. Ainsi, on découple le signal d'erreur de la RAM. La phase de découplage  $\varphi_{\text{dec}}$  s'obtient en calculant  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\text{dec}}) = 0$  à partir de l'équation (3.34) :

$$\varphi_{\text{dec}} = \arctan \left( \frac{\sum_{k=0}^{+\infty} (J_k^o J_{k+1}^e - J_k^e J_{k+1}^o) \operatorname{Im}(F(\nu_0 + k f_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1) f_{\text{mod}}))}{\sum_{k=0}^{+\infty} (J_k^o J_{k+1}^e - J_k^e J_{k+1}^o) \operatorname{Re}(F(\nu_0 + k f_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1) f_{\text{mod}}))} \right). \quad (3.39)$$

En choisissant cette phase de démodulation  $\varphi_{\text{dec}}$ , nous n'aurions théoriquement pas besoin de corriger la RAM puisqu'elle est atténuée à son maximum. En pratique, cette phase de découplage n'est pas celle pour laquelle on obtient une pente maximale. De plus, elle est difficile à trouver de manière expérimentale, on montre une technique en Annexe F. Malgré un réglage de phase précis, on observe tout de même une faible composante de RAM sur le signal démodulé à  $\varphi_{\text{dec}}$  qui nécessite une correction. On va donc préférer utiliser un signal d'erreur avec une pente optimisée pour l'asservissement en fréquence et contre-réagir sur la RAM. Le prochain paragraphe met en évidence la possibilité de mise en oeuvre de la méthode de suppression de la RAM en utilisant deux signaux d'erreur en quadrature. On va aussi comparer la méthode en transmission et en réflexion. Ensuite, on décrit le biais sur la mesure de fréquence de résonance induit par la RAM avec un exemple appliqué à notre cavité.

## Mise en oeuvre de la nouvelle méthode de suppression de la RAM

On souhaite vérifier théoriquement la faisabilité de la nouvelle méthode de suppression de la RAM. On cherche donc à montrer qu'annuler deux signaux d'erreur permet simultanément d'asservir la fréquence incidente dans la cavité à résonance et de supprimer la RAM. L'équation (3.33) montre qu'en présence de RAM, le signal démodulé  $V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_d)$  pourrait être nul pour un couple de valeur  $\delta\nu \neq 0$  et  $\delta\phi \neq 0$ . Il n'y a en effet qu'une seule équation mais deux variables. Pour éviter cette situation, il faut donc annuler deux signaux d'erreur  $V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_{d1})$  et  $V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_{d2})$  obtenus en démodulant le signal de photodiode respectivement avec les phases de démodulation différentes  $\varphi_{d1}$  et  $\varphi_{d2}$ . En annulant ces deux signaux d'erreur, on obtient :

$$\begin{cases} V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_{d1}) = GP_0 \left( \delta\phi K_{\delta\phi}(\varphi_{d1}) - \delta\nu K_{\delta\nu}(\varphi_{d1}) \right) = 0, \\ V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_{d2}) = GP_0 \left( \delta\phi K_{\delta\phi}(\varphi_{d2}) - \delta\nu K_{\delta\nu}(\varphi_{d2}) \right) = 0. \end{cases} \quad (3.40)$$

Dans le cas où les deux équations sont indépendantes, la seule solution est alors en effet  $\delta\nu = 0$  et  $\delta\phi = 0$ . Ces équations sont indépendantes si le déterminant du système est non nul soit :

$$K_{\delta\phi}(\varphi_{d1})K_{\delta\nu}(\varphi_{d2}) - K_{\delta\phi}(\varphi_{d2})K_{\delta\nu}(\varphi_{d1}) \neq 0 . \quad (3.41)$$

Une condition suffisante pour vérifier l'équation (3.41) consiste à choisir  $\varphi_{d2} = \varphi_{d1} \pm \pi/2$ . Cela se vérifie en remplaçant les expressions des pentes par les équations (3.34) et (3.35) dans le calcul. Cependant, ce n'est pas une condition nécessaire pour simultanément supprimer l'écart à résonance et la RAM. On précise que ce résultat est équivalent pour une cavité observée en transmission ou en réflexion. Néanmoins, on va voir que la nouvelle méthode de suppression de RAM est plus facile à mettre en oeuvre en transmission qu'en réflexion.

### Biais sur la mesure de fréquence en présence de RAM

En présence de RAM, on voit bien sur les Figures 3.7(a) et 3.8(a) que le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_{\max})$  s'annule pour un décalage à résonance  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}} \neq 0$ . On retrouve ce décalage de fréquence  $\delta\nu_{\text{RAM}}$  dû à la RAM en calculant  $V_{\varepsilon,\text{lin}}(\varphi_d) = 0$  à partir de l'équation (3.33) :

$$\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_d) = -\delta\phi \frac{K_{\delta\phi}(\varphi_d)}{K_{\delta\nu}(\varphi_d)} . \quad (3.42)$$

Cette équation traduit le fait que l'écart de fréquence  $\delta\nu_{\text{RAM}}$  va dépendre de la précision avec laquelle on va pouvoir contrôler le déphasage  $\delta\phi$  dû à la RAM. Par conséquent, cet écart va également dépendre du temps de réponse de l'asservissement de  $\delta\phi$ . On remarque également que ce décalage en fréquence ne dépend pas de la puissance initiale  $P_0$  dans la cavité. On va maintenant étudier le décalage en fréquence  $\delta\nu_{\text{RAM}}$  et la pente  $K_{\delta\phi}$  pour une cavité observée en transmission et en réflexion.

### Comparaison entre transmission et réflexion

On considère que l'étude de la pente en fréquence  $K_{\delta\nu}(\varphi_{\max})$  est la même que celle effectuée pour  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  au Chapitre 2 à un facteur près. On cherche maintenant à voir l'impact de la RAM sur une cavité observée en transmission et en réflexion. On s'intéresse donc à la pente  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max})$  en fonction du déphasage  $\delta\phi$  qui traduit l'impact de la RAM sur le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_{\max})$  utile à l'asservissement de fréquence. De même, on regarde l'évolution de  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max} + \pi/2)$  qui traduit la sensibilité à la RAM du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$  utile à la suppression de la RAM. On se place dans les mêmes conditions que pour les calculs des Figures 3.7 et 3.8 avec  $f_{\text{mod,trans}} = 70$  kHz en transmission et  $f_{\text{mod,refl}} = 3.012$  MHz en réflexion avec une configuration PDH. On trace les évolutions des pentes  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max})$  et  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max} + \pi/2)$  en  $\text{rad}^{-1}$  des deux signaux d'erreur en quadrature. On les représente respectivement sur les Figures 3.9(a) et 3.9(b) en fonction des angles de désalignement des polariseurs  $\beta = \gamma$  considérés égaux pour cette étude. Plus les angles  $\beta = \gamma$  sont élevés, plus les effets de la RAM sont importants.

On retrouve bien sur la Figure 3.9(b) les pentes mesurées sur la partie linéaire de  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$  en transmission et en réflexion des Figures 3.7(b) et 3.8(b) avec  $\beta = \gamma = 20^\circ$ .

On constate d'abord sur la Figure 3.9(a) que  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max})$  est 14.6 fois plus grand en réflexion qu'en transmission pour les paramètres définis. Tandis que sur la Figure 3.9(b),  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max} + \pi/2)$  est 119 fois plus petit en réflexion qu'en transmission. Le rapport  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max})/K_{\delta\phi}(\varphi_{\max} + \pi/2)$  vaut 0.81 en transmission et 1418 en réflexion. Ces constats sont valables pour toutes les valeurs de  $\beta = \gamma$ . Pour nos applications, il est préférable d'avoir une faible valeur de  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max})$  pour limiter le biais sur le signal d'erreur qui sert à asservir la fréquence à résonance, et d'avoir une grande valeur de  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max} + \pi/2)$  pour mieux contrôler la RAM sur le signal en quadrature.

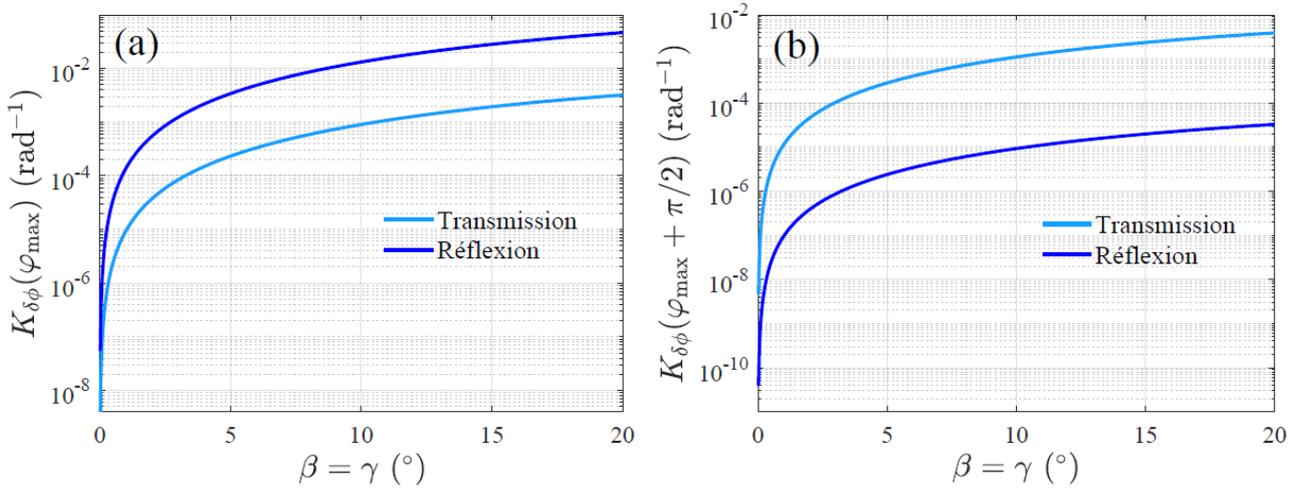


Figure 3.9 – Évolution des pentes (a)  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max})$  et (b)  $K_{\delta\phi}(\varphi_{\max} + \pi/2)$  en fonction des angles de désalignement  $\beta = \gamma$  pour une cavité observée en transmission et en réflexion. Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $k \leq 5$ ,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz,  $f_{\text{mod,trans}} = 70$  kHz et  $f_{\text{mod,refl}} = 3.012$  MHz,  $a' = a$ ,  $b' = b$ ,  $\delta_o = 0.3$  rad,  $\delta_e = 1$  rad.

On comprend qu'il est plus difficile de contrôler la RAM en réflexion qu'en transmission car :

- l'impact de la RAM sur le signal  $V_\varepsilon(\varphi_{\max})$ , qui sert à asservir la fréquence à résonance, est plus important en réflexion qu'en transmission.
- l'impact de la RAM sur le signal  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$ , qui sert à asservir la RAM, est beaucoup moins important en réflexion qu'en transmission.
- on a plus de trois ordres de grandeur de différence entre l'impact de la RAM sur le signal  $V_\varepsilon(\varphi_{\max})$  et  $V_\varepsilon(\varphi_{\max} + \pi/2)$  en réflexion alors qu'en transmission on a pratiquement le même ordre de grandeur.

Avec l'équation (3.33), on peut définir la tension de biais  $V_{\text{RAM}}(\varphi_d)$  induit par la RAM :

$$V_{\text{RAM}}(\varphi_d) = GP_0\delta\phi K_{\delta\phi}(\varphi_d) . \quad (3.43)$$

Au vu des remarques précédentes, on en déduit que les tensions de biais  $V_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  et  $V_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}} + \pi/2)$  n'ont pas les mêmes valeurs. Cela signifie que corriger le biais d'une certaine quantité sur  $V_{\varepsilon}(\varphi_{\text{max}} + \pi/2)$  ne signifie pas modifier le signal  $V_{\varepsilon}(\varphi_{\text{max}})$  d'une même quantité.

Toujours avec les mêmes paramètres de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation, on peut maintenant comparer le biais sur la mesure de fréquence de résonance pour une observation en transmission ou en réflexion. On se concentre sur  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  qui est le biais de fréquence (induit par la RAM) sur le signal d'erreur utile à l'asservissement de la fréquence incidente dans la cavité à résonance. On le trace avec l'équation (3.42) sur la Figure 3.10 en fonction du déphasage  $\delta\phi$  dû à la RAM pour cinq valeurs différentes d'angles de désalignement  $\beta = \gamma$ . On représente en trait plein les valeurs de  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  pour une cavité observée en transmission avec  $f_{\text{mod,trans}} = 70$  kHz et en pointillé pour une configuration PDH en réflexion avec  $f_{\text{mod,refl}} = 3.012$  MHz. Cette courbe fait écho à la Figure 3.9(a) et montre que le biais de fréquence est plus important en réflexion qu'en transmission. Il peut aller d'une centaine de Hz à plusieurs kHz en fonction du désalignement des deux polariseurs. Avec un facteur d'échelle  $K_S = 0.17257$  Hz/(°/h), un biais de 100 Hz dû à la RAM reviendrait à un biais de plus de 500 °/h sur la vitesse de rotation. Il est donc très important de réduire ce biais et ses variations au minimum. L'ajustement de nos mesures de signaux d'erreur montre que le PM utilisé dans nos expériences a un désalignement des polariseurs d'environ  $\beta = \gamma = 5^\circ$  (voir section 3.4). En revanche, l'ajustement de  $\delta\phi$  dépend des expériences.

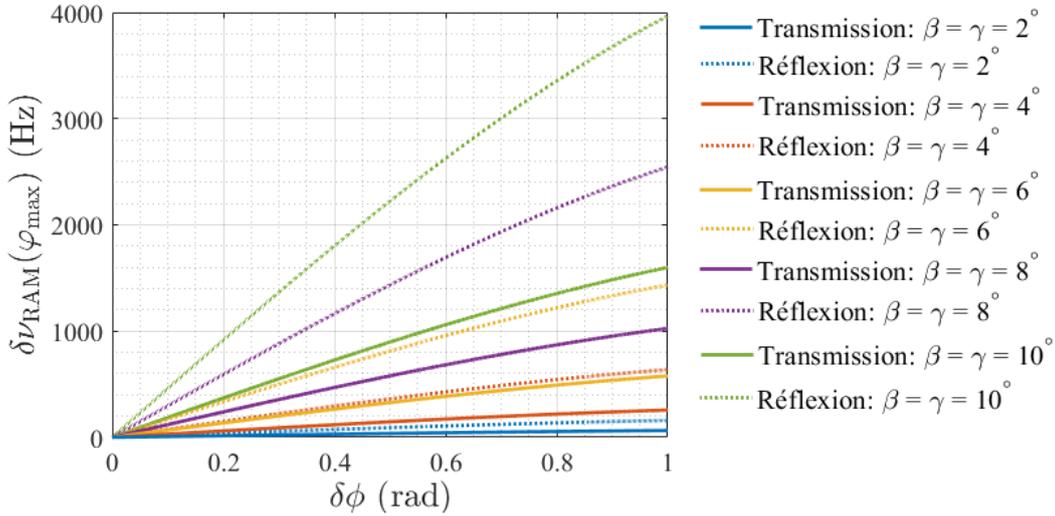


Figure 3.10 – Évolution du biais de fréquence  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  dû à la RAM sur la mesure de fréquence de résonance en fonction du déphasage  $\delta\phi$  dû à la RAM pour cinq valeurs différentes d'angles de désalignement  $\beta = \gamma$  allant de  $2^\circ$  à  $10^\circ$ . Les valeurs en transmission sont en traits pleins et celles en réflexion sont en pointillés. Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$ ,  $g = 0.9712$ ,  $k \leq 5$ ,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6$  MHz,  $f_{\text{mod,trans}} = 70$  kHz et  $f_{\text{mod,refl}} = 3.012$  MHz,  $a' = a$ ,  $b' = b$ ,  $\delta_o = 0.3$  rad,  $\delta_e = 1$  rad.

On peut refaire le calcul avec les paramètres de la cavité en fibre Kagomé étudiée lors de la thèse d’Alexia Ravaille [6]. Les variations sont similaires à la Figure 3.10 et sont illustrées sur la Figure F.2 en Annexe F. On montre que  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  peut aller jusqu’à 22 kHz ce qui est compatible de la différence d’ISL de 2 à 7 kHz observée sur la Figure 3.3. Ces biais étaient attribués à la RAM et on retrouve effectivement le bon ordre de grandeur pour un PM avec  $\beta = \gamma = 5^\circ$  sur la Figure F.2. La prochaine section montre la mise en oeuvre expérimentale de la nouvelle méthode de contrôle de la RAM avec une cavité d’abord observée en transmission.

### 3.4 Test expérimental en transmission de la nouvelle méthode

Cette section est dédiée à la mise en oeuvre expérimentale de la nouvelle méthode de suppression de RAM décrite dans la partie précédente. Plus précisément, on effectue des essais sur une cavité en fibre standard à maintien de polarisation (présentée au Chapitre 4) observée en transmission avec  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz de manière à avoir  $f_{\text{mod}} < \Gamma = 151$  kHz. Cette cavité est placée dans une étuve contrôlée en température afin de réduire les dérives dues aux variations de température. On montre d’abord l’allure des signaux d’erreur en quadrature utilisés pour boucler les asservissements de la fréquence de résonance et de la RAM. On applique ensuite la méthode de Wong & Hall et la nouvelle méthode afin de les comparer. On montre enfin qu’on peut s’affranchir du biais de fréquence dû à la RAM avec notre méthode. Les résultats présentés dans cette section sont ceux publiés dans l’article [166].

#### 3.4.1 Observation des signaux d’erreur en quadrature

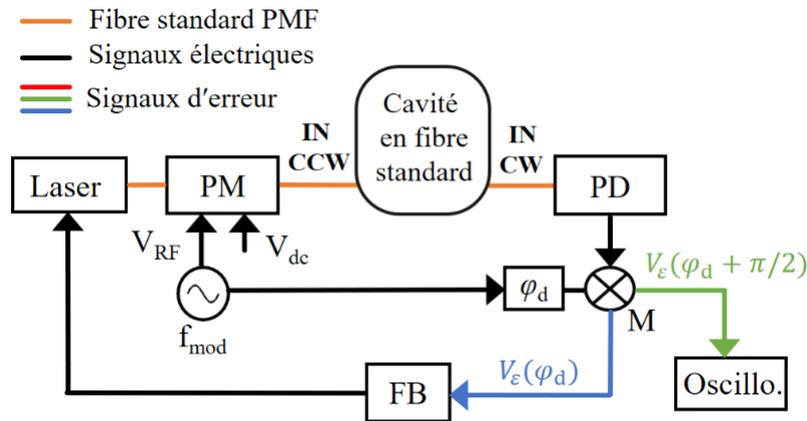


Figure 3.11 – Schéma de mesure de l’asservissement de la fréquence de laser sur une résonance de la cavité en fibre standard. PD : photodiode, M : mixeur, FB : filtre de boucle.

L’expérience décrite sur le schéma de la Figure 3.11 permet de mesurer les signaux d’erreur à partir de l’intensité transmise par la cavité en fibre standard à maintien de polarisation

enroulée sur 8 cm de diamètre. La cavité a une largeur de raie  $\Gamma = 151$  kHz, un intervalle spectral libre  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.608$  MHz et une finesse de 90 (voir le Chapitre 4 pour plus de détails). On observe l'intensité transmise par la cavité dans le sens anti-horaire (CCW) en injectant la lumière par l'entrée 'IN CCW' et en observant la sortie 'IN CW'. La transmission dans le sens horaire (CW) se mesure en injectant dans l'entrée 'IN CW' et en observant la sortie 'IN CCW'.

Un PM commercial fibré en  $\text{LiNbO}_3$  module en phase la lumière en sortie du laser à  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz pour être proche de l'optimum  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.41$  (voir Chapitre 2). Une première expérience consiste à appliquer une tension triangulaire sur l'entrée de modulation de fréquence du laser et de se placer en boucle ouverte. La puissance transmise par la cavité est démodulée à  $f_{\text{mod}}$  et les deux signaux en quadrature  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  et  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  sont filtrés avec un filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre avec une bande passante de 1 kHz. Le filtre de boucle (FB) contient aussi un correcteur PID pour asservir la fréquence du laser à résonance de la cavité qui sera activé par la suite.

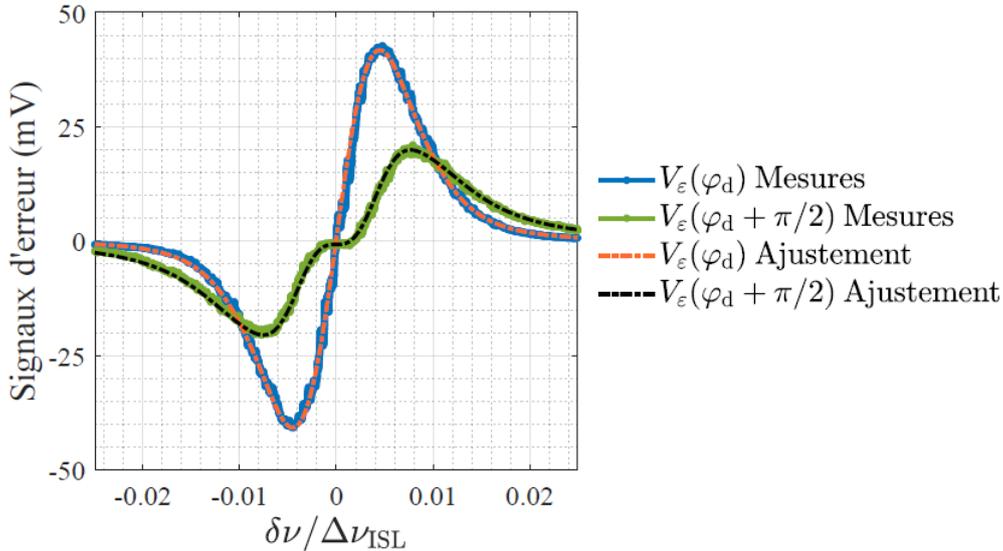


Figure 3.12 – Mesures et ajustements théoriques des signaux d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  et  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  avec  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz et une phase de démodulation  $\varphi_d$  qui optimise la pente de  $V_\varepsilon(\varphi_d)$ .

La Figure 3.12 montre, en boucle ouverte, les deux signaux d'erreur démodulés en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ , l'écart à la résonance normalisé par l'ISL. La phase de démodulation  $\varphi_d$  est ajustée afin de maximiser la pente autour de  $\delta\nu = 0$  du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  en bleu sur la Figure 3.12. Ce signal  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  est utilisé comme discriminateur de fréquence pour asservir la fréquence du laser. L'autre signal d'erreur en quadrature  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$ , en vert sur la Figure 3.12, est démodulé avec une phase  $\varphi_d + \pi/2$ . Ce dernier présente un plateau autour de la résonance et ne peut donc pas être utile à l'asservissement de la fréquence du laser. On verra qu'il pourra servir à asservir la RAM. On compare les mesures aux ajustements théoriques calculés avec l'équation

(3.28). Les ajustements des courbes sont obtenus pour des paramètres d'angles de désalignement  $\beta = \gamma = 5^\circ$  et un déphasage  $\delta\phi = \pi/8$ . Elles coïncident parfaitement avec les mesures et ces paramètres sont compatibles des tolérances d'alignement des connecteurs des fibres optiques.

On veut maintenant vérifier les prédictions de la section précédente et voir l'évolution du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  avec la RAM. Pour cela, on ferme la boucle d'asservissement de la Figure 3.11 avec le filtre de boucle (FB) dont le correcteur PID corrige la fréquence du laser pour la maintenir à résonance. On reporte sur la Figure 3.13 l'évolution des signaux d'erreur en quadrature en fonction de la tension continue  $V_{dc}$  qu'on applique au PM pour ajuster l'amplitude de la RAM. Les résultats montrent tout d'abord que l'asservissement maintienne bien le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  à zéro tandis que  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  évolue de manière sinusoïdale. Cela est en accord avec les équations (3.28) à (3.30) où  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  est proportionnel à  $\sin(\delta\phi)$ . Cette mesure permet de valider le fait que les deux signaux en quadrature fournissent deux signaux d'erreur distincts pour asservir la fréquence et la RAM. D'après la section précédente, si on asservit  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  à zéro en contrôlant la tension  $V_{dc}$ , on peut supprimer la RAM à la position du détecteur et s'assurer que  $V_\varepsilon(\varphi_d) = 0$  correspond bien à un décalage de fréquence nul  $\delta\nu = 0$ . La prochaine partie vise à vérifier qu'on a bien une composante nulle à  $f_{mod}$  sur le signal de la photodiode en asservissant les deux signaux d'erreur à zéro.

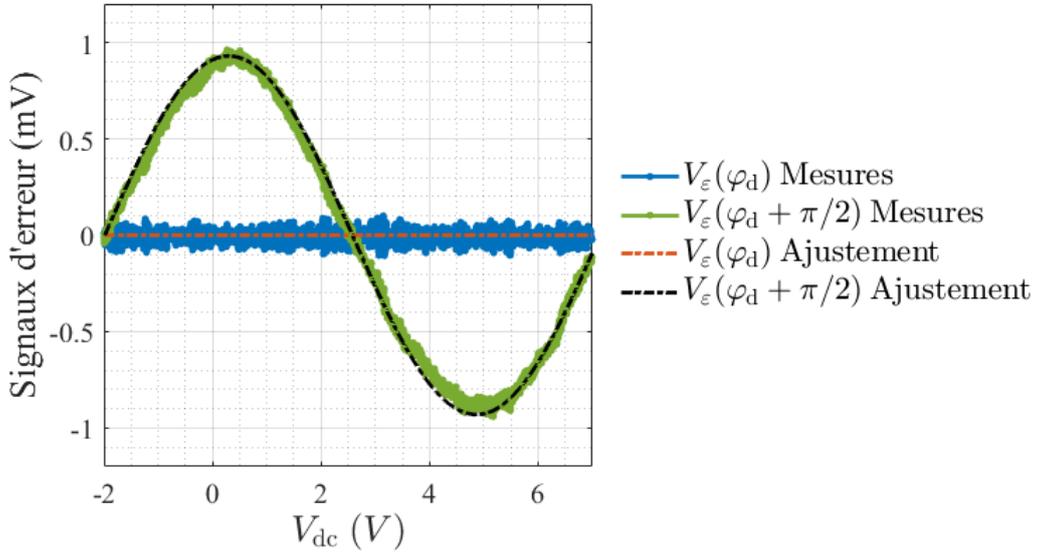


Figure 3.13 – Mesures et ajustements théoriques des signaux d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  et  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en fonction de la tension continue  $V_{dc}$  appliquée au PM avec  $f_{mod} = 70$  kHz et une phase de démodulation  $\varphi_d$  proche de  $\varphi_{max}$ . Ils sont filtrés avec un filtre passe-bas de bande passante égale à 10 Hz. Seul l'asservissement de fréquence du laser avec  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  est bouclé.

### 3.4.2 Suppression de la composante de la RAM à $f_{\text{mod}}$

Dans cette partie, on va comparer notre nouvelle méthode à celle de Wong & Hall. Avec l'expérience de la Figure 3.14, il s'agit de confirmer que  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2) = 0$  correspond bien à une suppression de la RAM sur la photodiode. Une première photodiode  $PD_1$  mesure la transmission de la cavité à fibre standard. Une deuxième photodiode  $PD_2$  mesure l'intensité juste avant que la lumière entre dans la cavité grâce à un coupleur (C) qui sépare le faisceau initial en deux. Comme à la dernière section, on asservit la fréquence du laser à résonance avec le signal de  $PD_1$  démodulé avec la phase de démodulation  $\varphi_d = \varphi_{\text{max}}$ . D'autre part, la RAM est mesurée puis supprimée soit avec le signal de  $PD_1$  démodulé à  $\varphi_d + \pi/2$  (nouvelle méthode), soit avec le signal de  $PD_2$  démodulé à  $\varphi_d$  (méthode de Wong & Hall). On effectue ces expériences avec le type de PM qui est plus sensible à la RAM, les résultats avec l'autre type de PM sont présentés en Figure 3.22(b) et mènent aux mêmes conclusions.

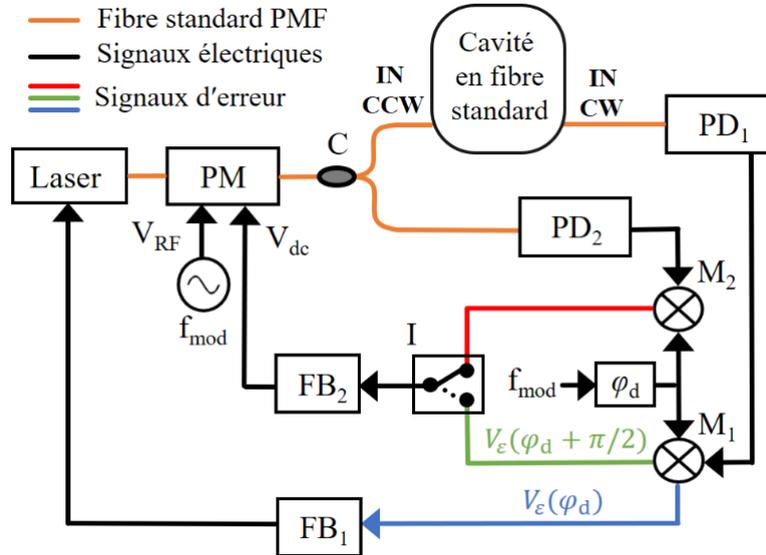


Figure 3.14 – Schéma de contrôle de la RAM en asservissant la tension continue du PM avec soit avec  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  issu de  $PD_1$  (nouvelle méthode, en vert), soit avec le signal de  $PD_2$  démodulé à  $\varphi_d$  (méthode classique, en rouge). La fréquence de laser est asservie sur une résonance de la cavité avec  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  issu de  $PD_1$  (en bleu) dans les deux cas. PD : photodiode, M : mixeur, FB : filtre de boucle, I : interrupteur, C : coupleur.

La Figure 3.15 montre le spectre électrique du signal détecté par la photodiode  $PD_1$  autour de  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz lorsque le laser est asservi à résonance avec  $V_\varepsilon(\varphi_d) = 0$ . La courbe bleue correspond à la situation où la contre-réaction sur le PM n'est pas activée et que la RAM n'est pas contrôlée. Le pic à  $f_{\text{mod}}$  met en évidence la grande amplitude de la RAM. Le tracé en rouge représente le cas où la RAM est contrôlée avec la boucle d'asservissement qui utilise le signal issu de  $PD_2$ . L'atténuation du pic à  $f_{\text{mod}}$ , donc de la RAM, est assez faible

et ne vaut qu'environ 10 dB, ce qui montre que supprimer la RAM sur PD<sub>2</sub> ne garantit pas une suppression de la RAM sur PD<sub>1</sub>. Enfin, lorsque qu'on utilise  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  issu de PD<sub>1</sub>, la courbe verte montre que la suppression de la RAM est extrêmement efficace. On obtient une atténuation de 60 dB par rapport à la situation où la RAM n'est pas contrôlée. On a ainsi montré qu'on peut utiliser une seule photodiode pour générer deux signaux d'erreur permettant de simultanément asservir à zéro le décalage de fréquence par rapport à la résonance et l'amplitude de la RAM. Cela permet de s'assurer que le biais de fréquence dû à la RAM est correctement supprimé, comme cela était prévu par l'analyse théorique de la section précédente.

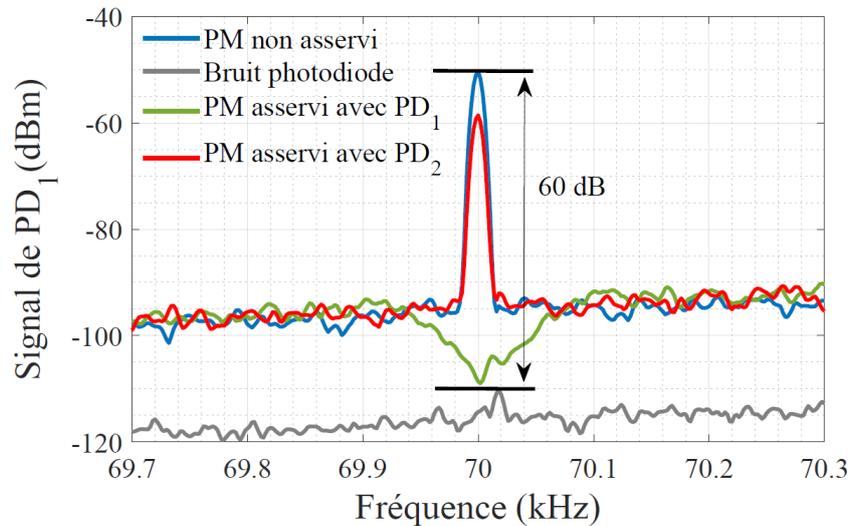


Figure 3.15 – Spectre électrique du signal de la photodiode PD<sub>1</sub> lorsque la fréquence du laser est asservie à résonance. En bleu : pas de contrôle de la RAM. En rouge : contrôle de la RAM avec PD<sub>2</sub> selon la méthode de Wong & Hall. En vert : contrôle de la RAM avec PD<sub>2</sub> selon notre nouvelle méthode. En gris : bruit de détection de la photodiode sans lumière incidente. Résolution : RBW=10 Hz.

Sur la Figure 3.16, on peut voir l'évolution temporelle des signaux d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  (en bleu) et  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  (en vert). La fréquence du laser est contrôlée en asservissant  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  à zéro. De 0 à 10 s, aucun asservissement du PM n'est appliqué et le signal  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  dérive dans le temps car il fluctue avec la RAM. Cela correspond à la situation du pic bleu sur la Figure 3.15 : seule une des deux quadratures vaut zéro et il reste une composante de la RAM à  $f_{\text{mod}}$ . De 10 à 20 s, on active le contrôle de la RAM en asservissant  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$ , soit la situation du pic vert sur la Figure 3.15. Les deux quadratures sont nulles et la composante de la RAM à  $f_{\text{mod}}$  est totalement atténuée.

On remarque que la courbe verte sur la Figure 3.15 forme un creux autour de  $f_{\text{mod}}$ . Suite à un échange avec René Reimann (chercheur au TII Abu Dhabi) à la conférence DGON ISS 2021, il apparaît que ce creux est peut être dû à un phénomène d'écrasement de bruit. On

parle de "noise squeezing" lorsque la fluctuation du courant de la photodiode est en dessous du bruit équivalent au bruit de grenaille [196, 197, 198]. Ce "noise squeezing" ne doit pas être confondu avec le "noise squashing" qui apparaît lorsque la rétroaction diminue les fluctuations du signal de sortie (ici l'amplitude à  $f_{\text{mod}}$  du signal de photodiode) sans forcément réduire ces fluctuations dans le système (en l'occurrence la RAM à  $f_{\text{mod}}$  sur la lumière transmise) [199]. La rétroaction est effectuée à partir d'un signal corrélé au bruit de la photodiode et ces corrélations peuvent mener à une réduction du bruit sur le signal visualisé hors de la boucle d'asservissement. C'est ce dernier phénomène qu'on suppose observer sur notre analyseur de spectre (qui est hors boucle d'asservissement) lorsque les gains de la boucle de rétroaction sont au dessus des optimums [200]. On observe une diminution du spectre en dessous du plancher de bruit blanc, mais on ne sait pas si ce phénomène a une réalité physique. On montre dans la section suivante d'autres mesures similaires sur la Figure 3.22(a), sans phénomène d'écrasement de bruit, qui mènent aux mêmes conclusions que celles formulées plus haut.

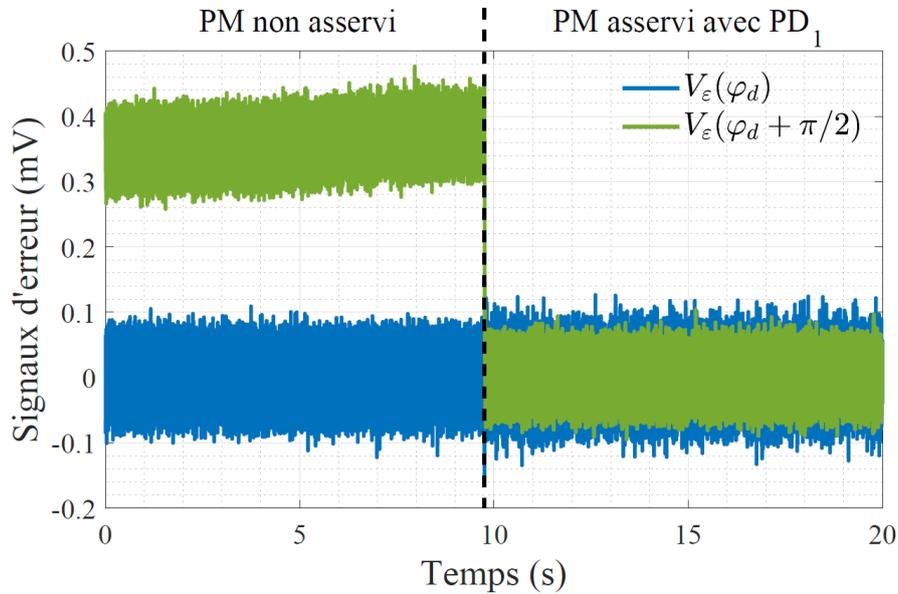


Figure 3.16 – Évolution temporelle des signaux d'erreur  $V_\epsilon(\varphi_d)$  (en bleu) et  $V_\epsilon(\varphi_d + \pi/2)$  (en vert). Le signal bleu est asservi à zéro sur toute la durée de la mesure. Le signal vert dérive et est non nul de 0 à 10 s puis est ensuite asservi à zéro lorsqu'on applique la nouvelle méthode de suppression de la RAM.

### 3.4.3 Mesure des dérives en fréquence avec et sans RAM

On cherche maintenant à prouver que notre nouvelle méthode de suppression de RAM permet bien de s'affranchir des biais de fréquence dus à la RAM. Pour cela, on réalise l'expérience schématisée sur la Figure 3.17. La lumière incidente est scindée en deux faisceaux dont les fréquences sont asservies sur deux modes de résonances différents mais dans la même direction

de propagation de la cavité à fibre standard. On mesure l'évolution de la différence entre ces deux fréquences pour évaluer la stabilité de notre asservissement de fréquence.

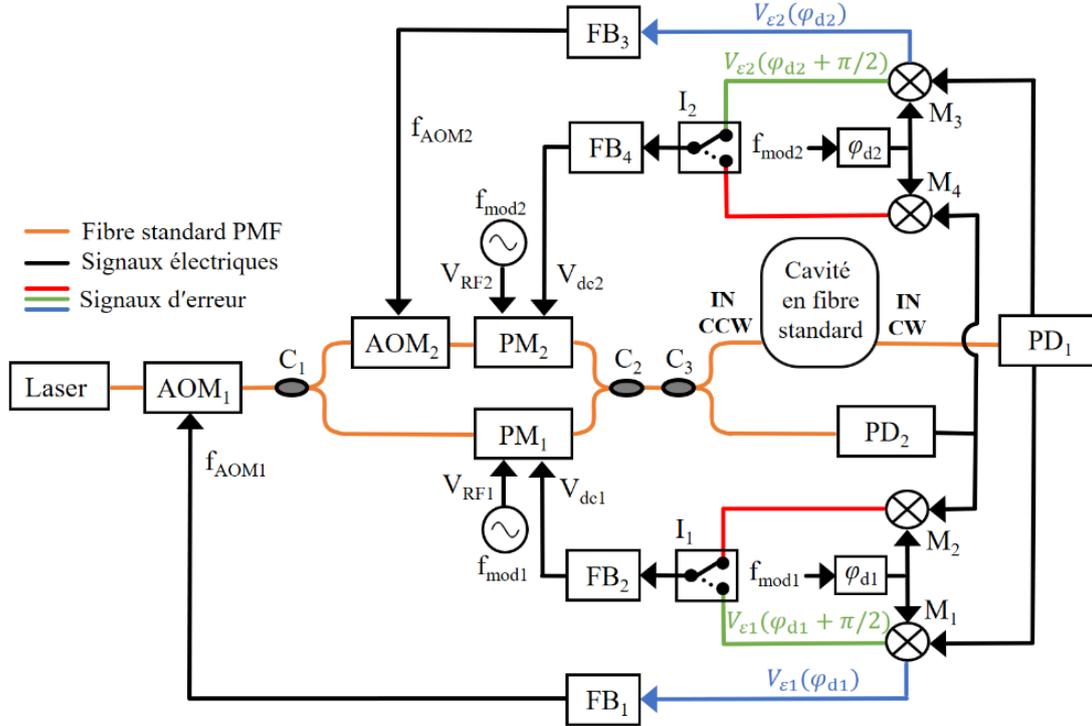


Figure 3.17 – Schéma de la mesure de l'ISL de la cavité à fibre standard en utilisant la méthode classique de Wong & Hall et notre nouvelle méthode de suppression de la RAM. PD : photodiode, M : mixeur, FB : filtre de boucle, I : interrupteur, C : coupleur.

On sonde la transmission de la cavité à fibre standard dans le même sens de propagation avec deux fréquences optiques  $\nu_L + f_{AOM_1}$  et  $\nu_L + f_{AOM_1} + f_{AOM_2}$ , où  $\nu_L$  est la fréquence du laser,  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  sont les fréquences des tensions électriques de commande des modulateurs acousto-optiques (AOM). Ces deux fréquences optiques sont asservies sur deux résonances de la cavité séparées par 8 intervalles spectraux libres, soit environ 108.8 MHz. Les deux boucles d'asservissement de fréquence sont basées sur l'utilisation de deux modulateurs de phase  $PM_1$  et  $PM_2$  modulés respectivement à  $f_{mod1} = 70$  kHz et  $f_{mod2} = 80$  kHz. La composante à  $f_{mod1}$  sur le signal de la photodiode  $PD_1$  est utilisée pour asservir la fréquence  $\nu_L + f_{AOM_1}$  à résonance en contrôlant  $f_{AOM_1}$ . De manière similaire, la composante à  $f_{mod2}$  sur le signal de la photodiode  $PD_1$  est utilisée pour asservir la fréquence  $\nu_L + f_{AOM_1} + f_{AOM_2}$  à résonance en contrôlant  $f_{AOM_2}$ . Les phases de démodulations sont ajustées pour optimiser la pente des signaux d'erreur. Les filtres de boucle  $FB_1$  et  $FB_3$  sont composés d'un filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre avec une bande passante de 1 kHz suivi d'un correcteur PID. Chaque boucle d'asservissement de fréquence est accompagnée d'une boucle d'asservissement de la RAM. On configure les interrupteurs  $I_1$  et  $I_2$  de manière à comparer les deux différentes méthodes d'asservissement de la RAM : la méthode

classique de Wong & Hall basée sur l'utilisation d'une deuxième photodiode  $PD_2$ , et la nouvelle méthode qui utilise un signal d'erreur issu de  $PD_1$ . Dans ce dernier cas, le signal de  $PD_1$  est démodulé avec la phase en quadrature de celle utilisée pour asservir la fréquence.

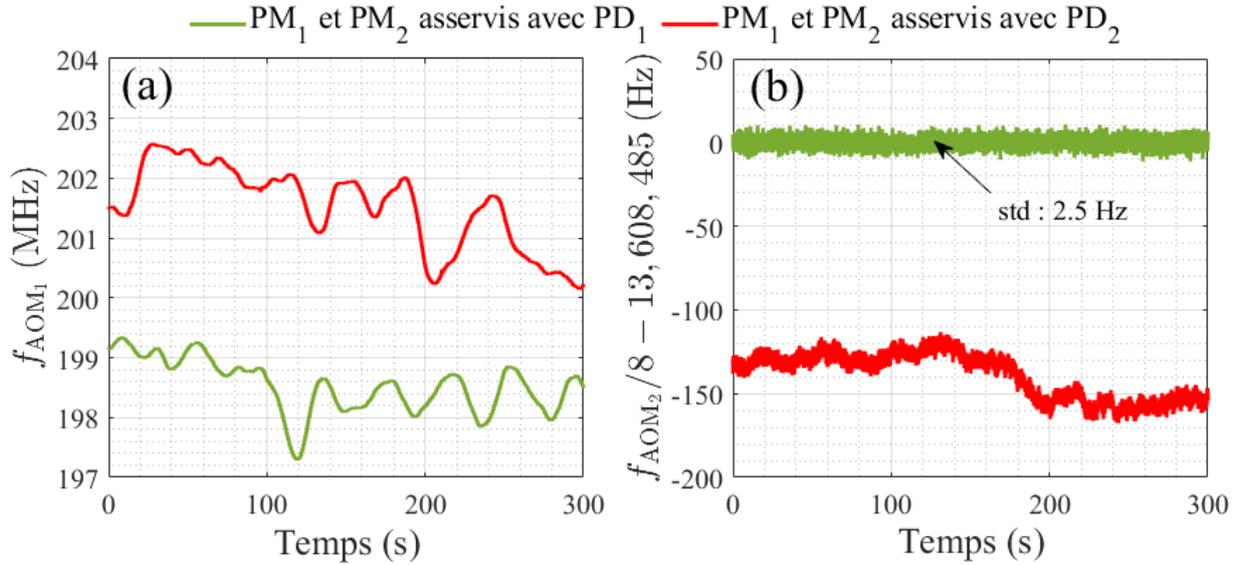


Figure 3.18 – (a) Évolution temporelle de la fréquence de commande  $f_{AOM_1}$ . (b) Mesure de l'ISL de la cavité qui vaut  $f_{AOM_2}/8$  autour de sa valeur moyenne 13,608,485 Hz. Les courbes rouges et vertes correspondent respectivement à l'application de la méthode classique et la nouvelle méthode de suppression de la RAM.

On montre sur la Figure 3.18 les résultats des mesures avec les deux méthodes de suppression de RAM. La Figure 3.18(a) compare les évolutions sur 5 minutes de la fréquence  $f_{AOM_1}$  lorsque  $PD_1$  (en vert) ou  $PD_2$  (en rouge) est utilisée pour atténuer la RAM sur les deux boucles d'asservissement. On ne voit pas de réelles différences entre ces deux mesures. En effet, dans les deux cas le signal évolue et correspond à la dérive relative entre la fréquence du laser et la résonance de la cavité. Lorsque la fréquence de l'AOM<sub>1</sub> est asservie, la fréquence de l'AOM<sub>2</sub> mesure alors les variations de  $8 \Delta \nu_{ISL}$ . La cavité étant dans une enceinte climatisée, on s'attend à ce que cet ISL soit stable. On trace sur la Figure 3.18(b) l'évolution de  $f_{AOM_2}/8$ , qui correspond donc à la mesure de l'ISL, autour de sa valeur moyenne pour les deux méthodes de suppression de RAM. Ici, on observe une nette différence. La courbe rouge sur la Figure 3.18(b) montre des fluctuations de la fréquence du signal appliqué à AOM<sub>2</sub> dues à la RAM qui n'est pas parfaitement supprimée avec la méthode classique. En effet, ces fluctuations d'environ 50 Hz ne peuvent pas s'expliquer par les variations de longueur optique dans la cavité car la cavité est dans une enceinte climatisée comme mentionné. De plus, si elles étaient réelles, cela voudrait dire que la fréquence du laser par rapport à la cavité dériverait de plus  $p \times 50 \text{ Hz} \simeq 700 \text{ MHz}$  avec  $p = nL/\lambda \simeq 14 \times 10^6$ , ce qui n'est pas compatible avec les variations observées sur la Figure 3.18(a). La courbe verte obtenue avec la nouvelle méthode de contrôle de la RAM est

très stable. On obtient donc une suppression parfaite de la RAM, ce qui permet de s'affranchir également d'un biais d'environ 150 Hz sur la mesure de fréquence par rapport à la méthode classique. Ce biais correspond à l'ordre de grandeur prédit par la Figure 3.10 pour de faibles déphasages  $\delta\phi$ . On a ici une valeur précise de l'ISL qu'on mesure égale à 13,608,485 Hz avec un écart-type (std : standard deviation) de 2.5 Hz. La précision relative de la mesure d'ISL est de l'ordre de  $10^{-7}$ , ce qui est comparable à d'autres résultats publiés [201, 202].

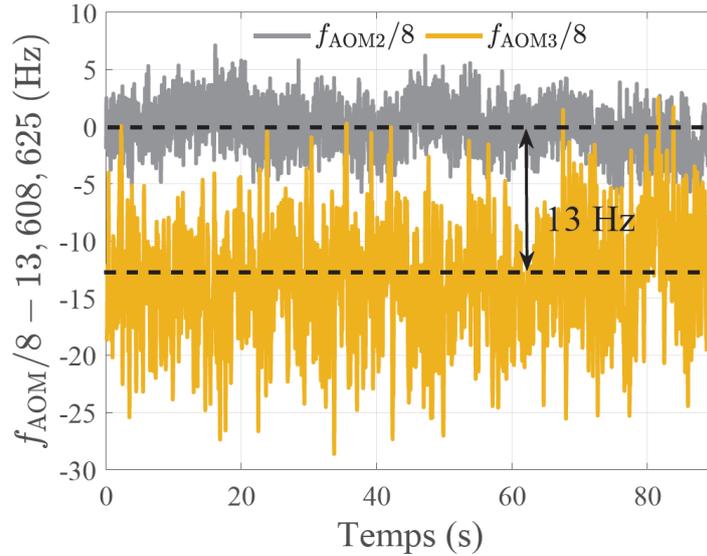


Figure 3.19 – Mesure de l'ISL de la cavité dans les deux sens de propagation qui valent  $f_{AOM_{2,3}}/8$  selon le sens, la valeur moyenne vaut 13,608,625 Hz. Le schéma de l'expérience est illustré au Chapitre 5 sur la Figure 5.15.

Finalement, on veut comparer la mesure de l'ISL de la cavité dans les deux sens de propagation. Pour rappel, la Figure 3.3 montre des biais entre 2 à 7 kHz entre les différentes mesures d'ISL avec la méthode classique de Wong & Hall et des composants fibrés. On effectue maintenant l'expérience de la Figure 5.15 avec notre cavité à fibre standard mais en contrôlant la RAM avec notre méthode. On présentera cette expérience plus en détail au Chapitre 5. Les résultats de nos mesures montrent sur la Figure 3.19 une différence de 13 Hz entre les ISL des deux sens de propagation de la cavité. On a à nouveau démontré l'efficacité de cette nouvelle méthode de contrôle de la RAM, puisque la différence de mesure d'ISL a été réduite de plus de deux ordres de grandeurs par rapport à la Figure 3.3. On attribue cette différence à l'effet Kerr engendré par une différence de puissance entre les différents faisceaux. On remarque qu'il y a un écart de 140 Hz entre les valeurs moyennes des Figures 3.18(b) et 3.19. Les expériences étant effectuées à plusieurs semaines d'intervalle, on explique cet écart par la différence de température au sein de l'étuve dans laquelle se trouve la cavité à fibre standard.

### 3.5 Comparaison expérimentale entre transmission et réflexion en mode PDH avec deux types de modulateur de phase

Le section précédente démontre l'efficacité de notre méthode de suppression de la RAM dans un cas particulier : lorsqu'on sonde la transmission de la cavité en utilisant un type de PM (celui qui engendre le plus de RAM). Cette section vise maintenant à tester notre méthode avec toutes les configurations possibles : transmission et réflexion avec les deux types de modulateur de phase. Pour rappel, on a un second type de PM qui engendre moins de RAM que le premier : on suppose que les polariseurs sont mieux alignés sur les lignes neutres du cristal car ce modèle est plus récent. Afin de comparer toutes les situations dans les mêmes conditions expérimentales, on refait l'expérience de la Figure 3.14 en variant le type de PM et la manière dont on sonde la cavité en fibre standard. Ces résultats ont mené à la publication d'un article de conférence [168] pour compléter le premier l'article de revue [166].

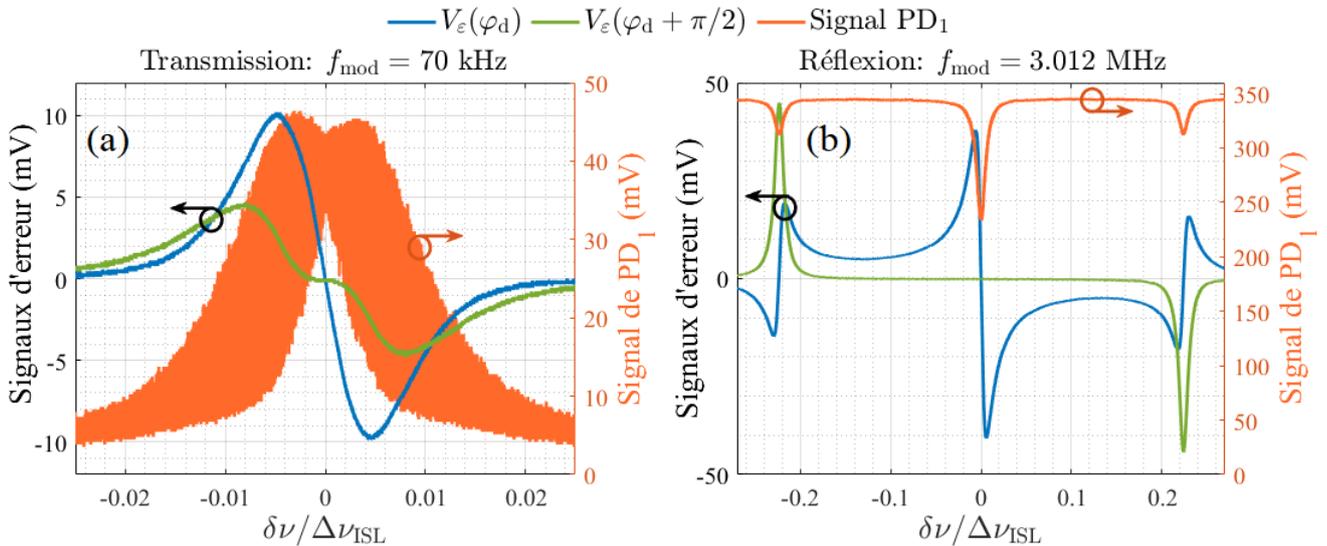


Figure 3.20 – Mesure de l'évolution des signaux d'erreur  $V_\epsilon(\varphi_d)$  (en bleu) et  $V_\epsilon(\varphi_d + \pi/2)$  (en vert) ainsi que du signal de la photodiode PD<sub>1</sub> (en orange) en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  pour une cavité (a) sondée en transmission avec  $f_{\text{mod}} = 70 \text{ kHz}$  et (b) sondée en réflexion avec  $f_{\text{mod}} = 3.012 \text{ MHz}$ . Ces mesures sont faites avec le PM qui engendre le plus de RAM.

La Figure 3.20 montre le signal de la photodiode PD<sub>1</sub> (en orange) ainsi que des deux signaux d'erreur en quadrature  $V_\epsilon(\varphi_d)$  en bleu et  $V_\epsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en vert en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Les Figures 3.20(a) et 3.20(b) sont respectivement obtenues pour une cavité sondée en transmission avec  $f_{\text{mod}} = 70 \text{ kHz}$  et sondée en réflexion avec  $f_{\text{mod}} = 3.012 \text{ MHz}$ . Ces mesures sont effectuées avec le PM qui engendre le plus de RAM, mais les allures des signaux sont similaires pour les deux types de PM. Comme dans la section précédente, on choisit une phase de démodulation  $\varphi_d = \varphi_{\text{max}}$  afin de maximiser les pentes en fonction de la fréquence de  $V_\epsilon(\varphi_d)$ . On mesure une pente du signal d'erreur de  $0.25 \text{ } \mu\text{V/Hz}$  en transmission et  $0.70 \text{ } \mu\text{V/Hz}$  en réflexion. La pente

obtenue en réflexion est donc trois fois supérieure à celle en transmission, exactement comme l'avaient prédit les modélisations du Chapitre 2. Le signal en quadrature  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  présente bien un plateau autour de la résonance sur les deux figures.

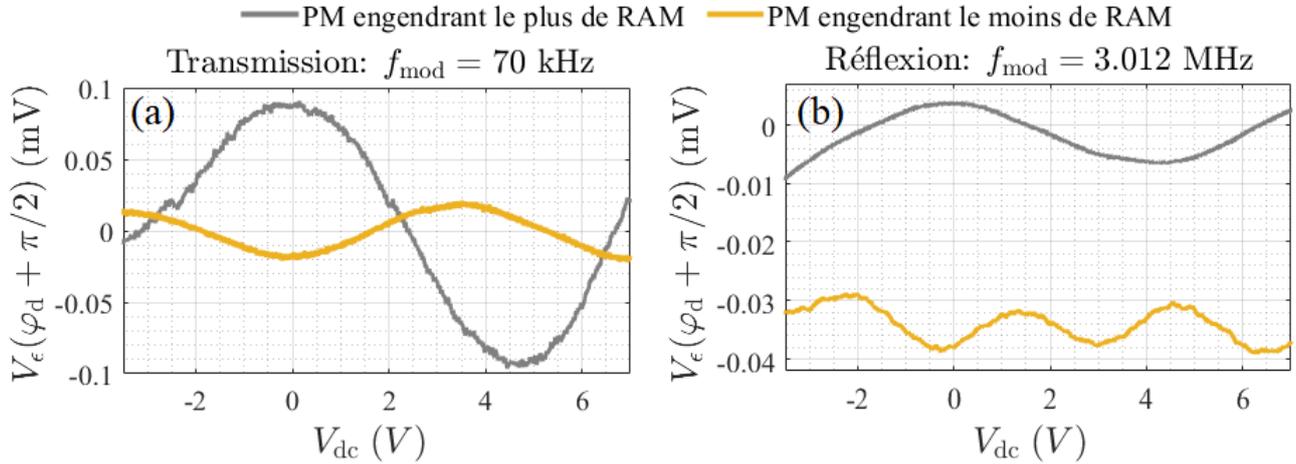


Figure 3.21 – Mesure de l'évolution du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en fonction de  $V_{dc}$  lorsque l'asservissement de fréquence est bouclé. On différencie l'utilisation des modulateurs engendrant le plus (en gris) et le moins (en jaune) de RAM pour une cavité (a) sondée en transmission avec  $f_{mod} = 70$  kHz et (b) sondée en réflexion avec  $f_{mod} = 3.012$  MHz. Les signaux sont filtrés avec un filtre passe-bas d'une bande passante de 10 Hz.

Une fois la boucle d'asservissement de fréquence fermée avec  $V_\varepsilon(\varphi_d)$ , on compare l'évolution de  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en fonction de  $V_{dc}$  dans toutes les configurations possibles sur les Figures 3.21(a) en transmission et 3.21(b) en réflexion. On représente en gris et jaune les cas de l'utilisation du PM qui engendrent respectivement le plus et le moins de RAM.

En transmission, tout comme sur la Figure 3.13, on a une évolution sinusoïdale de  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en fonction de  $V_{dc}$  en transmission pour les types de PM. Comme prévu par le modèle, la forme du signal est symétrique et avec une valeur moyenne proche de zéro. Les périodes de l'évolution des deux signaux gris et jaune sont différentes car les deux PM sont différents. On mesure une pente du signal en fonction de  $V_{dc}$  qui est 4 fois supérieure sur le signal gris que sur le signal jaune pour les mêmes conditions expérimentales, ce qui témoigne de la plus faible RAM du deuxième type de PM. L'ajustement expérimental de la dernière section indiquait  $\beta = \gamma = 5^\circ$  pour le type de PM de la courbe grise, or la Figure 3.9(b) nous montre que la pente est divisée par 4 pour  $\beta = \gamma = 2.5^\circ$ . Cela semble conforter notre hypothèse selon laquelle le deuxième type de PM (qui engendre le moins de RAM) possède un meilleur alignement des polariseurs sur l'axe du cristal biréfringent.

En réflexion avec la configuration PDH, la Figure 3.21(b) montre une évolution du signal gris presque sinusoïdale en fonction de  $V_{dc}$  avec un biais de tension d'environ  $-2 \mu\text{V}$ . Cela

semble indiquer que la fréquence n'est pas parfaitement maintenue à résonance, comme illustré sur la modélisation de la Figure 3.8(b). La période d'évolution du signal gris coïncide avec celle mesurée en transmission pour le même PM. On mesure une pente du signal gris 18 fois plus faible qu'en transmission, contrairement au modèle de la Figure 3.9(b) qui prédit un facteur 119 entre les deux signaux. Le signal jaune possède un biais de tension de  $-35 \mu\text{V}$  et oscille avec une période 2 fois supérieure à celle mesurée en transmission pour le même PM. Ce signal en quadrature avec le deuxième type de PM est largement éloigné de zéro. Cela signifie que le laser est très loin de la résonance. On émet l'hypothèse suivante pour expliquer ce phénomène en réflexion : 1) l'impact de la RAM sur le signal  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  est très grand (14.6 fois supérieur au cas de la transmission d'après le modèle de la Figure 3.9(a)) et 2) la sensibilité à la RAM du signal  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  est très faible. Dans cette situation, il ne serait pas possible de contre-réagir suffisamment sur la tension  $V_{dc}$  pour amener  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  à zéro et supprimer la RAM avec le deuxième type de PM.

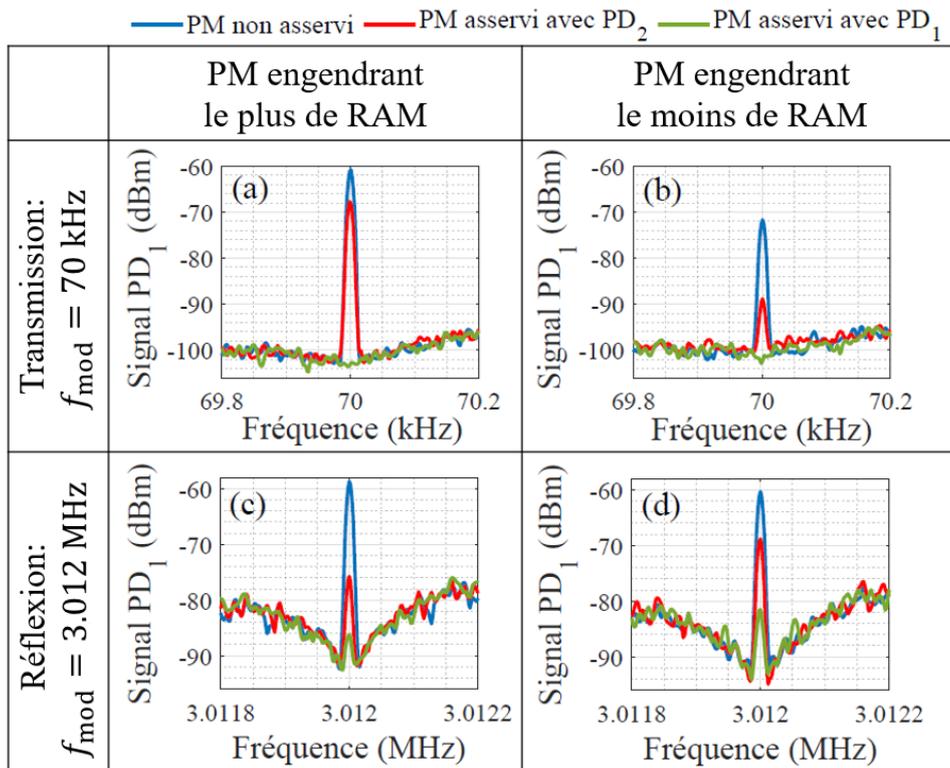


Figure 3.22 – Spectres électriques des signaux de photodiode  $\text{PD}_1$  lorsque la fréquence du laser est asservie à résonance. On distingue l'utilisation des PM engendrant le plus et le moins de RAM pour une cavité sondée en transmission et réflexion. En bleu : pas de contrôle de la RAM. En rouge : contrôle de la RAM avec  $\text{PD}_2$  selon la méthode de Wong & Hall. En vert : contrôle de la RAM avec  $\text{PD}_2$  selon notre nouvelle méthode. Le bruit de détection de la photodiode sans lumière incidente vaut  $-120 \text{ dBm}$ . Résolution :  $\text{RBW}=10 \text{ Hz}$ .

Après avoir fermé les deux boucles d'asservissement, on observe les spectres de la photodiode  $PD_1$  dans tous les configurations possibles sur la Figure 3.22. Pour les spectres (a) et (b) en transmission avec les deux types de PM, les conclusions sont les mêmes que celles exposées à la section 3.4.2. En effet, notre nouvelle méthode de suppression de la RAM est très efficace en transmission car la composante de la RAM à  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz est parfaitement atténuée. Contrairement à la Figure 3.15, nous n'observons plus le creux créé par le phénomène de "noise squashing". En revanche, en réflexion, les spectres (c) et (d) montrent en vert que lorsqu'on applique notre nouvelle méthode, les signaux de  $PD_1$  à  $f_{\text{mod}} = 3.012$  MHz ne sont pas totalement atténués. Ceci confirme nos prédictions de la section précédente : on a plus de difficulté à supprimer la RAM en réflexion qu'en transmission. Les pics verts sont tout de même nettement mieux atténués que ceux en rouge lorsqu'on applique la méthode de Wong & Hall. Nous pensons que le pic vert restant est dû à la présence d'un biais de tension sur les signaux en quadrature pour les deux types de PM, comme sur les deux courbes la Figure 3.21(b). Ces biais de tension ajouteraient un biais de fréquence sur l'asservissement du laser à résonance. Pour améliorer la sensibilité à la RAM du signal  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  en réflexion, on pourrait par exemple prendre une autre phase de démodulation que  $\varphi_d$  proche de  $\varphi_{\text{max}}$ . On pourrait alors choisir une phase de démodulation qui augmente la sensibilité de  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$ , en revanche on perdrait forcément sur la pente en fréquence du signal  $V_\varepsilon(\varphi_d)$ .

Pour conclure ce Chapitre 3, nous avons développé une nouvelle méthode de suppression de la RAM qui tient compte des défauts des composants fibrés (polariseurs imparfaits et PDP) dans notre système en générant deux signaux d'erreur en quadrature à partir d'une seule photodiode. Nous avons comparé son efficacité avec la méthode classique de Wong & Hall qui utilise deux photodiodes différentes pour boucler l'asservissement de la fréquence et de la RAM. Notre modèle exposé en section 3.3 est cohérent avec les observations en transmission et les résultats expérimentaux confirment l'efficacité de la méthode. En revanche, l'application de la méthode en réflexion avec la configuration PDH mène à une suppression imparfaite de la RAM. On suppose que dans ces conditions, le biais causé par la RAM sur le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  est tellement grand que la faible sensibilité à la RAM du signal  $V_\varepsilon(\varphi_d + \pi/2)$  empêche un bon contrôle la RAM pour totalement la supprimer. De plus, certaines observations en réflexion ne correspondent pas tout à fait au modèle lorsqu'on utilise le PM qui engendre le moins de RAM. Le prochain chapitre présente les différentes cavités développées durant la thèse et notamment celle qui a servie pour les expériences précédemment décrites.



---

# Conception de cavités pour le gyromètre

---

Comme montré précédemment au Chapitre 2, l'utilisation de fibre à cœur creux permet de réduire l'impact de l'effet Kerr et des effets de dilatation thermique sur la mesure de vitesse de rotation. C'est pourquoi Thales a concentré ses efforts sur la conception de cavités basées sur des fibres à cœur creux. Précédemment, une cavité en fibre Kagomé enroulée sur 60 cm de diamètre a été développée par Alexia Ravaille durant sa thèse. L'objectif de ma thèse est de tester de nouvelles fibres à cœur creux compatibles avec un bobinage de diamètre inférieur à 10 cm pour correspondre aux dimensions d'un produit embarquable. Après une introduction sur les fibres à cœur creux, ce chapitre présente les cavités qui ont été conçues et développées au cours de ma thèse ainsi que l'alignement de leurs composants optiques. On compare ensuite les cavités en fibre standard à maintien de polarisation et en fibre à cœur creux à bande interdite photonique (PBG : Photonic Bandgap) issues de collaborations avec Kyla, GLOphotonics et XLIM. Les résultats obtenus avec notre cavité en fibre à cœur creux PBG ont mené à l'identification de problèmes majeurs. Les mesures et leur analyse ont été présentées puis publiées à l'occasion d'une conférence [203]. Cela nous incite par la suite à développer une cavité à miroir sur un support rigide en Zerodur dont on présente les résultats préliminaires obtenus en Annexe J.

### 4.1 Introduction aux fibres à cœur creux

Le mécanisme de guidage de la lumière dans une fibre à cœur creux diffère de celui des fibres standards avec un cœur en silice. Dans ces dernières, la propagation s'effectue dans un cœur qui possède un indice de réfraction  $n_c$  supérieur à celui de la gaine (cladding en anglais)  $n_g$  qui entoure le cœur. Le guidage peut être expliqué d'une manière volontairement simpliste par la loi de Snell-Descartes appliquée à des rayons lumineux incidents sur l'interface cœur-gaine avec un angle d'incidence  $\theta_i \geq \arcsin(n_g/n_c)$ . Au delà de cet angle d'incidence, comme  $n_c > n_g$ , la lumière est totalement réfléchi. Elle est donc confinée dans le cœur, on parle de guidage par réflexion totale interne (TIR : Total Internal Reflection). En pratique, la gaine est de la silice et le cœur est de la silice dopée. L'explication rigoureuse fait appel à la notion de modes plutôt que des rayons lumineux. On montre sur la Figure 4.2(a) un schéma du diagramme de bande photonique dans la gaine (à gauche de l'axe) et dans le cœur (à droite de l'axe) en fonction de l'indice effectif  $n_{\text{eff}}$ . On voit qu'il existe une bande interdite (gap en anglais) dans la gaine et des modes discrets dans le cœur pour un indice effectif  $n_{\text{eff}}$  qui respecte la condition  $n_g < n_{\text{eff}} < n_c$ . Les pertes de propagation dans les fibres standards valent 0.14 dB/km pour les meilleures performances en laboratoire [204] et typiquement 0.40 dB/km pour des fibres commerciales [205].

La silice et l'air ont respectivement des indices de réfraction valant  $n_{\text{SiO}_2} = 1.45$  et  $n_{\text{air}} = 1$ . Cela signifie qu'en principe, si on remplace le cœur de silice dopée par de l'air, le guidage de la

lumière dans l'air n'est pas possible car l'indice du cœur est inférieur à celui de la gaine. Afin de réaliser le guidage dans l'air, les fibres à cœur creux possèdent une structure interne périodique à cristaux photoniques conçue pour confiner la lumière dans son cœur creux. La structure de la gaine est modifiée de manière à favoriser la propagation de modes optiques dans le cœur avec un indice effectif  $n_{\text{eff}} < n_{\text{air}} = 1$ , comme on le voit sur les Figures 4.2(b) et 4.2(c). On présente dans cette section les trois principaux types de fibre à cœur creux utilisés pour la gyrométrie : la fibre Kagome, la fibre à bande interdite photonique et la fibre à gaine tubulaire. L'intérêt de ces fibres est de faire propager la lumière presque exclusivement dans l'air (à 99 % pour une PBG selon [161]). Les fibres à cœur creux sont fabriquées en effectuant les différentes étapes de la méthode "stack and draw" illustrées sur les Figures 4.1(a) et 4.1(b). Elle consiste en la fabrication de capillaires qui sont tirés pour être affinés jusqu'à avoir un diamètre de l'ordre du millimètre. Plusieurs capillaires sont ensuite rassemblés pour former la structure choisie puis l'ensemble est enveloppé dans une gaine externe. L'assemblage est à nouveau étiré pour que la fibre ait un diamètre extérieur de l'ordre 300  $\mu\text{m}$ . Afin de préserver le cœur creux tout en évitant l'effondrement de la structure, du gaz sous pression est injecté à plusieurs endroits, notamment dans le cœur et dans les capillaires comme illustré sur la Figure 4.1(b). La référence [145] comporte une revue historique sur le développement des fibres à cœur creux, on s'inspire de cette dernière pour en détailler les trois principaux types.

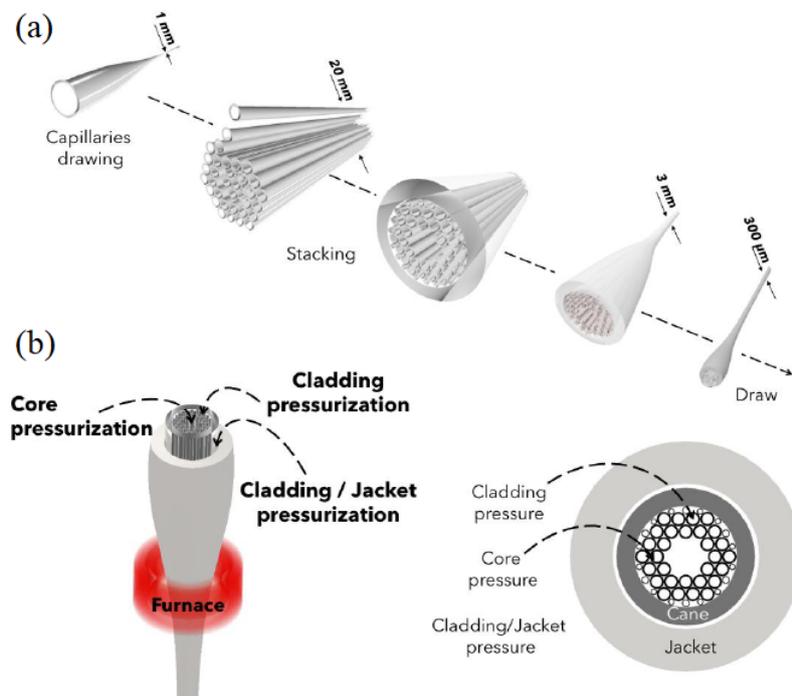


Figure 4.1 – Schémas issus de [145] illustrant (a) les différentes étapes de fabrications d'un fibre à cœur creux en cristaux photoniques avec la méthode "stack and draw" et (b) la technique d'injection de gaz sous pressions pour former la structure choisie.

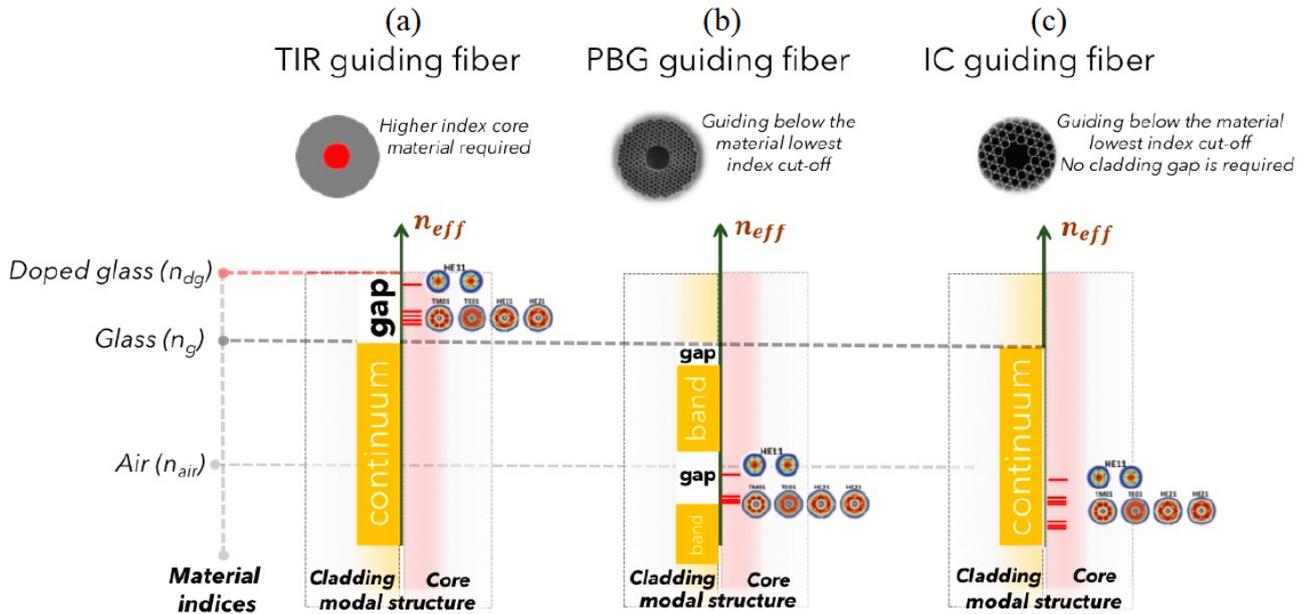


Figure 4.2 – Schémas issus de [145] montrant le diagramme de bande photonique dans la gaine (à gauche de l’axe) et dans le cœur (à droite de l’axe) en fonction de l’indice effectif  $n_{\text{eff}}$  pour les trois types de fibres : (a) fibre standard avec guidage par réflexion totale interne, (b) fibre à bande interdite photonique (PBG) et (c) fibre Kagomé et à gaine tubulaire fonctionnant avec un guidage par couplage inhibé.

#### 4.1.1 Fibre de type Kagomé

Les fibres Kagomé fonctionnent avec le principe du couplage inhibé (IC : Inhibited Coupling). La Figure 4.2(c) montre que pour un guidage par couplage inhibé, on a un continuum d’états sur le diagramme de bande photonique dans la gaine pour  $n_{\text{eff}} < n_g$ . Il y a en revanche une densité d’état très faible, comme on le montre juste après. D’autre part, il existe des modes discrets dans le cœur pour un indice effectif  $n_{\text{eff}} < n_{\text{air}} = 1$  qui vont guider la lumière avec de faibles pertes. On dit que les modes de gaine sont inhibés. La Figure 4.3(b) montre un exemple de structure d’une fibre de type Kagomé (en haut) ainsi que sa densité d’état photonique (en bas) en fonction du vecteur d’onde normalisé de fréquence  $k\Lambda$  et de l’indice effectif  $n_{\text{eff}}$ . L’échelle de couleur va du blanc (pas d’état photonique) en passant par le bleu (faible densité d’état photonique) jusqu’au rouge (forte densité d’état photonique). Comme indiqué auparavant, on a un continuum de faible densité d’état en bleu qui représente la gaine, et des états discrets de forte densité en rouge qui correspondent à une propagation dans le cœur.

On distingue plusieurs variantes de fibres Kagomé en fonction du nombre de capillaires retirés du centre pendant la fabrication pour former le cœur creux. Généralement, on peut retirer 1, 7 ou 19 capillaires du centre pour ajuster le diamètre du cœur creux. On parle alors de Kagome 1-cell, 7-cell ou 19-cell. Cette structure de type Kagomé a été suggérée dès 1999 [208]

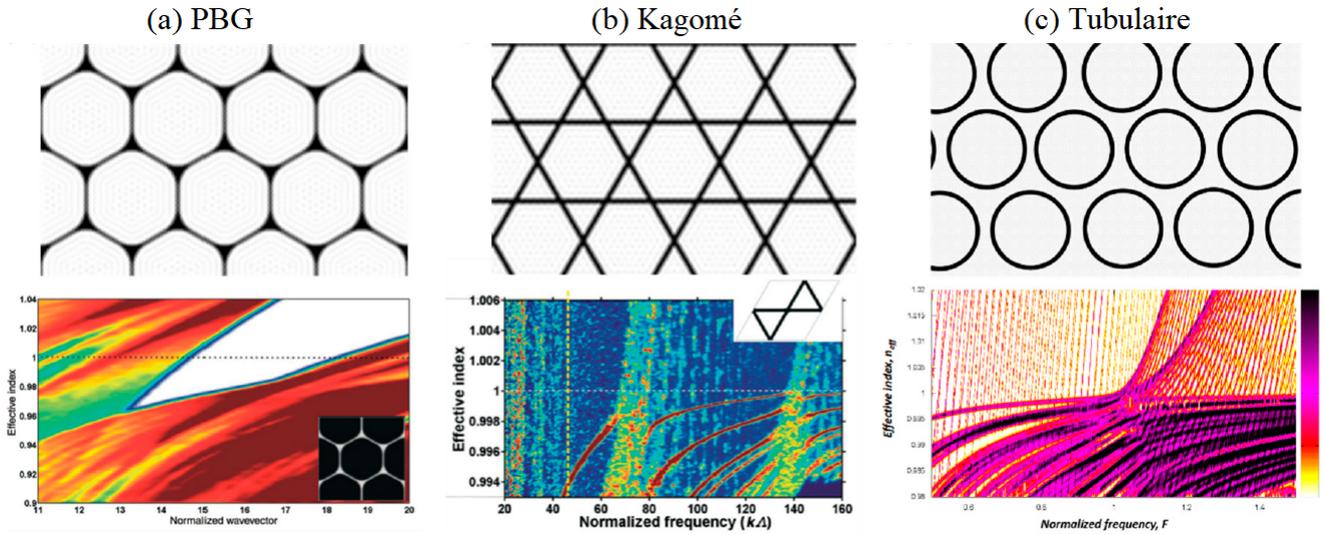


Figure 4.3 – Structure des cristaux photoniques (en haut) pour des fibres (a) PBG, (b) Kagomé, (c) Tubulaire et leur densité d'état photonique associée (en bas) en fonction du vecteur d'onde normalisé de fréquence  $k\Lambda$  et de l'indice effectif  $n_{\text{eff}}$ . L'échelle de couleur va du blanc (pas d'état photonique) en passant par le bleu (faible densité d'état photonique) jusqu'au rouge (forte densité d'état photonique). Images issues de [145], elles-mêmes reprisent de [206, 207].

et fabriquée pour la première fois en 2002 [209]. Une fibre Kagomé 7-cell de 20 m enroulée sur 60 cm de diamètre avait été choisie pour développer la cavité en fibre à cœur creux pendant la thèse d'Alexia Ravaille. On visualise sa section sur la Figure 1.14(c) où le cœur creux mesure 60  $\mu\text{m}$  de diamètre. Ce choix était lié au fait que sa transmission ne se dégradait pas dans le temps. Cependant, ses pertes de propagation dépendaient fortement de la courbure de la fibre. On observait des pertes d'au moins 30 à 40 dB/km pour un diamètre d'enroulement de 15 cm. Cela explique le choix d'un diamètre de 60 cm dans la thèse d'Alexia Ravaille pour les réduire à 12 dB/km [6]. Cette fibre était aussi très sensible aux vibrations mécaniques. Bien qu'elle ait permis d'obtenir des résultats prometteurs, elle était inadaptée pour un futur produit. C'est pourquoi nous avons développé une nouvelle cavité en fibre à cœur creux de type bande interdite photonique dont on présente maintenant le principe.

#### 4.1.2 Fibre à bande interdite photonique (PBG)

On parle de fibre à bande interdite photonique (PBG : Photonic Bandgap) par analogie à la notion de bande interdite en physique du solide. Il s'agit d'une plage de fréquence qui est inaccessible pour la fonction d'onde électronique dans un cristal solide ou pour la lumière dans un cristal photonique. On voit sur la Figure 4.3(a) en haut un exemple de structure de cristal photonique d'une fibre PBG. Celles utilisées dans notre cavité sont représentées sur les Figures 4.10 et 4.16. En bas de la Figure 4.3(a), on remarque que la densité d'état photonique d'une

cellule élémentaire qui constitue la gaine ne contient pas d'état photonique dans la zone blanche. Il existe donc une zone dans laquelle on a des états  $(k\Lambda, n_{\text{eff}})$  pour lesquels la propagation dans la gaine n'est pas possible. En choisissant minutieusement  $k\Lambda$  et  $n_{\text{eff}} < n_{\text{air}} = 1$ , on peut donc contraindre la lumière à se propager dans le cœur creux de la fibre. Ce principe de guidage fut démontré en 1987 [210] et la première fibre à cœur creux PBG fut réalisée en 1999 [211]. Une fibre PBG est plus susceptible de voir l'apparition de modes de surfaces à l'interface entre le cœur et les premières cellules élémentaires. Les points rouges sur la partie agrandie de la Figure 4.4(a) illustrent ces modes de surface qui peuvent alors se coupler au mode de cœur et perturber le guidage de la lumière. Ce type de fibre aurait également la capacité d'être enroulée sur un faible diamètre sans introduire de pertes de propagations [212]. Les essais initiaux faits avec ce genre de fibres durant la thèse d'Alexia Ravaille avaient montré une forte dégradation de la transmission sur quelques heures (typiquement une journée), expliquant le choix par défaut de la fibre de type Kagomé décrite précédemment. L'origine de cette dégradation semblait être une réaction chimique entre les ions chlore présents dans la silice et l'air ambiant. Une approche prometteuse semblait être l'utilisation de silice spéciale à faible concentration en chlore. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de tester à nouveau ce type de fibre avec cette nouvelle silice durant ma thèse. On verra que le phénomène de dégradation est ralenti mais elle finit tout de même par se contaminer, ce qui induit des baisses de transmission dans le temps.

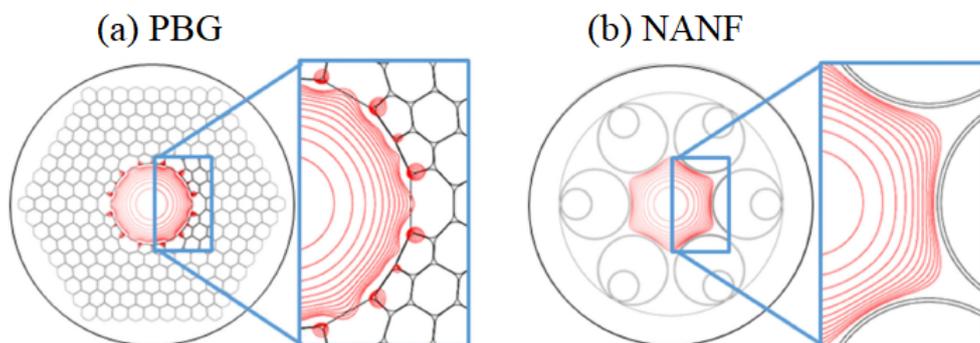


Figure 4.4 – Images issues de [88] montrant un comparaison des structures (a) d'une fibre PBG et (b) d'une fibre NANF. Les lignes rouges représentent des densités puissances optiques égales calculées par le modèle numérique des auteurs.

### 4.1.3 Fibre à gaine tubulaire (ANF & NANF)

Les fibres à gaine tubulaire sont formées de capillaires ou tubes de plus grand diamètre situés entre le cœur creux et la gaine externe. Ce type de fibre guide la lumière grâce à une combinaison de plusieurs méthodes : couplage inhibé, faible densité d'état photonique dans la gaine et anti-résonance [213]. L'anti-résonance consiste à atténuer la puissance du mode hors du cœur, les modes qui ne sont pas en résonance avec l'épaisseur de la gaine sont retenus dans le cœur [88]. Si la gaine est formée d'une couche de tubes seuls autour du cœur, on parle de fibre ANF pour Anti-resonant Nodeless Fiber. On peut voir sur la Figure 4.3(c) une cellule élémen-

taire d'une ANF (en haut) ainsi que sa densité d'état photonique (en bas). On a bien un continuum d'états de faible densité avec des états discrets de forte densité. Si on rajoute un tube imbriqué dans chacun des tubes, comme sur la Figure 4.4(b), on parle alors de fibre NANF pour Nested Anti-resonant Nodeless Fiber. Contrairement à la fibre PBG qui possède un cœur ayant une courbure positive (quasiment la forme d'un cercle), les fibres ANF et NANF possèdent un cœur à courbure négative. Cela leur permet d'être libres de modes de surfaces tout en conservant une bonne régularité spatiale du mode [214]. Les NANF sont les fibres à cœur creux qui minimisent le plus les pertes de propagations. Des valeurs de 0.28 dB/km ont été atteintes en 2020 pour une longueur d'onde de 1550 nm [215]. Ces pertes de propagations sont comparables avec celles des fibres standards commerciales ou de laboratoires, c'est pourquoi il y a un intérêt grandissant pour les fibres à cœur creux pour les télécommunications. Une fibre NANF a récemment été utilisée pour fabriquer une cavité appliquée à un HCF-RFOG de Honeywell [88].

#### 4.1.4 Caractéristiques des fibres utilisées pour nos cavités

On choisit de fabriquer une cavité en fibre à cœur creux de type PBG d'une longueur de 22 m développée par GLOphotonics et XLIM. Afin de comparer ses performances, on aligne également une cavité en fibre standard à maintien de polarisation d'une longueur de 15.2 m avec un ISL similaire. On choisit de bobiner nos fibres avec un diamètre de 8 cm pour des questions d'encombrement. L'objectif est de réussir à fabriquer un démonstrateur de gyromètre résonant passif capable d'atteindre la classe inertielle et une stabilité de biais de  $0.01^\circ/\text{h}$ . Pour obtenir un maximum de sensibilité avec notre HCF-RFOG, il faut que la fibre à cœur creux possède de bonnes propriétés, la plus importante étant l'absence de cette dégradation de la transmission rapportée précédemment. Pour tenir compte de l'atténuation des fibres à cœur creux PBG, on choisit de fabriquer une cavité avec une fibre de seulement une vingtaine de mètres, contre une centaine couramment utilisée pour les fibres standards pour un RFOG. La fibre doit être à maintien de polarisation. Nos expériences montrent que c'est bien le cas mais que l'orientation de la polarisation (linéaire) maintenue est a priori inconnue. En fait, le phénomène qui explique le maintien de la polarisation n'est pas très clair puisqu'à priori la géométrie du cœur est isotrope contrairement aux fibres à cœur plein à maintien de polarisation. Les cavités des Figures 1.14(a) et 4.5 possèdent donc des lames demi-ondes et des polariseurs intracavités pour orienter la polarisation de la lumière sur la direction qui permet son maintien. La fibre devra nécessairement être monomode et ne pas subir trop d'influence de perturbations mécaniques ou du rayon de courbure dû au faible diamètre d'enroulement.

## 4.2 Alignement des optiques et miniaturisation de la cavité

Étant donné qu'il n'existe pas de coupleur commercial basé sur des fibres à cœur creux, il est nécessaire d'avoir un montage en espace libre pour les remplacer. On effectue le montage sché-

matisé sur la Figure 4.5, l'alignement est réalisé avec la collaboration de la société Kyliya. Une portion en espace libre est dédiée au bouclage de la cavité avec deux prismes. Chaque prisme a une face orientée à l'angle d'incidence de Brewster. Les prismes agissent ainsi comme des polariseurs intracavités transmettant la totalité du faisceau polarisé horizontalement. L'autre face a un angle d'incidence légèrement différent afin d'ajuster la transmission des prismes. Les lames demi-onde permettent alors de tourner cette polarisation sur la direction de la polarisation maintenue dans la propagation dans la fibre. Cette technique d'alignement d'une cavité avec des prismes à angle de Brewster a conjointement été développée et brevetée par Thales et Kyliya. Nous choisissons le même alignement pour les deux cavités en fibre standard et en fibre à cœur creux PBG. L'utilisation de la fibre standard a permis à Kyliya de mettre au point la technique d'assemblage. De plus, nous montrerons que la cavité avec la fibre standard n'a pas de résonances parasites contrairement à celles assemblées avec des coupleurs fibrés. Les cavités en fibre standard et en fibre à cœur creux PBG ont chacune des coefficients de transmission et de réflexion des prismes  $P_1$  et  $P_2$  différents.

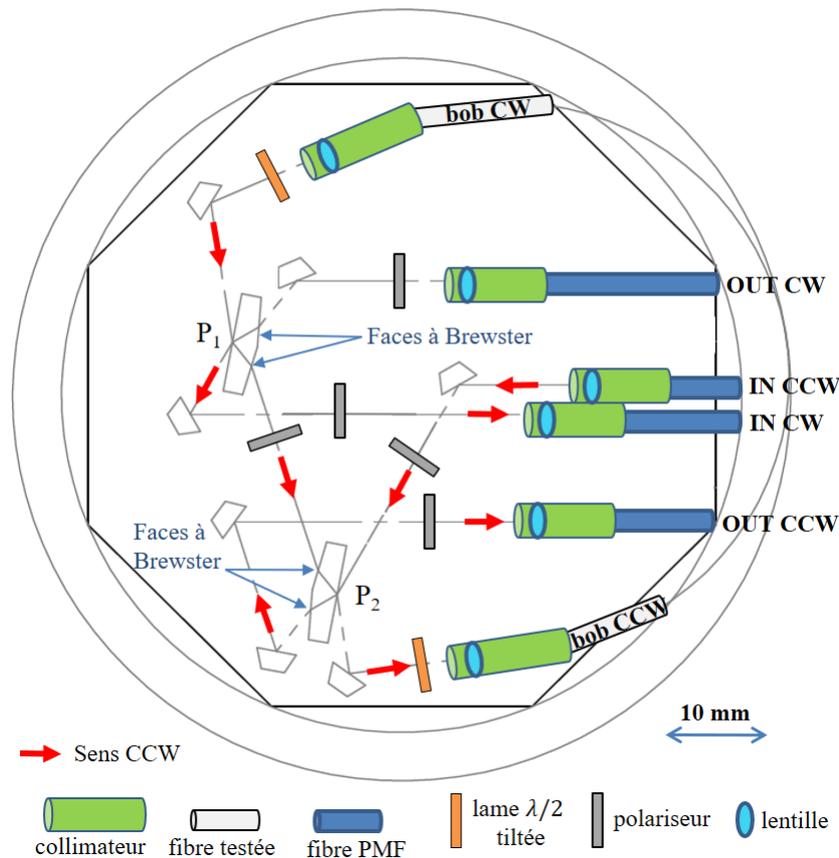


Figure 4.5 – Alignement de la cavité réalisée en collaboration avec Kyliya. Ce montage est similaire pour la cavité en fibre standard et la cavité en fibre à cœur creux PBG.

Le montage de la Figure 4.5 est conçu pour coupler la lumière à l'entrée et à la sortie de la fibre testée (en gris) bobinée sur un diamètre de 8 cm. La lumière entre dans la cavité via une fibre monomode à maintien de polarisation PMF (en bleu) par les voies 'IN CW' et/ou 'IN CCW'. On choisit d'illustrer le trajet de la lumière dans le sens CCW avec une flèche rouge, le trajet dans le sens CW étant symétrique. Le faisceau entrant par la fibre de 'IN CCW' est collimaté avec une lentille à gradient d'indice dans une fêrulle en silice (un cylindre creusé). Il passe ensuite par un polariseur avant d'être faiblement réfléchi et fortement transmis par le prisme  $P_2$ . La lumière transmise par  $P_2$  est recouplée dans la fibre PMF de 'OUT CCW' pour observer la lumière réfléchie par la cavité dans le sens CCW. La lumière faiblement réfléchie par  $P_2$  rentre dans la cavité et traverse une lame  $\lambda/2$  (inclinée pour diminuer un éventuel effet d'étalon) avant d'être couplée dans la fibre par l'entrée notée 'bob CCW' (pour bobine) avec une lentille asphérique. Après plusieurs tours dans la fibre dans le sens CCW, la lumière ressort de la fibre par l'entrée opposée notée 'bob CW'. Elle est ensuite dirigée vers le prisme  $P_1$  qui a son tour réfléchit faiblement et transmet fortement une partie du faisceau. La partie réfléchie par  $P_1$  est recouplée dans la fibre PMF de 'IN CW' pour observer la lumière transmise par la cavité dans le sens CW. En revanche, la lumière transmise par  $P_1$  et transmise par  $P_2$  termine le tour de cavité. Le faisceau est doublement polarisé par les deux faces à Brewster des prismes  $P_1$  et  $P_2$ .



Figure 4.6 – Photographies des parties extérieure et intérieure du boîtier de la cavité en fibre à cœur creux PBG.

Toutes les lentilles ont des faces traitées anti-reflet, mais il peut malgré tout y avoir un résidu de réflexion. Les prismes  $P_{1,2}$  de la Figure 4.5 ont des coefficients de transmission et de réflexion du champ électrique notés respectivement  $t_{P_{1,2}}$  et  $r_{P_{1,2}}$ . Ces derniers dépendent de l'angle d'inclinaison du prisme et sont définitifs après l'usinage du prisme. Contrairement au schéma de la Figure 2.1 du Chapitre 2, la lumière initialement réfléchiée par les prismes  $P_{1,2}$  est couplée dans la cavité tandis que la lumière initialement transmise par les prismes  $P_{1,2}$  ne rentre pas dans la cavité. Tout se passe comme si la cavité possédait des miroirs dont les coefficients de transmission et de réflexion du champ électrique valent respectivement  $t_{1,2} = r_{P_{1,2}}$  et  $r_{1,2} = t_{P_{1,2}}$ .

Le montage de la Figure 4.5 est conditionné dans un boîtier en métal fermé hermétiquement et conçu par Thales AVS. On montre une photographie de la partie extérieure et intérieure du boîtier de la cavité en fibre à cœur creux PBG sur la Figure 4.6. La cavité en fibre standard est placée dans un autre boîtier mais l'alignement intracavité est similaire (le prisme  $P_1$  est orienté dans le sens opposé). En revanche, elle possède deux prélèvements d'une partie des faisceaux incidents sur les deux entrées de 'IN CW' et 'IN CCW' (non indiqué sur la Figure 4.5) initialement prévus pour mesurer et corriger la RAM avec la méthode de Wong & Hall. Cela aura pour effet de réduire de moitié l'intensité en entrée de la cavité à fibre standard.

On peut voir sur la photographie de droite qu'on a une distance en espace libre d'environ 20 mm entre les deux prismes  $P_1$  et  $P_2$ . Cette distance est très faible par rapport à la distance parcourue dans la fibre standard ou fibre à cœur creux PBG. La cavité n'est donc pas symétrique. Pour nos calculs et ajustements, on peut donc faire l'approximation que la longueur optique de la cavité correspond à celle de la fibre optique. On peut aussi négliger les pertes entre les prismes  $P_1$  et  $P_2$ , on a donc une transmission de  $P_1$  vers  $P_2$  dans le sens CCW qui vaut 1. Par conséquent, on peut considérer que la transmission totale intracavité  $T$  vaut la transmission de  $P_2$  vers  $P_1$  dans le sens CCW. Finalement, la transmission totale intracavité correspond, avec nos hypothèses, à la transmission de la fibre optique avec les pertes d'injection.

### 4.3 Caractérisation de la cavité en fibre standard

Dans cette section on présente les caractéristiques de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation reçue en juin 2020. Cette dernière est placée dans une étuve contrôlée en température. Les faisceaux injectés et extraits de la cavité sont reliés aux composants optiques par des fibres optiques standards de 5 m. Pour cette cavité, on a deux prélèvements d'une partie des faisceaux incidents qui ont pour effet de réduire l'intensité entrée dans la cavité à fibre standard. Les prismes de la cavité sont conçus avec nos collaborateurs de chez Kyla pour avoir des coefficients de transmission en amplitude du champ qui valent  $t_{P_1} = t_{P_2} = 0.9943$  pour l'angle d'incidence défini. Cela équivaut pour nous à avoir une cavité avec des miroirs ayant des coefficients de réflexion du champ électrique égaux  $r_1 = r_2 = 0.9943$ , on parle aussi de taux de couplage. On choisit d'observer la transmission de la cavité plutôt que la réflexion, comme expliqué au Chapitre 2. On cherche à faire un ajustement de courbe de l'intensité transmise

en fonction de la fréquence de l'onde incidente pour mesurer la finesse et en déduire la valeur de la transmission totale intracavité  $T$ . Cette technique a d'abord été testée et validée avec la cavité en fibre Kagome sur laquelle il est facile de mesurer les puissances intracavité. Ensuite on étudie la rétrodiffusion de la cavité à fibre standard. Enfin, on vérifie notre modèle en mesurant le pente en fréquence du signal d'erreur en fonction de la fréquence de modulation et de la puissance incidente dans la cavité.

### 4.3.1 Détermination de la transmission totale intracavité $T$

On réalise l'expérience de la Figure 4.7 afin de visualiser l'intensité transmise par la cavité sur la photodiode  $PD_1$  et l'intensité rétrodiffusée par la cavité sur la photodiode  $PD_2$  à l'aide d'un circulateur. Initialement, on désactive la modulation de fréquence créée par le PM.

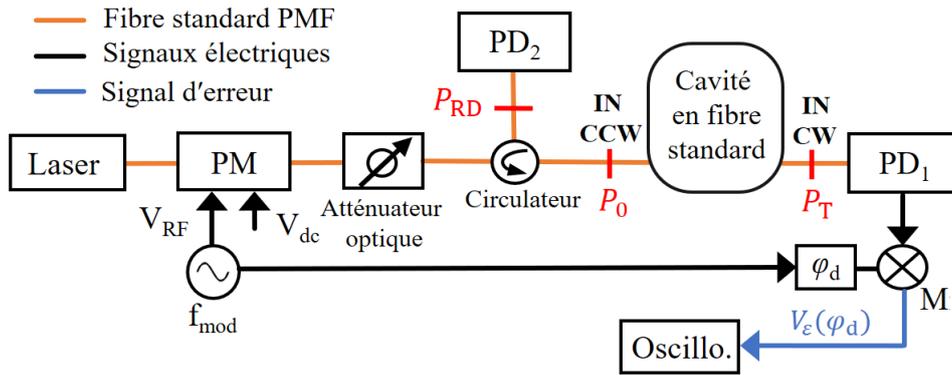


Figure 4.7 – Schéma d'expérience permettant la caractérisation de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation. On mesure le signal transmis par la cavité sur  $PD_1$  et la puissance rétrodiffusée par la cavité avec  $PD_2$  via un circulateur. On peut varier la puissance incidente avec l'atténuateur variable et également mesurer le signal d'erreur issu de  $PD_1$  sur un oscilloscope.

La puissance incidente dans la cavité avant l'entrée 'IN CCW' est mesurée avec un puissance-mètre et vaut  $P_0 = 2.67$  mW. On balaye la fréquence du laser. La puissance transmise par la cavité  $P_T$  dépend de l'écart de fréquence à la résonance  $\delta\nu$ . Les signaux des photodiodes  $PD_1$  et  $PD_2$  sont numérisés et convertis en puissance avec leur gains respectifs (respectivement  $G_1 = 4940$  V/W et  $G_2 = 4.94 \times 10^6$  V/W pour  $PD_1$  et  $PD_2$  dans cette expérience). On trace les signaux de  $PD_1$  et  $PD_2$  en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{ISL}$  sur la Figure 4.8(a). On souhaite tracer une courbe d'ajustement qui coïncide avec le signal transmis par la cavité sur  $PD_1$  afin de retrouver la valeur de la transmission totale intracavité  $T$  introduite dans le modèle du Chapitre 2. Pour cela, on part du principe qu'on a une cavité avec  $r_1 = r_2 = 0.9943$  et  $\Delta\nu_{ISL} = 13.6$  MHz. En tenant compte de la présence d'une tension de biais  $V_{\text{biais}}$ , on peut écrire que la tension vue par

la photodiode PD<sub>1</sub> a pour expression :

$$\begin{aligned} V_{\text{PD}_1}(\delta\nu) &= V_{\text{biais}} + G_1 P_T(\delta\nu) , \\ &= V_{\text{biais}} + G_1 P_0 |F_T(\delta\nu)|^2 , \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $|F_T(\delta\nu)|^2 = P_T/P_0$  est la puissance normalisée transmise par la cavité qui suit l'équation (2.19) et dépend de l'écart de fréquence  $\delta\nu$  par rapport à la résonance. Le gain  $G_1$ , ajustable par l'algorithme, tient compte du gain électro-optique de la photodiode et de possibles pertes supplémentaires. Après ajustement, les résultats donnent les caractéristiques suivantes :  $V_{\text{biais}} = 8.2$  mV, un gain ajusté  $G_{1,\text{aju}} = 801$  V/W, une transmission totale intracavité  $T = 0.954$  et  $g = 0.9712$ . Par simplicité, on a supposé que les prismes étaient parfaits avec des pertes  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ . La tension de biais de la photodiode obtenue coïncide avec les données du constructeur [164]. Comme on a  $r_1 > g$ , notre cavité est donc en couplage sous-critique. On obtient avec les équations (2.29) et (2.31) une largeur de raie  $\Gamma = 151$  kHz et une finesse de 90 avec les paramètres ajustés, ce qui correspond bien aux observations. En effet, la courbe en noir sur la Figure 4.8(a) montre la tension  $V_{\text{PD}_1}(\delta\nu)$  calculée avec l'ajustement puis convertie en puissance avec le gain de la photodiode PD<sub>1</sub> qui est bien superposée avec la mesure.

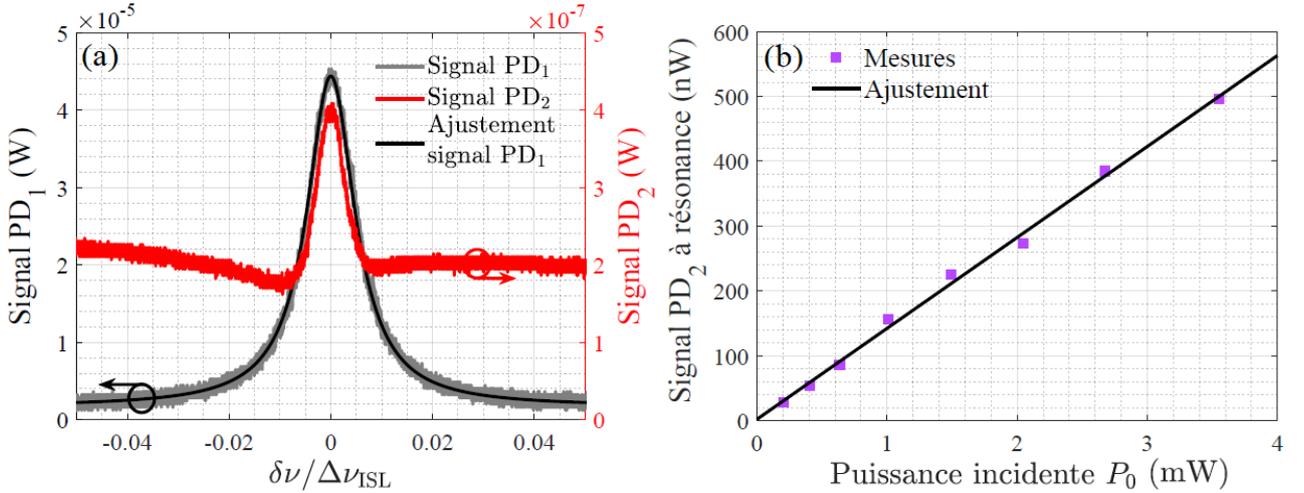


Figure 4.8 – (a) Mesures des puissances transmises par la cavité sur PD<sub>1</sub> (en gris) et rétrodiffusée par la cavité sur PD<sub>2</sub> (en rouge) en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  pour une puissance incidente  $P_0 = 2.67$  mW. On trace également la courbe théorique en noir dont les paramètres ont été ajustés pour correspondre au signal de PD<sub>1</sub>. (b) Mesures et ajustement de la puissance rétrodiffusée sur PD<sub>2</sub> à résonance en fonction de la puissance incidente  $P_0$ .

Par ailleurs, l'ajustement nous donne un gain ajusté  $G_{1,\text{aju}} = 801$  V/W tandis que  $G_1 = 4940$  V/W est la valeur connue et calibrée du gain de conversion de PD<sub>1</sub>. On a un rapport 6.2 entre ces deux valeurs, cela semble indiquer la présence de pertes hors de la cavité. On peut évaluer le rapport entre la puissance transmise à résonance  $P_T(0)$  et la puissance incidente  $P_0$  de

manière expérimentale avec la Figure 4.8(a). On compare avec la valeur théorique obtenue par l'ajustement de la courbe noire :

$$\text{Mesure : } \frac{P_T(0)}{P_0} = \frac{4.5 \times 10^{-5} \text{ W}}{2.7 \times 10^{-3} \text{ W}} = 0.0167 , \quad (4.2)$$

$$\text{Calcul : } |F_T(0)|^2 = 0.1035 . \quad (4.3)$$

On retrouve là aussi un rapport 6.2 entre les valeurs théorique et expérimentale. On verra par la suite qu'en mesurant la pente normalisée  $K_\varepsilon$  on obtient également un ordre de grandeur similaire entre expérience et théorie, ce qui nous confortera dans l'idée qu'il existe des pertes hors de la cavité. Celles-ci sont principalement dues aux deux prélèvements de 50 % de la puissance des faisceaux incidents initialement prévus pour corriger la RAM. En tenant compte de l'injection puis de l'extraction de la lumière, on en déduit que l'intensité extraite de la cavité est divisée par 4 dans les deux sens avec ces prélèvements par rapport à la puissance incidente.

### 4.3.2 Étude de la rétrodiffusion de la cavité

Suite à l'expérience de la partie précédente, on s'intéresse maintenant au signal rouge de la Figure 4.8(a) montrant la puissance rétrodiffusée par la cavité captée par la photodiode PD<sub>2</sub> à l'aide d'un circulateur. La courbe rouge présente un pic qui correspond à la résonance de la cavité avec un signal de fond, une sorte de plancher, d'environ 200 nW, assez important en proportion du pic et surtout instable. On attribue l'existence de ce plancher instable à la superposition du faisceau rétrodiffusé par la cavité et d'une petite partie du faisceau d'entrée du circulateur sur la photodiode PD<sub>2</sub>. On présente le modèle simple qui explique le phénomène en Annexe C.

On réalise la même expérience que celle de la Figure 4.7, toujours sans la modulation de fréquence, mais en variant la puissance incidente  $P_0$  dans la cavité avec l'atténuateur optique variable. On mesure la puissance maximale rétrodiffusée à résonance par la cavité sur PD<sub>2</sub>. On la nomme  $P_{RD}$  et la représente en fonction de la puissance incidente  $P_0$  sur la Figure 4.8(b). On trace une courbe d'ajustement en noir avec une régression linéaire qui suit l'équation suivante :

$$P_{RD} \text{ (nW)} = 140.15 \times P_0 \text{ (mW)} + 2.2028 . \quad (4.4)$$

Au Chapitre 2, nous avons évoqué l'amplitude de rétrodiffusion  $\rho = \sqrt{\alpha_{RD}L}$  où  $\alpha_{RD}$  est le coefficient de rétrodiffusion de la fibre en intensité et  $L = 15.2$  m est la longueur la fibre. On peut retrouver  $\alpha_{RD}$  de manière expérimentale à partir de notre régression linéaire. On tient compte du fait que notre circulateur possède des pertes d'insertion de l'ordre de  $\gamma_{circ} = 20$  %. Si on suppose que seule la fibre standard à maintien de polarisation rétrodiffuse au sein la cavité, la puissance rétrodiffusée à résonance pour notre expérience a pour expression [6] :

$$P_{RD} = (1 - \gamma_{circ}) \frac{\alpha_{RD}L(1 - r_1^2)^2(1 - \gamma_1)^2}{(1 - r_1g)^4} P_0 . \quad (4.5)$$

Si on néglige la valeur de l'ordonnée à l'origine de la courbe d'ajustement qui est due à l'imprécision de nos mesures, car sans puissance incidente il n'y a pas de puissance rétrodiffusée. On connaît le rapport  $P_{\text{RD}}/P_0$  avec la pente de l'équation (4.4). En réarrangeant l'expression (4.5), on peut donc retrouver le coefficient de rétrodiffusion  $\alpha_{\text{RD}}$  dans notre expérience :

$$\alpha_{\text{RD}} = \frac{(1 - r_1 g)^4}{(1 - \gamma_{\text{circ}})L(1 - r_1^2)^2(1 - \gamma_1)^2} \frac{P_{\text{RD}}}{P_0}. \quad (4.6)$$

En négligeant les pertes du prisme  $\gamma_1 = 0$ , l'application numérique nous donne  $\alpha_{\text{RD}} = 1.25 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$ , valeur 2 à 4 fois plus élevée que les données rapportées dans la littérature (entre  $3$  et  $6 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1}$  pour une fibre monomode [132, 82]). Il paraît raisonnable d'émettre l'hypothèse qu'en plus des rétrodiffusions intracavité dans la fibre, des rétrodiffusions parasites surgissent via les prismes, les lames  $\lambda/2$  ou les lentilles d'injection, mais aussi hors de la cavité comme on le montre dans l'Annexe C.

### 4.3.3 Étude de la pente du signal d'erreur en fréquence

On cherche désormais à valider notre modèle théorique présentés dans les chapitres précédents. Pour cela, on répète l'expérience de la Figure 4.7 en activant cette fois-ci la modulation de fréquence créée par le modulateur de phase PM. On mesure d'abord la pente du signal d'erreur en transmission de notre cavité en fibre standard en réglant la puissance incidente à  $P_0 = 5 \text{ mW}$  avec l'atténuateur optique variable en sortie du PM. On démodule le signal de la photodiode  $\text{PD}_1$  en choisissant la phase de démodulation telle que  $\varphi_d = \varphi_{\text{max}}$  afin d'optimiser la pente en fréquence. Le signal démodulé est filtré avec un filtre passe-bas d'ordre 1 ayant une bande passante de  $1 \text{ kHz}$ . On varie la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  de  $10 \text{ kHz}$  à  $150 \text{ kHz}$  et on relève la pente du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  en transmission issue de la photodiode  $\text{PD}_1$ . Les résultats sont reproduits sur la Figure 4.9(a) qui compare les mesures avec la modélisation de l'équation (2.45) de la pente du signal d'erreur  $K_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  du Chapitre 2. Les mesures et calculs sont normalisés et tracés en fonction de  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  où  $\Gamma$  est la largeur de raie de la cavité. On a choisi  $V_{\text{RF}} = 1 \text{ V}$  sachant que  $V_\pi = 3.375 \text{ V}$  pour avoir une amplitude de modulation  $\beta$  proche de 1. Le bon accord entre les mesures et la modélisation valide le modèle introduit dans les chapitres précédents.

On fixe désormais  $f_{\text{mod}} = 70 \text{ kHz}$  et on mesure l'évolution de la pente du signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  en transmission de la cavité à fibre standard en variant la puissance incidente  $P_0$  dans la cavité avec l'atténuateur optique variable. Les résultats sont reproduits sur la Figure 4.9(b). En pratique, on mesure sur l'oscilloscope une variation du signal d'erreur  $\Delta V_\varepsilon$  dans la zone linéaire autour de la résonance sur un intervalle de fréquence  $\Delta\nu$ . On effectue une régression linéaire de l'expression (2.46) du signal d'erreur linéarisé qui nous permet d'obtenir un ajustement tracé en noir suivant l'équation :

$$\frac{\Delta V_\varepsilon}{\Delta\nu} = G_1 P_0 K_\varepsilon = 0.00043023 \times P_0 \quad (4.7)$$

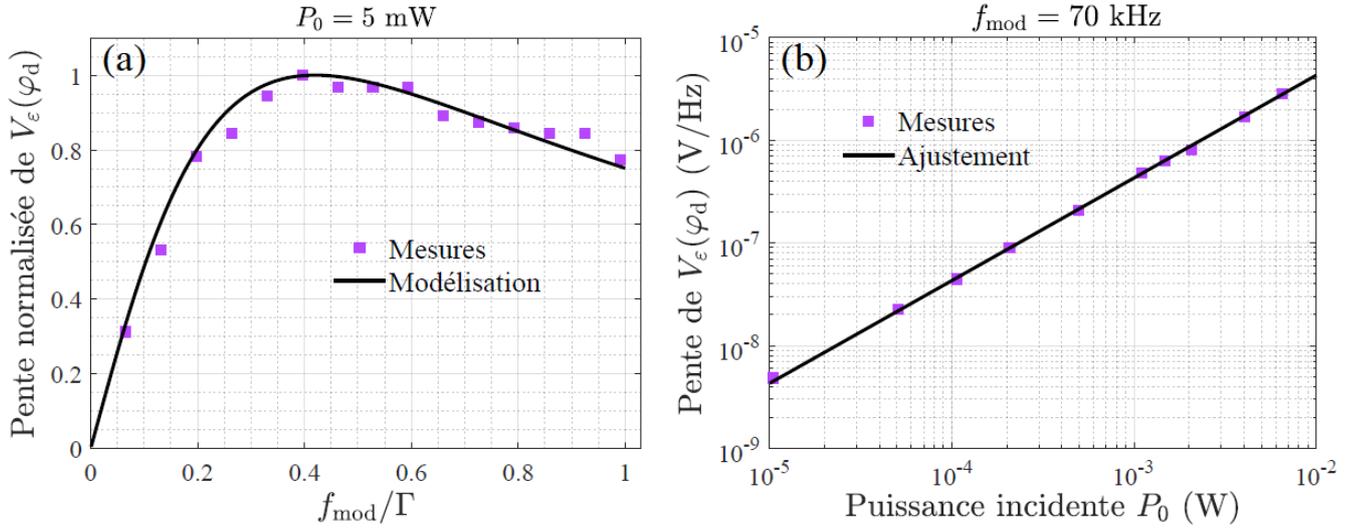


Figure 4.9 – Mesures et modélisations de la pente du signal d’erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  en transmission de la cavité à fibre standard avec  $\varphi_d = \varphi_{\text{max}}$  et  $V_{\text{RF}} = 1$  V (a) en fonction de  $f_{\text{mod}}/\Gamma$  pour  $P_0 = 5$  mW (pente normalisée) et (b) en fonction de la puissance incidente  $P_0$  pour  $f_{\text{mod}} = 70$  kHz.

En connaissant le gain optoélectronique  $G_1 = 4940$  V/W pour cette expérience, on peut revenir à la valeur expérimentale de la pente normalisée  $K_{\varepsilon,\text{exp}} = 8.71 \times 10^{-8}$  Hz $^{-1}$ . En utilisant les paramètres de la modulation et de la cavité, avec l’équation (2.45) on retrouve une valeur théorique de  $K_{\varepsilon,\text{th}} = 4.78 \times 10^{-7}$  Hz $^{-1}$ . La mesure de la pente normalisée  $K_\varepsilon$  ne correspond pas tout à fait à la valeur attendue, on a un facteur 5.5 entre les deux. Ce même rapport entre théorie et pratique était déjà observé dans la sous-section 4.3.1. Comme mentionné, on suspecte la présence de pertes hors cavité pour expliquer cet écart :

- La mesure de puissance incidente  $P_0$  est effectuée avec un puissance-mètre à la sortie du circulateur. La mesure de  $P_0$  est donc sur-évaluée par rapport à sa valeur réelle à l’entrée de la cavité car elle est faite avant les pertes hors cavité induites par :
  - les deux prélèvements de 50 % de la puissance des faisceaux incidents dans les deux sens de propagation (non indiqués sur la Figure 4.5).
  - les pertes de couplage lors de l’injection avec les premiers collimateurs hors cavité.
  - les pertes par atténuation et par rétrodiffusion dans la fibre optique de 5 m de long qui sépare le circulateur du boîtier.
- La mesure de puissance transmise par la cavité  $P_T$  est effectuée avec la photodiode PD $_1$  à la sortie de la cavité. La mesure de  $P_T$  est elle sous-évaluée par rapport à sa valeur réelle à l’entrée de la cavité car elle est faite après les pertes hors cavité induites par :
  - les pertes de couplage lors de l’extraction avec les premiers collimateurs hors cavité.
  - les pertes par atténuation et par rétrodiffusion dans les fibres optique de 5 m de long qui sépare le boîtier de la photodiode PD $_1$ .

Par conséquent, en sur-évaluant la puissance incidente  $P_0$  et en sous-évaluant la puissance transmise par la cavité  $P_T$ , on a logiquement obtenu une régression linéaire sous évaluée. Cela expliquerait pourquoi on obtient une telle différence (un facteur 5.5) entre les valeurs théorique et expérimentale de  $K_\varepsilon$ . Ces pertes hors cavité listées plus haut expliquent également l'écart entre théorie et expérience (un facteur 6.2) pour le calcul de la transmission à résonance de la cavité sur la Figure 4.8(a). L'ordre de grandeur de l'écart est le même pour les deux expériences, on peut conclure que l'origine de cette différence est la même. De plus, les calculs théoriques de  $|F_T(0)|^2$  et de  $K_\varepsilon$  sont susceptibles de beaucoup varier pour des changements minimes sur les valeurs de  $r_1 = r_2$ . Il est donc possible qu'une légère différence entre l'estimation et la valeur réelle des coefficients  $r_1 = r_2$  ait pu mener à des fortes disparités sur les valeurs calculées.

Il est intéressant de noter que même la valeur théorique de  $K_{\varepsilon,\text{th}} = 4.78 \times 10^{-7} \text{ Hz}^{-1}$  vaut la moitié de l'optimum à  $1 \times 10^{-6} \text{ Hz}^{-1}$  calculé en transmission sur la Figure 2.11 au Chapitre 2. Cela s'explique par le fait que la cavité en fibre standard a des coefficients  $r_1 = r_2 = 0.9943$  très différents des optimums en réflexion et en transmission qui valent respectivement 0.989 et 0.977 pour  $T = 0.954$  et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6 \text{ MHz}$ . On en déduit que les coefficients de transmission des prismes n'ont pas été correctement optimisés. Cela peut être la conséquence d'une erreur dans l'estimation initiale des pertes intracavité. La première mesure de cette transmission  $T = 0.954$  avait été faite après l'alignement et le collage des prismes. En connaissant mieux les pertes intracavité initialement, on peut obtenir une meilleure estimation des valeurs de  $r_1 = r_2$  qui optimiserait le signal d'erreur en fréquence.

#### 4.3.4 Conclusion sur la cavité en fibre standard

Pour conclure cette section sur l'étude de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation, les expériences menées ont permis de déduire ses caractéristiques suivantes :  $r_1 = r_2 = 0.9943$ ,  $T = 0.954$  et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.6 \text{ MHz}$ . Cette cavité a un contraste d'environ 50 % comme on peut le voir sur la Figure 4.27 plus bas. On mesure un coefficient de rétrodiffusion  $\alpha_{\text{RD}} = 1.25 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1}$  plus élevé que pour une fibre monomode, on suppose qu'il existe d'autres sources de rétrodiffusion comme par exemple sur les prismes ou dans les fibres hors cavité (voir Annexe C). On mesure une pente normalisée  $K_{\varepsilon,\text{exp}} = 8.71 \times 10^{-8} \text{ Hz}^{-1}$  qui est 5.5 fois inférieure à la valeur théorique. On attribue cela à des pertes hors de la cavité notamment dues aux deux prélèvements de 50 % de l'intensité incidente avant d'entrer dans la cavité et à l'utilisation de longues fibres pour relier la cavité aux composants optiques. On s'est rendu compte que les coefficients des transmission des prismes étaient mal optimisés, il est possible que les pertes internes à la cavité étaient initialement sous-estimées. Pour optimiser le signal d'erreur, le Chapitre 2 a démontré qu'il faudrait plutôt choisir un taux de couplage  $r_1 = r_2 = 0.989$  en réflexion ou  $r_1 = r_2 = 0.977$  en transmission avec les paramètres de cette cavité. Enfin, on montre en Annexe G que la puissance transmise par la cavité est limitée par la diffusion Brillouin stimulée [216] pour des puissances incidentes mesurées au delà de 6.5 mW.

Au Chapitre 5, on utilise cette cavité pour mesurer l'effet Sagnac afin de retrouver la vitesse de rotation. On passe maintenant à l'étude de la cavité en fibre à cœur creux PBG. On compare ensuite certaines de ses caractéristiques avec celles de la cavité en fibre standard.

#### 4.4 Caractérisation de la cavité en fibre à cœur creux PBG

Afin de fabriquer une cavité avec une fibre enroulée sur un diamètre de 8 cm, on décide de se concentrer à nouveau sur l'utilisation d'une fibre à cœur creux de type bande interdite photonique (PBG). Les précédentes fibres à cœur creux PBG fabriquées par GLOphotonics et XLIM souffraient d'une diminution de la transmission dans le temps non réversible à température ambiante. L'origine de cette dégradation n'était pas liée à des poussières bouchant le cœur mais semblerait être liée à une réaction chimique avec l'humidité de l'air. Cette fois-ci on utilise une fibre PBG avec un nouveau type de verre censé régler ce problème. On montre une image de la section de cette fibre sur la Figure 4.10. Le cœur creux fait environ 15  $\mu\text{m}$  de diamètre. La solution est finalement partielle car, comme on le verra, on observe toujours une diminution, cette fois partiellement réversible, de la transmission (jusqu'à un certain temps) avec ce nouveau type de verre.

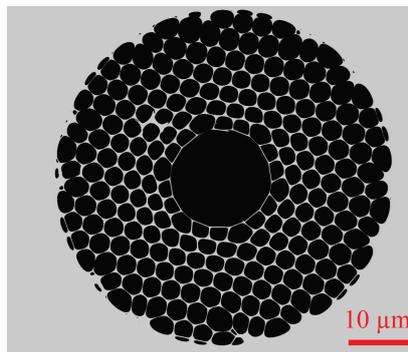


Figure 4.10 – Observation au microscope du cœur creux de la fibre PBG fournie par XLIM.

En octobre 2020, la collaboration avec Kylia permet de mettre en boîtier un premier prototype de cavité avec cette nouvelle fibre PBG de 7 m de long avec un alignement presque identique à celui de la Figure 4.5 (le prisme  $P_1$  est orienté dans le sens opposé). On choisit de caractériser ce premier prototype dans une étuve maintenue à 40 °C. Les coefficients de transmission des prismes valent  $t_{P_1} = t_{P_2} = 0.975$ . On observe plusieurs problèmes liés à la fibre et à l'alignement de la cavité. On montre en Annexe H les mesures qui ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- La transmission de la fibre (incluant les pertes d'injection) est mesurée initialement à 80 % par GLOphotonics puis Kylia avant la fermeture du boîtier. Une fois la cavité alignée et livrée à Thales, la technique d'ajustement présentée dans la partie 4.3.1 nous

indique une transmission intracavité  $T = 0.514$  et une finesse de 9 qui correspond aux observations. Cela signifie que la transmission de la fibre s'est dégradée dans le temps. Avec un autre tronçon de fibre, nous avons vérifié qu'en effet la transmission de la fibre diminue de 75 % à 55 % en une semaine et à 40 % en deux semaines après un clivage.

- Les deux sens d'injection de la cavité sont presque équivalents en transmission, ce qui n'est pas le cas en réflexion pour laquelle on observe une forte différence entre les deux sens. Ce comportement est probablement dû à un problème d'alignement de la cavité ou de couplage dans les collimateurs vers 'OUT CW' et 'OUT CCW'.
- On observe une intensité transmise et réfléchie qui dépend de la longueur d'onde. En passant d'une longueur d'onde de 1550 nm à 1560 nm, l'intensité transmise est déformée par l'apparition d'un second pic probablement dû à une autre polarisation qui résonne dans la cavité. On pensait initialement que les prismes pouvaient induire une légère dispersion chromatique.

Suite à ces observations sur le premier prototype, nous avons décidé d'aligner un second prototype avec une fibre PBG de 22 m issue du même tirage que celle du premier prototype. Cette fois-ci, nous participons à l'alignement auprès de nos collaborateurs de Kyliya dans leur locaux à Paris en avril 2021. C'est ce second prototype qui fait l'objet de cette section. On va voir qu'en plus d'avoir des pertes de transmission réversibles, on observe une sensibilité à la longueur d'onde au picomètre près qui n'avait jusque là pas encore été observée.

#### 4.4.1 Optimisation des coefficients de transmission des prismes

Pour optimiser au mieux la pente du signal d'erreur en transmission ou en réflexion, il est impératif d'estimer les pertes de la cavité résonnante avec précision. Ces dernières sont causées par l'atténuation de la fibre qui vaut 8 dB/km et par les pertes d'injections dans la fibre à cœur creux comprises entre 0.58 et 0.65 dB d'après les mesures faites par Kyliya. On considère une fibre d'une longueur de 22 m, ce qui donne : des pertes linéiques de la fibre de 0.16 dB soit 3.7 % et des pertes d'injection dans la fibre creuse comprise entre 12.5 % et 13.9 %. On aurait donc un coefficient de transmission compris entre 82 % et 84 %, ce qui a été vérifié expérimentalement par GLOphotonics puis Kyliya.

En connaissant les pertes intracavité, nous souhaitons optimiser la valeur du taux de couplage  $r_1 = r_2$  qui maximise la pente du signal d'erreur en fréquence. On effectue les mêmes opérations que celles présentées au Chapitre 2. De cette façon, on pourrait déduire l'angle d'inclinaison du prisme pour obtenir ces taux de couplage et l'usiner en conséquence. Pour les calculs, on part du principe qu'on a une transmission intracavité  $T = 0.82$  qui correspond à la mesure faite par GLOphotonics puis Kyliya. On connaît aussi l'intervalle spectral libre  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.8$  MHz. On néglige dans un premier temps les pertes des prismes  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ . La

fréquence de modulation qui maximise la pente normalisée  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  vaut  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.42$  en transmission et est relativement indépendante de la fréquence modulation dès  $f_{\text{mod}}/\Gamma > 1$  en réflexion, on choisit  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 5$ . Ensuite, on calcule  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  en fonction de  $r_1 = r_2$  sur la Figure 4.11. On trouve un optimum de  $r_1 = 0.908$  en transmission et  $r_1 = 0.954$  en réflexion.

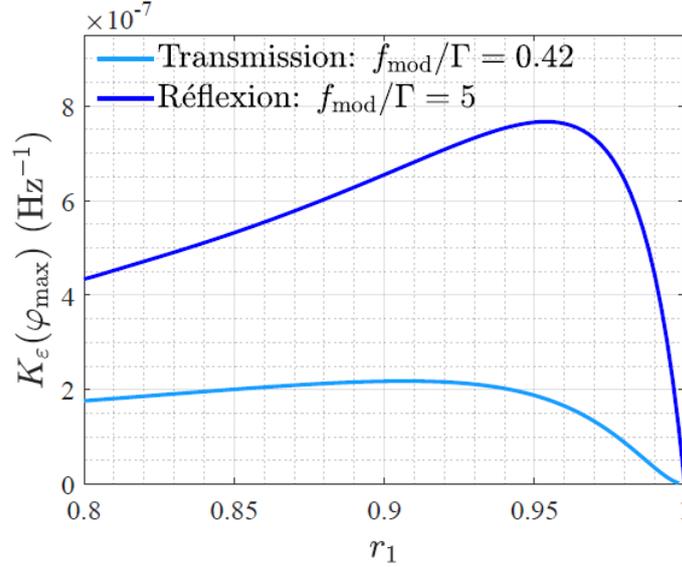


Figure 4.11 – Évolution des pentes normalisées  $K_\varepsilon(\varphi_{\max})$  du signal d'erreur en fonction du taux de couplage  $r_1 = r_2$ . On a des fréquences de modulations normalisées optimales  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 0.42$  pour une cavité observée en transmission (bleu clair) et  $f_{\text{mod}}/\Gamma = 5$  en réflexion (bleu foncé). Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $T = 0.82$ ,  $\beta = 1$  rad,  $k \leq 5$ , et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.8$  MHz.

#### 4.4.2 Mise en place de l'alignement de la cavité

Lors du montage de la cavité, les prismes disponibles ont des coefficients de transmission  $t_{P_1} = t_{P_2} = 0.975$ . Cela reste assez éloigné de la valeur optimale mais les délais d'approvisionnement de nouveaux prismes sont trop longs et nous décidons d'aligner la cavité avec ce jeu de prisme et éventuellement de considérer l'assemblage d'une troisième cavité. L'alignement choisi est celui illustré sur les Figures 4.5 et 4.6. La fibre à cœur creux PBG de 22 m est issue du même tirage sur celle du premier prototype et est bobinée en double hélice sur un diamètre de 8 cm à l'aide de mandrins de 25 mm de longueur. Le prisme  $P_1$  est retourné par rapport à l'ancienne cavité, on a ainsi une configuration dite en 'tête bêche', où les prismes sont orientés dans des sens opposés. Cette configuration des prismes est censée réduire l'effet de dispersion chromatique et permet de mieux optimiser le couplage dans 'OUT CW'. On mesure la transmission et la réflexion des prismes pour en déduire leurs taux de couplage et leurs pertes :  $t_{P_1} = r_1 = 0.97592$ ,  $\gamma_1 = 0.015$ ,  $t_{P_2} = r_2 = 0.97675$  et  $\gamma_2 = 0.015$ . Comme on a  $r_1 > g$ , cette cavité est aussi en couplage sous-critique.

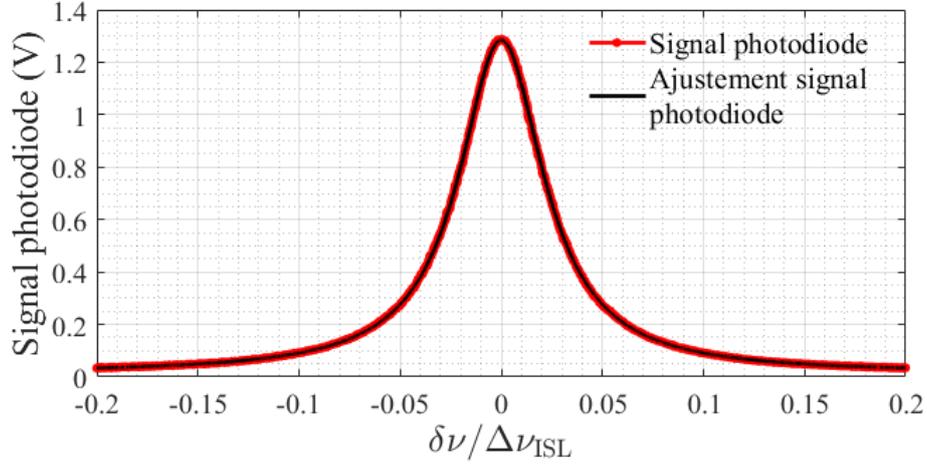


Figure 4.12 – Mesure (en rouge) et ajustement (en noir) du signal de la photodiode qui observe la transmission de la cavité en fibre à cœur creux PBG en espace libre en fonction  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  après optimisation de l’alignement.

On utilise un laser réglé à la longueur d’onde  $\lambda = 1550.047$  nm qu’on injecte dans la fibre PBG via les prismes. Après optimisation de l’alignement, des injections et des inclinaisons des polariseurs et lames  $\lambda/2$ , les composants micro-optiques sont collés. Avant la fermeture du boîtier, on mesure le signal transmis par la cavité dans le sens CCW en espace libre avec une photodiode en sortie du prisme. On obtient le graphe de la Figure 4.12 qui trace le signal de la photodiode en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  en rouge. On effectue un ajustement de courbe tout comme dans la partie 4.3.1 pour obtenir la courbe en noir qui coïncide parfaitement avec la mesure. En rentrant les taux de couplage et pertes de prismes mesurés au préalable, on trouve une transmission intracavité  $T = 0.823$  et une finesse  $\mathcal{F} = 19.7$  qui correspondent bien aux attentes compte tenu de l’atténuation dans la fibre et les pertes d’injection. On en déduit que la cavité est alors parfaitement alignée. On a en effet atteint les performances théoriques en termes de transmission intracavité. Pour avoir assisté aux manipulations, il faut dire que le travail d’alignement réalisé par les techniciens de chez Kylaia est remarquablement minutieux et précis.

Maintenant que nous savons que la cavité est parfaitement alignée, on peut comparer le rapport expérimental entre la puissance transmise à résonance  $P_{\text{T}}(0)$  et la puissance incidente  $P_0$  et le comparer à sa valeur théorique  $F_{\text{T}}(0)$ . On obtient  $P_{\text{T}}(0) = 0.445$  mW en convertissant la tension à résonance sur le signal rouge de la Figure 4.12 avec le gain de la photodiode. On mesure également  $P_0 = 9.14$  mW avec un puissance-mètre.

$$\text{Mesure : } \frac{P_{\text{T}}(0)}{P_0} = \frac{0.445 \times 10^{-3} \text{ W}}{9.14 \times 10^{-3} \text{ W}} = 0.0487 , \quad (4.8)$$

$$\text{Calcul : } |F_{\text{T}}(0)|^2 = 0.0794 . \quad (4.9)$$

La valeur expérimentale vaut 61 % de la valeur théorique, ce qui signifie qu'on a 39 % de pertes hors de la cavité pour notre expérience. Nous ne pouvons plus incriminer les pertes de couplage dans les fibres PMF de sortie car la mesure est effectuée en espace libre. Les pertes des miroirs en or totalement réfléchissants ou encore les pertes dues aux polariseurs en sortie du prisme ne pourraient pas expliquer à elles seules les 39% d'écart avec la théorie, d'autant plus qu'on aurait un désaccord sur la mesure de finesse. Une possibilité serait que le mode intracavité ait un profil différent de celui d'une fibre monomode standard utilisée pour injecter le faisceau extérieur (ce qui est possible compte tenu des modes propres de la fibre creuse). Dans ce cas, les 39 % pourraient correspondre à la partie du mode du faisceau sonde qui n'est pas correctement projetée sur le mode intracavité et qui ne résonne pas, étant filtrée par la diffraction. Pour l'instant, nous n'avons pas d'explication vraiment convaincante et validée sur l'origine de cette différence.

Après plusieurs jours, on constate une dégradation de l'amplitude de la puissance transmise à résonance. On décide à ce stade de fermer le boîtier hermétiquement puis de faire un recuit de la cavité pour évacuer l'humidité dans la fibre à cœur creux. Ainsi, on espère éviter les réactions chimiques avec l'humidité de l'air qui causeraient la dégradation de la transmission de la fibre. On place la cavité dans une étuve à 80 °C pendant 10 heures, ensuite on redescend la température à 40 °C pendant 50 heures.

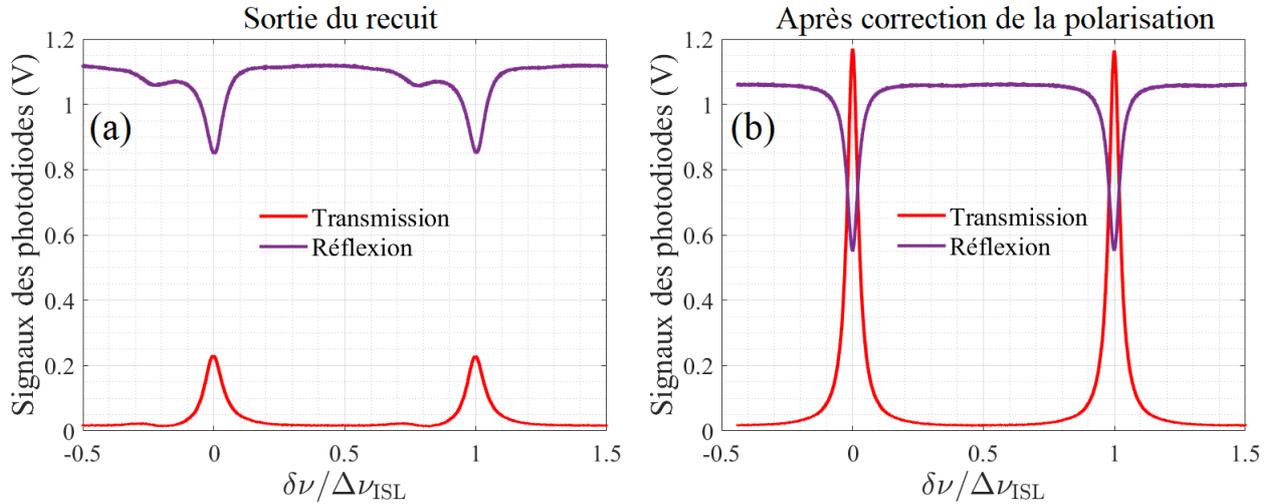


Figure 4.13 – Signaux des photodiodes observant la transmission (en rouge) et la réflexion (en violet) de la cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  à la sortie du recuit (a) sans modification du montage et (b) après correction de la polarisation d'entrée dans la fibre avec lame  $\lambda/2$ . Le laser est réglé à la longueur d'onde  $\lambda = 1550.047$  nm et les gains des photodiodes sont différents pour la transmission et la réflexion.

Au sortir du recuit, on observe les intensités transmise et réfléchiée par la cavité reproduites sur la Figure 4.13(a). Les deux photodiodes ont des gains différents. On constate une diminution de la hauteur des pics ainsi que l'apparition d'un second pic dû à la polarisation transverse

qui résonne dans la cavité. Pour vérifier qu’il s’agit d’un problème de polarisation, on ouvre le boîtier et place une lame  $\lambda/2$  inclinée (sans la coller) dans le montage juste avant le collimateur de ‘bob CW’. On arrive à corriger la polarisation d’entrée dans la fibre et on retrouve ainsi les pics d’intensité d’avant recuit, comme indiqué sur la Figure 4.13(b). Un ajustement sur l’intensité transmise nous donne une transmission intracavité  $T = 0.817$  avec une finesse de  $\mathcal{F} = 19.3$ , quasiment identiques aux valeurs initiales avant dégradation et étuvage. Ce phénomène de doubles pics, et de résonance dégradée, disparaît plusieurs heures après avoir retiré la cavité de l’étuve. On retrouve alors l’état de maintien de la polarisation d’avant recuit. On tente d’expliquer ces comportements :

- L’augmentation de la température provoquerait la dilatation de la colle en epoxy qui maintient la fibre dans le fêrle en silice (un cylindre creusé) dans le collimateur. Cela pourrait provoquer une augmentation des pertes d’injection dans la fibre à cœur creux et un mauvais couplage dans la fibre.
- L’étuvage produirait des variations dans les propriétés de la fibre à cœur creux. La structure alvéolaire du cœur de la fibre, avec des membranes très fines, pourrait subir des déformations. Celles-ci pourraient ensuite engendrer une légère rotation de l’axe principal de maintien de la polarisation, ou dégrader la qualité du maintien. Cela expliquerait la présence du pic parasite liée à la polarisation transverse et sa disparition après correction de la polarisation incidente dans la fibre. Cet effet serait alors réversible par relaxation mécanique une fois revenu à la température ambiante à laquelle l’alignement était effectuée.

Après un dernier recuit, la cavité est définitivement scellée puis ensuite livrée à Thales en mai 2021. Les prochaines parties sont consacrées à la caractérisation de ce second prototype.

#### 4.4.3 Modélisation des caractéristiques de la cavité en fonction de la transmission intracavité $T$

Une fois la cavité scellée, on cherche à connaître l’évolution de la transmission à résonance  $|F_T(0)|^2$  et de la finesse  $\mathcal{F}$  de cette cavité en fonction de la transmission intracavité  $T$ . Pour cela, on utilise le modèle introduit au Chapitre 2. On trace  $|F_T(0)|^2$  et  $\mathcal{F}$  respectivement avec les équations (2.25) en vert et (2.31) en rouge en fonction de  $T$  sur la Figure 4.14. On utilise les paramètres mesurés précédemment pour effectuer les calculs :  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.8$  MHz,  $r_1 = 0.97592$ ,  $\gamma_1 = 0.015$ ,  $r_2 = 0.97675$  et  $\gamma_2 = 0.015$ . On effectue l’approximation où la transmission intracavité  $T = T_1$  vaut la transmission de la fibre optique incluant les pertes d’injection.

Logiquement, on voit que  $|F_T(0)|^2$  et  $\mathcal{F}$  diminuent lorsque  $T$  diminue, c’est à dire lorsque les pertes intracavité augmentent. De cette manière, on est capable de caractériser la dégradation de transmission de la fibre à l’intérieur de la cavité sans ouvrir le boîtier. Cette technique reste

moins précise que la mesure de puissance transmise faite directement en espace libre dans la cavité. La prochaine partie montre justement la dégradation de la finesse dans le temps due de la contamination de la fibre.

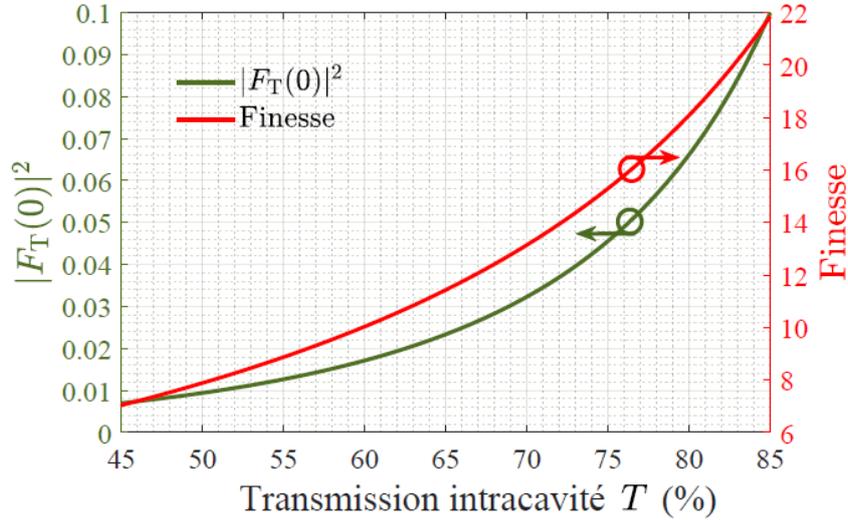


Figure 4.14 – Évolution de la transmission à résonance  $|F_T(0)|^2$  et de la finesse  $\mathcal{F}$  de la cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction de la transmission intracavité  $T$ . Les paramètres fixés sont :  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.8$  MHz,  $r_1 = 0.97592$ ,  $\gamma_1 = 0.015$ ,  $r_2 = 0.97675$  et  $\gamma_2 = 0.015$ .

#### 4.4.4 Contamination de la fibre à cœur creux PBG

On souhaite désormais étudier l'évolution temporelle de la finesse de la cavité en fibre à cœur creux PBG. Il s'agit de vérifier si l'utilisation du nouveau type de verre résout le problème de la contamination de la fibre dans le temps. La Figure 4.15 montre l'évolution de la mesure de finesse de la cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction de nombre de jours après un recuit à 80 °C. On a pris soin de choisir la même longueur d'onde du laser pour toutes les mesures. Pendant toute la durée de la mesure, la cavité est placée dans une étuve dans laquelle la température est maintenue constante à 40 °C.

On remarque qu'on obtient une finesse maximale aux alentours de 18 après plusieurs recuits et la fermeture définitive du boîtier, contre environ 20 pendant l'alignement. La finesse de la cavité diminue dans le temps pour atteindre une valeur de 12 au bout de 6 jours. Cela est caractéristique d'une réduction de la transmission de la fibre avec le temps. Avec la Figure 4.14, on peut évaluer l'évolution de la transmission intracavité  $T$  avec le changement de la finesse de la cavité. On en déduit que le passage d'une finesse de 20 à 12 signifie un changement de la transmission intracavité  $T$  qui passe de 82 % à 67 %. On aurait donc toujours une contamination de la fibre dans le temps.

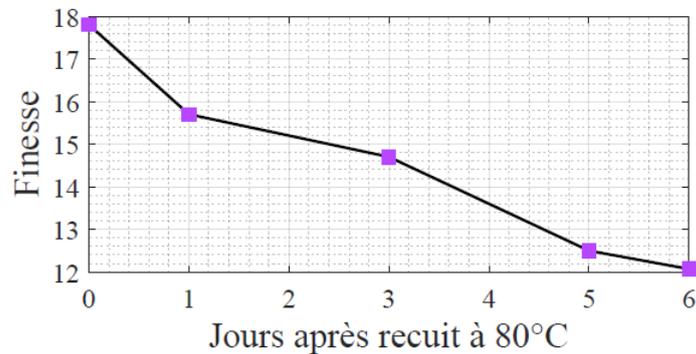


Figure 4.15 – Mesure de l'évolution de la finesse du second prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction de nombre de jours après un recuit à 80 °C. La température de l'étuve dans laquelle se situe la cavité est maintenue à 40 °C et la longueur d'onde du laser est la même pour toutes les mesures.

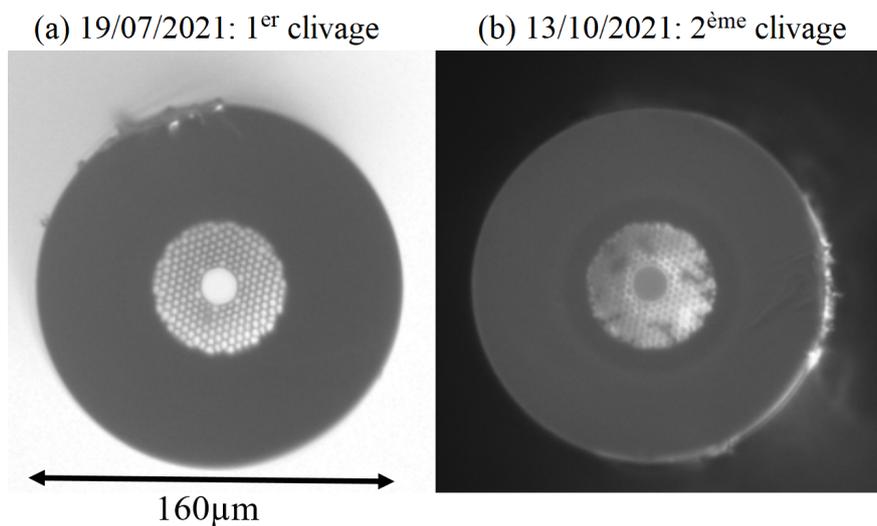


Figure 4.16 – Observation au microscope de l'extrémité d'un tronçon de fibre à cœur creux PBG (a) après un premier clivage et (b) après un second clivage effectué trois mois plus tard.

La Figure 4.16(a) montre une image de l'extrémité d'un tronçon de fibre à cœur creux PBG observée au microscope le jour du premier clivage de la fibre. On constate que le cœur et la gaine apparaissent bien nets. La Figure 4.16(b) montre une image de la même extrémité de cette fibre après un nouveau clivage effectué 3 mois plus tard. On observe que la structure est beaucoup moins nette. Cette modification de la structure peut perturber le guidage du mode dans le cœur de la fibre. Cette image illustre donc une dégradation qui est située à plusieurs centimètres à l'intérieur de la fibre et on peut penser que cette dégradation est encore plus importante au bout de la fibre. Il a fallu retirer une quinzaine de centimètres de fibre pour se débarrasser totalement de ces dégradations et retrouver une structure propre.

Ces deux expériences ont démontré que l'utilisation d'un nouveau type de verre pour la fabrication des fibres à cœur creux PBG ne constitue finalement qu'une solution partielle pour s'affranchir de la dégradation de la fibre dans le temps. Ce phénomène est en partie réversible avec un recuit à 80 °C mais l'efficacité de ce recuit diminue progressivement, la finesse obtenue après chaque recuit baissant irrémédiablement. Après plusieurs dizaines de recuits, nous n'avons plus détecté de signal transmis par ce second prototype. Cette dégradation reste la principale limitation pour la fabrication d'un gyromètre optique résonant basé sur une fibre à cœur creux PBG. En plus de cela, nous allons maintenant voir que cette fibre possède également un comportement qui varie grandement en fonction longueur d'onde.

#### 4.4.5 Études des pertes intracavité en fonction de la longueur d'onde

Dans cette partie il s'agit d'étudier le comportement des pertes de ce second prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction de la longueur d'onde. Cette cavité est toujours maintenue en température dans une étuve à 40 °C et cette étude a été effectuée avant que la dégradation de la fibre ne soit trop prononcée. On souhaite vérifier si on a une amélioration du comportement en fonction de la longueur d'onde par rapport au premier prototype. On présente d'abord des mesures de transmission de la cavité en fonction de la longueur d'onde. On analysera ensuite les mesures à l'aide du modèle présenté sur la Figure 4.14. Cette étude a fait l'objet d'un article de conférence [203] qui nous sert de fil rouge pour ces prochains paragraphes.

#### Mesures des pertes intracavité

On effectue une expérience similaire à celle de la Figure 4.7 mais avec la cavité en fibre à cœur creux PBG. On sonde la transmission de cette dernière dans le sens CW et le laser est initialement réglé à la longueur d'onde  $\lambda = 1550.078$  nm. Pour l'instant, la modulation de fréquence créée par le PM n'est pas activée. On applique une modulation triangulaire de tension à 10 Hz sur l'entrée de modulation du laser pour balayer sa fréquence. La transmission de la cavité est observée sur la photodiode PD<sub>1</sub>. L'évolution temporelle du signal de cette dernière est reproduite sur les Figures 4.17(a) et 4.17(b) pour un balayage de la fréquence du laser d'environ trois ISL. Comme on peut le voir sur le zoom de la Figure 4.17(b), le maximum d'intensité transmise par la cavité n'est pas exactement le même pour les trois résonances observées, tandis que la puissance optique incidente dans la cavité reste la même. Cela met en évidence la présence de pertes intracavité qui dépendent de petites variations de la fréquence du laser. Ces mesures sont effectuées trois jours après un recuit de la cavité. On répète la technique d'ajustement de courbe présentée dans la partie 4.3.1 et on obtient une transmission intracavité  $T = 0.72$  et une finesse de 14. On présente en Annexe I un calcul qui retrouve les mêmes transmissions et signaux d'erreur que ceux des Figures 4.17(a) et 4.17(b) et permet de vérifier que les variations observées sont dues à une variation de la transmission intracavité  $T$  avec la fréquence.

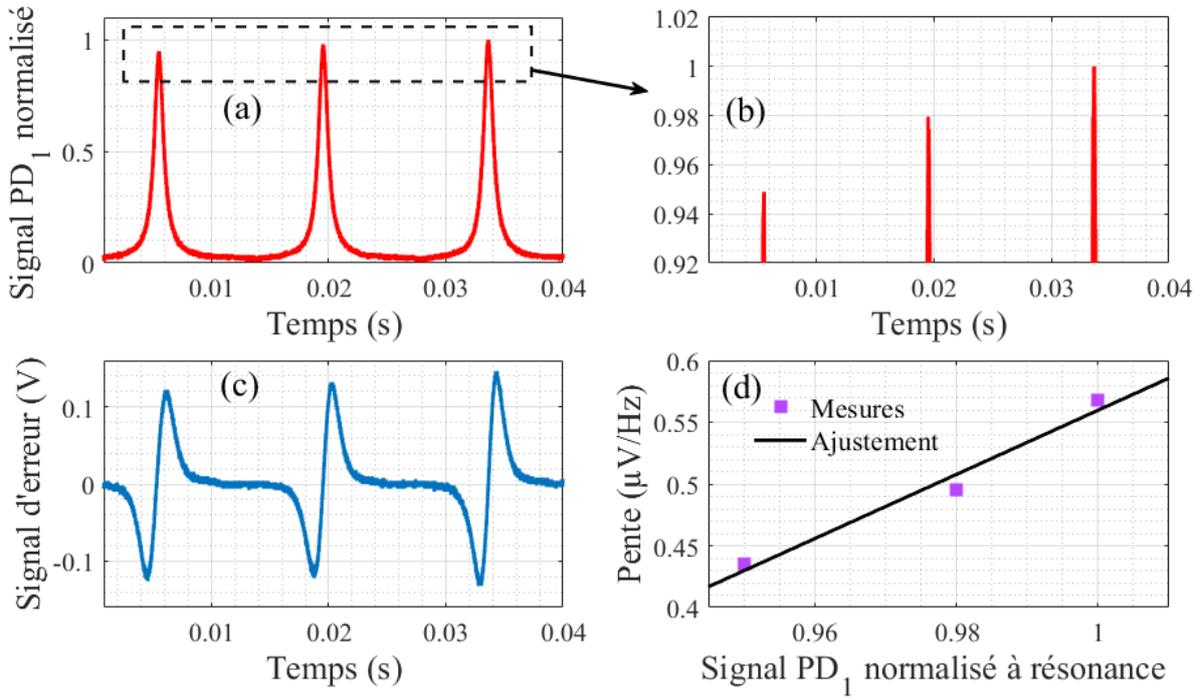


Figure 4.17 – Mesures temporelles (a,b) du signal de la photodiode PD<sub>1</sub> qui observe la transmission de la cavité et (c) de la pente du signal d’erreur issu de PD<sub>1</sub> lorsqu’on balaye la fréquence du laser autour 1550.078 nm avec une modulation à 10 Hz . (d) Mesure et ajustement linéaire de l’évolution de la pente du signal d’erreur issu de PD<sub>1</sub> en fonction du signal de PD<sub>1</sub> à résonance.

Par la suite, on active la modulation de phase de la lumière incidente. Le PM est alimenté par une tension d’amplitude  $V_{RF} = 1$  V et de fréquence  $f_{mod} = 500$  kHz. Le signal de la photodiode PD<sub>1</sub> est démodulé à cette même fréquence  $f_{mod}$  avec une phase de démodulation  $\varphi_d = \varphi_{max}$  pour générer le signal d’erreur de la Figure 4.17(c). On peut voir sur la Figure 4.17(d) qu’il existe une relation linéaire entre la pente de ce signal d’erreur autour de la résonance et l’intensité transmise à résonance. Cela confirme que la présence de pertes de puissance optique intracavité affecte directement le signal d’erreur et sa pente autour de la résonance.

La dépendance en fréquence de ces pertes est d’autant plus visible sur la Figure 4.18 qui montre l’évolution du maximum de signal de PD<sub>1</sub> à résonance (sommet du pic) lorsqu’on varie la longueur d’onde centrale du laser sur 0.1 nm. Ces variations irrégulières peuvent atteindre 70 à 75 % pour seulement 10 pm de variation de longueur d’onde autour de 1550.110 nm. Étant donné que la transmission intracavité maximale mesurée dans la partie 4.4.2 vaut  $T = 0.823$ , on lit sur la Figure 4.14 que la transmission à résonance de la cavité vaut théoriquement  $|F_T(0)|^2 = 0.08$ . Dans l’hypothèse où la fibre ne serait pas encore contaminée au moment de la mesure, on suppose que les valeurs maximales à 1550.110 nm et 1550.127 nm correspondent à ce maximum pour lequel on a théoriquement  $|F_T(0)|^2 = 0.08$ . Par conséquent, une diminution de 75 % du signal à résonance correspond à  $|F_T(0)|^2 = 0.02$ , cela signifie que la transmission

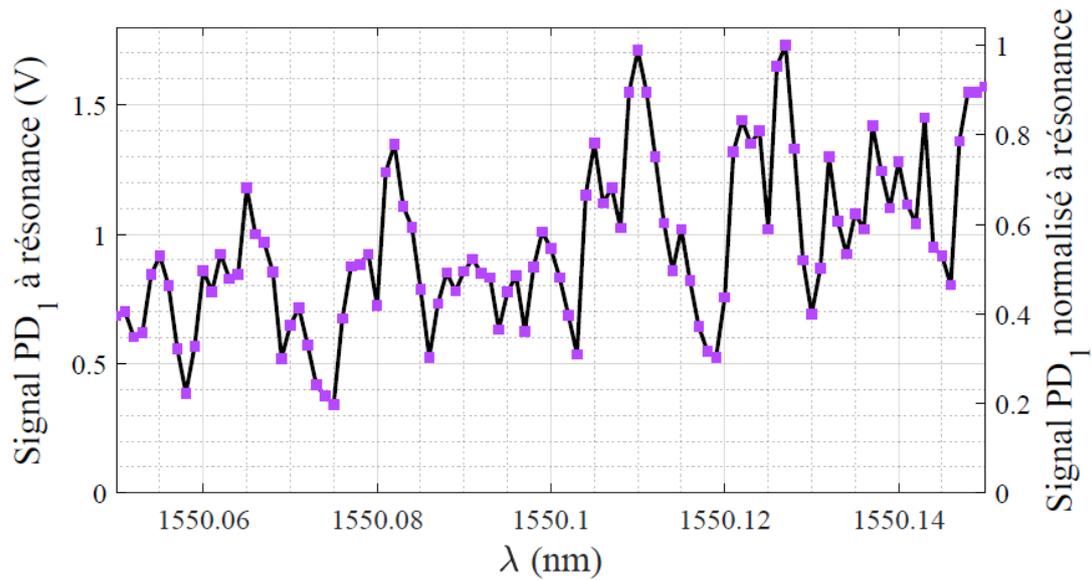


Figure 4.18 – Mesure de l'évolution du signal de la photodiode  $PD_1$  à résonance de la cavité en fonction de la longueur d'onde centrale du laser qui varie sur un intervalle de 0.1 nm. Les carrés représentent 100 mesures effectuées chacune à une longueur d'onde centrale du laser différente.

intracavité est abaissée à  $T = 0.62$  selon la Figure 4.14. On note que les variations de la Figure 4.18 peuvent légèrement varier de jour en jour. On peut penser que cela est dû à un changement minime de température au sein de l'étuve dans laquelle se trouve la cavité.

Ce phénomène pourrait être la conséquence de fluctuations de la direction de la polarisation qui est maintenue par la fibre et de la présence de modes de surface dans la fibre à cœur creux PBG [217]. Pour rappel, ces modes de surface sont localisés à l'interface en silice entre le cœur creux et la structure en nid d'abeille de la gaine, comme l'illustre la Figure 4.4(a). Ces modes de surface peuvent se coupler au mode de cœur de la fibre PBG quand les deux sont en phases. Dans notre cas, les modes de surfaces sont faiblement couplés et ne sont pas visibles avec un analyseur de spectre optique ordinaire. Ce type de pertes intracavité dépendant de la longueur d'onde dans des fibres à cœur creux a déjà été observé et peut être expliqué par le fait que le couplage avec les modes de surface s'intensifie à mesure que le diamètre d'enroulement diminue [218].

Suite à ces expériences, XLIM a voulu vérifier ce résultat en mesurant directement la transmission d'un tronçon de 20 m du même type de fibre à cœur creux PBG que celle utilisée dans la cavité. L'expérience réalisée est similaire à celle du schéma de la Figure 4.21 qu'on présentera plus tard. En balayant la fréquence du laser incident dans la fibre, XLIM observe la transmission de la fibre avec une photodiode située à sa sortie. Les résultats sont illustrés sur la Figure 4.19. On observe des variations de la transmission de la fibre en fonction de la longueur d'onde, ce qui semble confirmer la présence de modes de surface au sein de la fibre à cœur creux PBG.

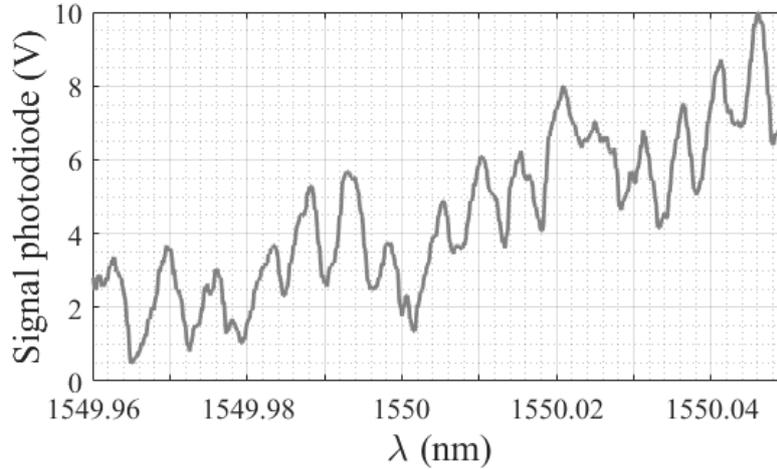


Figure 4.19 – Mesure effectuée par Benoit Debord de chez XLIM illustrant la transmission d’un autre tronçon de 20 m du même type de fibre à cœur creux PBG en fonction de la longueur d’onde du laser qui a été balayée sur 0.09 nm.

Dans ce paragraphe, nous essayons de voir s’il est possible de trouver d’autres origines à nos observations. Au vu des Figures 4.18 et 4.19, une mesure approximative semble indiquer que la période entre les maximums des pics successifs est d’environ  $\Delta\lambda = 0.002 - 0.004$  nm, soit une période équivalente en fréquence de :

$$\Delta\nu = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} = 250 - 500 \text{ MHz}. \quad (4.10)$$

Bien que l’indice de réfraction vaut  $n = 1$  au sein de la cavité puisque la lumière se propage dans le cœur creux rempli d’air, on pourrait être tenté d’expliquer cette dépendance en longueur d’onde par un effet de biréfringence. Avec notre cavité de longueur  $L = 22$  m et un signal avec une période de fréquence  $\Delta\nu = 250 - 500$  MHz, on aurait une variation d’indice  $\Delta n$  le long de la fibre valant :

$$\Delta n = \frac{c}{L\Delta\nu} = 0.013 - 0.027. \quad (4.11)$$

Cette variation d’indice optique paraît trop grande pour être réaliste, ce qui écarte l’hypothèse de la biréfringence dans la fibre à cœur creux. Admettons qu’il soit possible qu’un effet d’étalon existe et que des réflexions surgissent sur certains composants micro-optiques. On aurait la présence d’une cavité Fabry-Pérot dont l’ISL vaut  $\Delta\nu = c/2L_{\text{FP}}$ . Ici,  $L_{\text{FP}}$  est équivalent à la distance entre deux éléments réfléchissants et vaut :

$$L_{\text{FP}} = \frac{c}{2\Delta\nu} = 0.3 - 0.6 \text{ m}. \quad (4.12)$$

La Figure 4.5 montre un schéma à échelle réelle de l’alignement de la cavité. Imaginons qu’il peut tout de même exister une réflexion sur les lentilles d’injection des collimateurs près de ‘bob CW’ et bob ‘CCW’ (malgré le traitement anti-reflet) ou sur les lames  $\lambda/2$  (malgré le fait

qu'elles soient tiltées pour justement éviter cet effet). La distance qui sépare les deux lentilles ou les deux lames  $\lambda/2$  mesure environ 60 mm, ce qui reste trop faible pour correspondre avec  $L_{FP}$  et donc avec la périodicité du signal de la photodiode. L'hypothèse des modes de surface semble alors la plus plausible. On suppose que ces phénomènes n'ont pas été observés sur le premier prototype de cavité car la finesse était trop faible. La prochaine partie vise à analyser l'impact de ces variations de transmission à résonance sur les performances du gyromètre.

### Analyse de l'impact sur les performances du gyromètre

Comme évoqué au Chapitre 2, notre gyromètre résonant passif mesure des vitesses de rotation  $\dot{\theta}$  en comparant les fréquences de résonance des deux directions de propagation d'une cavité. Une expérience de mesure de  $\dot{\theta}$  est illustrée au Chapitre 5 sur la Figure 5.9. On y sonde la transmission de la cavité et utilise deux modulateurs acousto-optiques (AOM) pour suivre la fréquence de résonance tout en évitant l'effet parasite de la rétrodiffusion. Dans le cas où ces deux AOM ont des fréquences centrales de  $\pm 110$  MHz pour sonder la cavité sur deux modes différents, les deux modes sont séparés par approximativement  $\Delta\nu_{AOM} = 220$  MHz. Cela équivaut à environ  $\Delta\lambda_{AOM} = 2$  pm si on effectue le calcul avec la formule de l'équation (4.10). Sur la Figure 4.18, on voit bien qu'on a deux signaux de photodiodes à résonance différents sur un intervalle de  $\Delta\lambda_{AOM} = 2$  pm. Par conséquent, les deux asservissements des fréquences de résonances auront deux pentes de signal d'erreur différentes et potentiellement variables. Cela peut compromettre la mesure de  $\dot{\theta}$  si les gains des asservissements ne sont pas adaptés en conséquence à chaque petite variation de la pente.

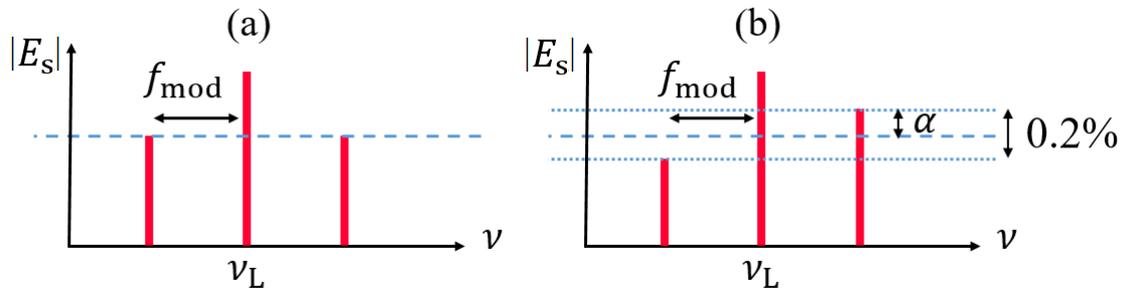


Figure 4.20 – Schéma représentant le spectre optique du module du champ électrique transmis par la cavité (a) sans déséquilibre et (b) avec déséquilibre des amplitudes des bandes latérales.

Cette dépendance en fréquence des pertes intracavité peut avoir un effet sur le signal d'erreur lui-même si elle crée un déséquilibre des amplitudes des bandes latérales. Les Figures 4.20(a) et 4.20(b) illustrent un spectre optique du champ  $|E_s|$  transmis par la cavité. Elles montrent respectivement le cas sans déséquilibre et avec déséquilibre des amplitudes des premières bandes latérales après modulation à la fréquence  $f_{mod}$ . On note  $\alpha$  la différence d'amplitude d'une bande latérale entre la situation sans et avec déséquilibre, on illustre un exemple sur la Figure 4.20(b).

On définit  $E_0 = \sqrt{P_0}$  le champ incident dans la cavité. On choisit de développer un modèle simple du champ  $E_s$  à partir de l'expression (2.38) qui ne considère que les premières bandes latérales d'ordre  $k = \pm 1$ . L'amplitude de ces dernières va donc être multipliée par  $1 \pm \alpha$  pour prendre en compte ce déséquilibre, comme indiqué dans l'expression suivante :

$$\begin{aligned} E_s = & E_0 J_0 F(\nu_L) e^{i2\pi\nu_L t} \\ & + E_0(1 + \alpha) J_1 F(\nu_L + f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L + f_{\text{mod}}) t} \\ & - E_0(1 - \alpha) J_1 F(\nu_L - f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L - f_{\text{mod}}) t} . \end{aligned} \quad (4.13)$$

En calculant  $|E_s|^2$  et en suivant les mêmes opérations que [114] détaillées en Annexe E, on obtient l'expression du signal d'erreur  $V_\varepsilon$  démodulé à  $f_{\text{mod}}$  :

$$V_\varepsilon = 2GP_0 J_0 J_1 \left[ f_{\text{mod}} \frac{d|F(\nu_L)|^2}{d\nu_L} + 2\alpha |F(\nu_L)|^2 \right] , \quad (4.14)$$

où  $G$  est le gain optoélectronique en V/W. En posant  $\alpha = 0$ , on retrouve bien l'expression du signal d'erreur dans [114]. À partir de la mesure du signal d'erreur de la Figure 4.17(c), on effectue un ajustement de courbe avec l'expression (4.14) et on trouve  $2GP_0 J_0 J_1 = 4.8$  V. Avec  $T = 0.72$ , on a  $|F_T(0)|^2 = 0.038$  selon la Figure 4.14. Dans l'exemple de la Figure 4.17(b), la puissance transmise par la cavité varie de 5 % sur un intervalle de fréquence valant deux fois l'ISL. On peut extrapoler cette variation sur l'intervalle de fréquence  $2f_{\text{mod}} = 1$  MHz qui sépare les deux bandes latérales et on obtient 0.2 %, comme illustré sur la Figure 4.20(b). Cela équivaut à  $\alpha = 0.001$  dans l'équation (4.14) avec laquelle on effectue l'application numérique et obtient une tension  $V_\varepsilon = 370$   $\mu$ V à résonance pour  $\nu_L = 0$ . Comme on a une pente du signal d'erreur qui vaut 0.5  $\mu$ V/Hz, le biais de tension de 370  $\mu$ V correspond à un biais de fréquence de 740 Hz sur la mesure de la fréquence de résonance. Notre cavité ayant un facteur d'échelle de 900 Hz/(°/s), on a donc un biais sur la mesure de vitesse de rotation de l'ordre de 1 °/s. Le soucis est que ce biais est instable car la fréquence centrale du laser dérive et le déséquilibre des bandes latérales varie aussi légèrement. De plus, la résonance de la cavité dérive aussi avec la température. Une situation plus optimiste consiste à se placer à la fréquence centrale du laser où les pertes intracavité sont les moins importantes, par exemple à 1550.110 nm et 1550.127 nm dans le cas de la Figure 4.18. Toutefois, comme déjà mentionné, nous observons que cet optimum de fréquence centrale du laser varie de jour en jour. Pour résumer, ces pertes de transmission qui dépendent de la longueur d'onde ont un impact direct sur la variation de la pente du signal d'erreur et elles peuvent créer un déséquilibre des amplitudes des bandes latérales qui engendre également un biais sur le signal d'erreur.

Par conséquent, la dégradation de la transmission combinée avec la dépendance inattendue de la transmission en fonction de la longueur d'onde rendent ce second prototype inadapté pour la fabrication d'un gyromètre de haute précision appliqué à la navigation inertielle.

#### 4.4.6 Observation du mode transmis par la fibre à cœur creux PBG

On observe le mode en sortie de la fibre à cœur creux PBG pour tenter de mieux comprendre cette dégradation de la transmission avec le changement de longueur d'onde. On construit le montage de la Figure 4.21 où le faisceau issu d'un laser fibré est collimaté avec une lentille  $L_1$  puis focalisé avec une lentille  $L_2$  identique pour être couplé dans la fibre sous test. En l'occurrence, il s'agit du tronçon de 20 m de fibre à cœur creux PBG dont on a étudié la contamination sur la Figure 4.16 auquel on a retiré 15 cm de fibre aux deux bouts pour supprimer les deux extrémités dégradées après 3 mois sans clivage. Ce tronçon de fibre est enroulé sur un diamètre de 8 cm pour se mettre dans la même situation que la fibre dans la cavité. Une dernière lentille  $L_3$  sert à collimater le faisceau sortie de la fibre sous test vers une caméra infrarouge de chez PhotonicScience. On choisit des lentilles de focales 11 mm pour  $L_1$  et  $L_2$  puis 13.7 mm pour  $L_3$ .

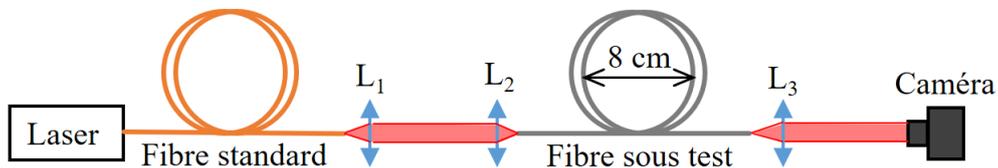


Figure 4.21 – Schéma d'observation du mode de sortie d'une fibre sous test avec une caméra infrarouge. Les lentilles  $L_1$  et  $L_3$  servent à collimater le faisceau en sortie de fibre tandis que  $L_2$  sert à focaliser le faisceau dans la fibre sous test.

La caméra nous permet d'observer le profil spatial du mode en sortie de la fibre à cœur creux PBG, comme le montre la Figure 4.22. On obtient les profils dans l'ordre de (a) à (f) en augmentant progressivement la longueur d'onde  $\lambda$  du laser de 1550.050 nm à 1550.150 nm. Ces images sont issues d'une vidéo enregistrée avec la caméra lors du balayage de la longueur d'onde du laser. On constate que le mode en sortie de la fibre se déforme et se déplace légèrement à mesure qu'on change la longueur d'onde centrale du laser. Il s'agit peut être de modes d'ordre supérieur.

Ils sont encore plus visibles sur les profils verticaux et horizontaux tracés sur la Figure 4.23. On représente l'intensité en unité arbitraire en fonction du nombre de pixels verticaux et horizontaux d'images telles que celles de la Figure 4.22. Les pixels de la caméra sont identiques et représentent un carré de 15  $\mu\text{m}$  de côté. On peut donc revenir aux déplacements verticaux et horizontaux maximaux des modes qu'on mesure respectivement à 45 pixels (soit 675  $\mu\text{m}$ ) et à 36 pixels (soit 540  $\mu\text{m}$ ). Il semble y avoir un phénomène qui dévie le faisceau en sortie de fibre dont on ne connaît pas l'origine. De plus, la différence entre les intensités maximale et minimale pour les deux figures vaut 10 %. On mesure avec ce même montage une transmission totale de la fibre qui oscille de 68 % à 62 % en balayant sur le même intervalle de longueur d'onde, ce qui correspond bien à une baisse maximale de 10 %. En revanche, cela ne coïncide pas avec les mesures faites par XLIM sur la Figure 4.19. On pourrait expliquer ces deux phénomènes par le fait que la fibre utilisée était très polluée initialement et que le retrait de 15 cm de fibre aux deux bouts ne suffisait pas pour s'affranchir totalement de la pollution interne.

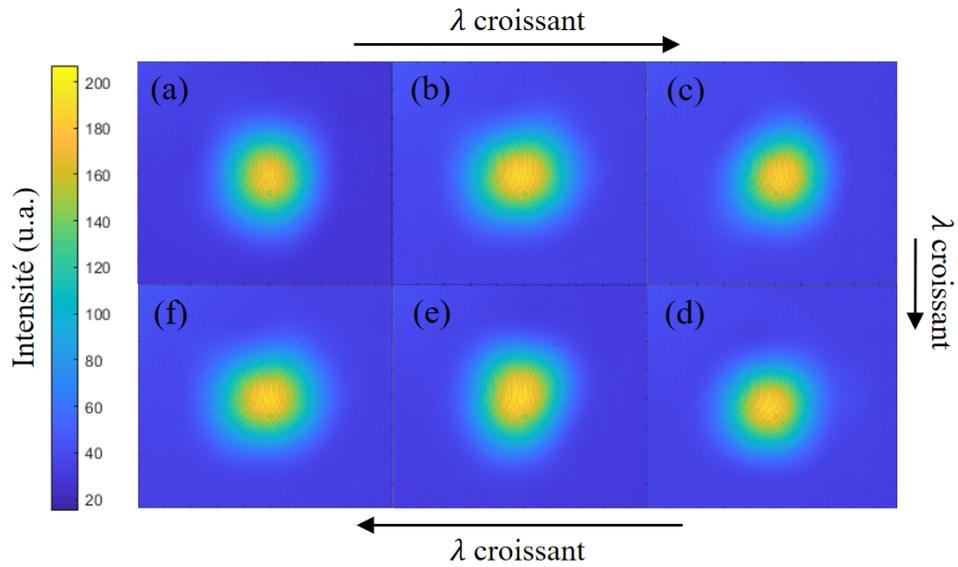


Figure 4.22 – Profils spatiaux du mode en sortie de la fibre à cœur creux PBG. On obtient les profils dans l'ordre de (a) à (f) en augmentant progressivement la longueur d'onde  $\lambda$  du laser de 1550.050 nm à 1550.150 nm.

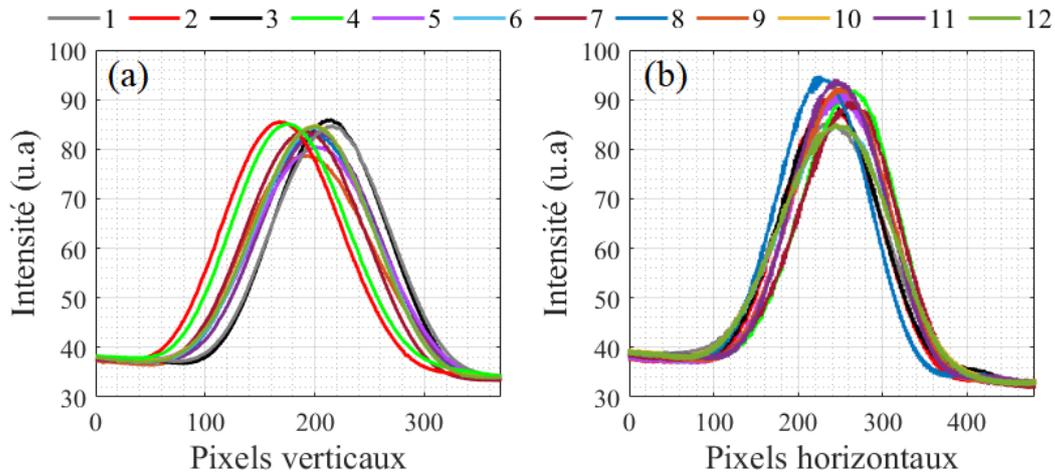


Figure 4.23 – Profils (a) verticaux et (b) horizontaux de 12 modes différents de sortie de la fibre à cœur creux PBG obtenus en augmentant progressivement la longueur d'onde  $\lambda$  du laser de 1550.050 nm à 1550.150 nm.

Quoi qu'il en soit, le déplacement du mode sur les axes vertical et horizontal pourrait être à l'origine de la variation de transmission à résonance par un désalignement de la cavité. Rappelons que les cœurs des fibres PMF et de la fibre à cœur creux PBG ont un diamètre de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{m}$ . Cette étude a été également effectuée en changeant le diamètre d'enroulement de la fibre à 11.5 cm puis 15 cm. Aucune différence claire n'a été observée par rapport aux expériences faites avec un diamètre d'enroulement de 8 cm.

## Maintien de la polarisation

On souhaite vérifier le maintien de la polarisation de la fibre à cœur creux PBG. On rajoute un couple polariseur et lame  $\lambda/2$  entre les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  et un second couple après la lentille  $L_3$  sur le montage de la Figure 4.21. On remplace également la caméra par une photodiode. On vérifie le maintien de la polarisation pour une longueur d'onde centrale du laser à 1550.050 nm. On optimise l'inclinaison des polariseurs et lames  $\lambda/2$  pour détecter 4.9 mW au niveau de la photodiode. En tournant la première lame  $\lambda/2$ , on obtient un minimum de puissance transmise égal à 56  $\mu\text{W}$ . Le taux d'extinction vaut donc 1.1 % et est inférieur au 3 % de tolérance défini dans la thèse d'Alexia Ravaille [6]. On fait de même en tournant cette fois-ci seulement la deuxième lame  $\lambda/2$  et on obtient un minimum de puissance transmise à 75  $\mu\text{W}$ , soit un taux d'extinction de 1.5 %. On peut donc considérer que la fibre maintienne correctement la polarisation linéaire. En revanche, on n'exclut pas que la propagation de la lumière dans la fibre fasse tourner la polarisation. Cette expérience a été faite à température ambiante, on peut se demander si le comportement est similaire en changeant la température. La prochaine partie vise justement à étudier la cavité en lui imposant une variation de température.

### 4.4.7 Étude du comportement en température

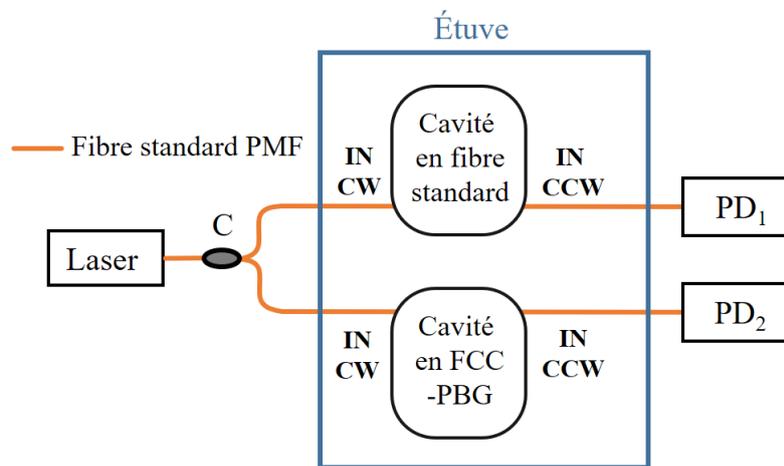


Figure 4.24 – Schéma de montage de la comparaison de stabilité thermique de la cavité en fibre à cœur creux PBG avec celle de la cavité en fibre standard.

On va maintenant étudier la stabilité en température de notre cavité en fibre à cœur creux PBG. Afin de comparer avec la stabilité thermique de la cavité en fibre standard, on effectue le montage de la Figure 4.24. Les deux cavités sont placées dans une étuve pour qu'elles soient soumises aux mêmes variations de température. On utilise un coupleur 50/50 pour s'assurer que

les deux cavités sont excitées avec le même laser (même puissance incidente et mêmes variations de fréquence). On observe la transmission de la cavité en fibre standard et celle la cavité en fibre à cœur creux PBG (FCC-PBG) respectivement sur les photodiodes PD<sub>1</sub> et PD<sub>2</sub> réglées sur le même gain.

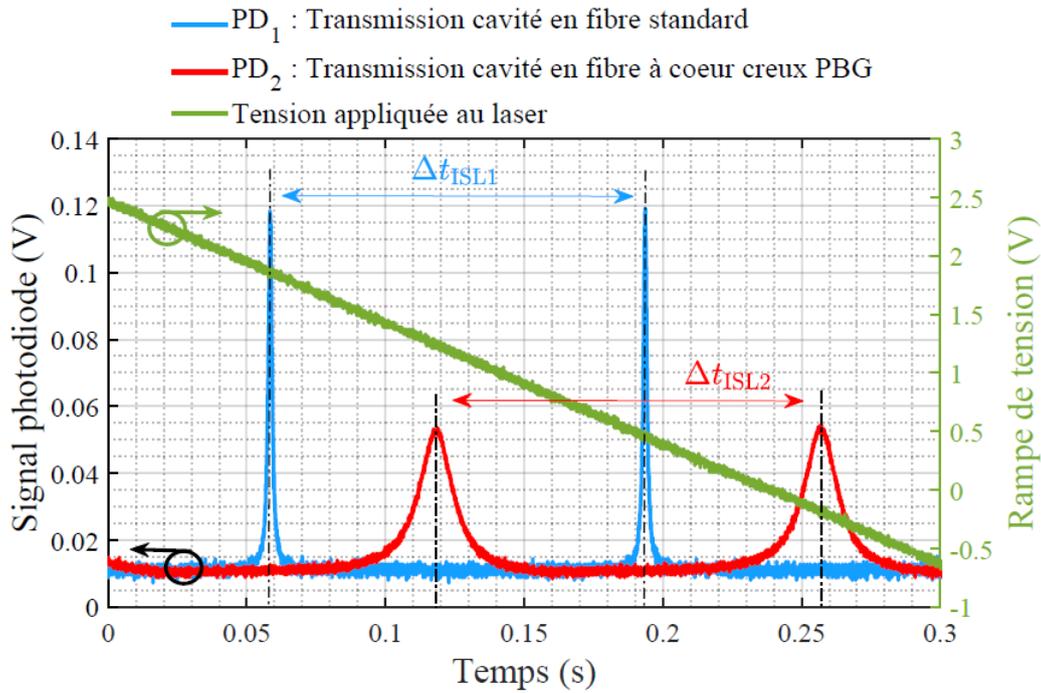


Figure 4.25 – Mesure de l'évolution temporelle des signaux des photodiodes PD<sub>1</sub> et PD<sub>2</sub> qui observent respectivement les transmissions de la cavité en fibre standard (en bleu) et celle de la cavité en fibre à cœur creux PBG (en rouge) lorsqu'on balaye la fréquence du laser avec une rampe de tension (en vert).

La température est d'abord stabilisée à 40 °C et on balaye la fréquence du laser avec une rampe de tension (en vert). On obtient les transmissions des cavités (en bleu et rouge) reproduits sur la Figure 4.25. Comme attendu, la transmission de la cavité en fibre standard est plus élevée que celle de la cavité en fibre à cœur creux PBG pour une même intensité incidente et sa largeur de raie est plus fine. On calcule le rapport entre les intervalles spectraux libres des deux cavités en mesurant les temps d'intervalles  $\Delta t_{ISL1}$  et  $\Delta t_{ISL2}$  entre deux pics consécutifs :

$$\frac{\Delta \nu_{ISL2}}{\Delta \nu_{ISL1}} = \frac{\Delta t_{ISL2}}{\Delta t_{ISL1}} = 1.018 . \quad (4.15)$$

L'ISL de la cavité en fibre à cœur creux PBG, noté ici  $\Delta \nu_{ISL2}$ , est à peine plus grand celui de la cavité en fibre standard, noté ici  $\Delta \nu_{ISL1}$ . On verra que cette valeur nous servira pour comparer la stabilité thermique d'une cavité par rapport à l'autre.

On arrête ensuite la modulation de fréquence du laser et les deux cavités voient la même dérive en fréquence du laser. On applique une variation de température au sein de l'étuve pour qu'elle passe de 40 °C à 30 °C. Après plusieurs dizaines de minutes, on peut considérer que l'équilibre thermique est atteint dans les deux cavités : les pics de résonance défilent de plus en plus lentement.

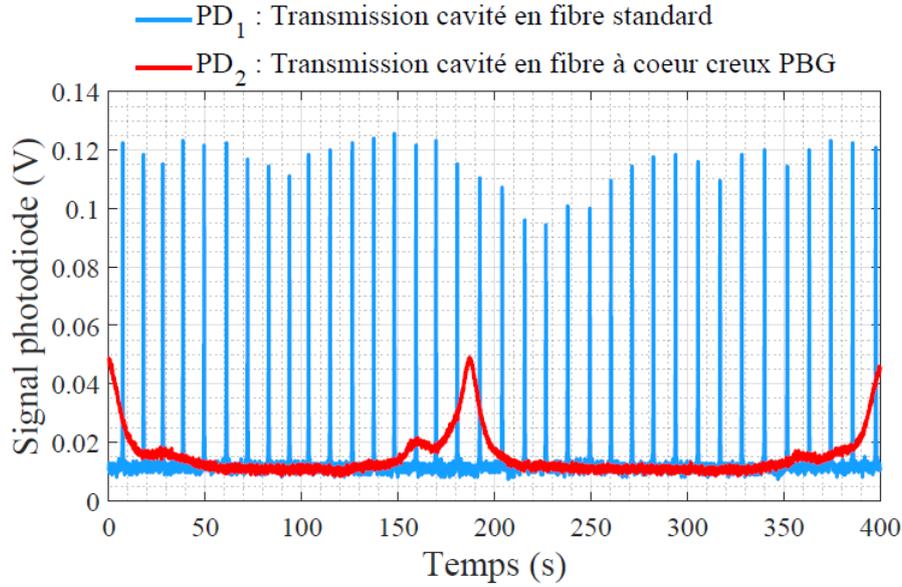


Figure 4.26 – Mesure de l'évolution temporelle des signaux des photodiodes PD<sub>1</sub> et PD<sub>2</sub> qui observent respectivement les transmissions de la cavité en fibre standard (en bleu) et celle la cavité en fibre à cœur creux PBG (en rouge) lorsque la température au sein des cavités dérivent lentement avec la même dynamique thermique dans l'étuve.

On procède alors à l'enregistrement de l'évolution des signaux de photodiodes dans le temps qui est reporté sur la Figure 4.26. On débute l'acquisition des données lorsque la transmission de la cavité en fibre à cœur creux PBG (en rouge) a atteint son maximum. On termine l'acquisition 400 secondes plus tard après une seconde résonance de cette même cavité. Pendant cette même période, la transmission de la cavité en fibre standard (en bleu) montre que cette dernière a parcouru 36 résonances. Les pics en bleu ne sont pas tout à fait à la même hauteur à cause du temps d'échantillonnage limité. Cette expérience simple nous permet de comparer la dérive relative entre les deux fibres des deux cavités sachant qu'elles subissent la même dérive de fréquence laser. On multiplie chaque nombre de pics par l'intervalle spectrale libre pour connaître leur variation relative en fréquence  $\Delta\nu_{1,2}$ . Dans l'hypothèse où la variation de température  $\Delta T$  est la même au sein des deux cavités, on a :

$$\frac{\frac{\Delta\nu_2}{\Delta T}}{\frac{\Delta\nu_1}{\Delta T}} = \frac{36 \times \Delta\nu_{\text{ISL}2}}{2 \times \Delta\nu_{\text{ISL}1}} = 18.32 . \quad (4.16)$$

On obtient donc une dérive thermique de fréquence de la fibre à cœur creux PBG qui est 18.32 fois plus faible que celle de la fibre standard. Cette valeur est particulièrement proche de celle mesurée par R. Slavik et al. [161] qui mesurent un rapport 18.5 entre leur fibre à cœur creux PBG et une fibre monomode SMF-28. Pour rappel, dans la partie 2.4.7 du Chapitre 2 on trouvait que la fibre à cœur creux PBG devait être théoriquement 24 fois plus stable en température que celle en fibre monomode. L'équipe de M. Ding a effectué la même expérience sur une fibre à cœur creux de type NANF et obtenu un rapport de 14.5 [219]. Cette valeur est donc cohérente avec d'autres travaux.

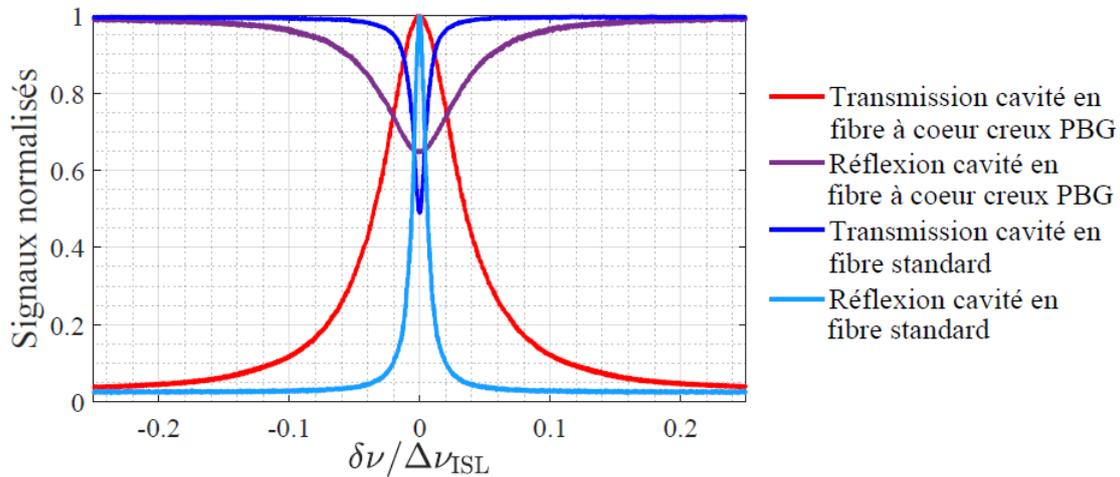


Figure 4.27 – Comparaison des signaux transmis et réfléchis par les cavités en fibre à cœur creux PBG et en fibre standard. Les mesures avec la cavité en fibre à cœur creux PBG sont celles effectuées trois jours après un recuit, un ajustement de courbe nous donne  $T = 0.717$  et  $\mathcal{F} = 14.8$ .

#### 4.4.8 Conclusion sur la cavité en fibre à cœur creux PBG

On conclut cette partie par un résumé des résultats de la caractérisation de ce second prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG. On mesure des taux de couplage et des pertes de prismes valant :  $t_{P_1} = r_1 = 0.97592$ ,  $\gamma_1 = 0.015$ ,  $t_{P_2} = r_2 = 0.97675$  et  $\gamma_2 = 0.015$ , ce qui laisse la possibilité de les optimiser pour obtenir une pente du signal d'erreur deux fois plus grande en transmission. Lors de la phase d'alignement de la cavité, on mesure une finesse de  $\mathcal{F} = 19.7$  très proche du maximum théorique compte tenu de la transmission de la fibre (pertes de couplage inclus). Malgré l'utilisation d'un nouveau type de verre pour sa fabrication, la fibre a une transmission qui se dégrade au cours du temps et cet effet ne peut pas être corrigé de manière pérenne par un recuit. De plus, la transmission à résonance de la cavité semble beaucoup varier avec la longueur d'onde incidente dans la cavité. Cette variation est si importante qu'elle entraîne un déséquilibre entre les amplitudes des bandes latérales et engendre un biais sur le

signal d'erreur qui se répercute sur la mesure de vitesse de rotation. Ce phénomène pourrait avoir comme origine un déplacement du mode en sortie de la fibre en fonction de la longueur d'onde. On suspecte également la présence de modes de surfaces (localisés à l'interface en silice entre le cœur creux et la structure de la gaine) qui peuvent se coupler au mode de cœur et perturber le guidage de la lumière. Pour finir sur une note positive, la sensibilité thermique de la fibre à cœur creux PBG est 18 fois plus faible que celle de la fibre standard. On peut voir sur la Figure 4.27 une comparaison des transmissions et réflexions des cavités en fibre à cœur creux PBG et en fibre standard. En conclusion, la fibre actuelle n'est absolument pas adaptée à l'utilisation dans un gyromètre. Des travaux supplémentaires, dépassant le cadre de cette thèse, sont donc nécessaires pour améliorer le niveau de maturité de ces fibres. En parallèle de toutes ces problématiques rencontrées avec l'approche fibre, on a également effectué des essais sur une cavité à miroirs qu'on présente rapidement en Annexe J. Cette approche est plus compliquée à mettre en oeuvre d'un point de vue expérimental : il faut des miroirs hautement réfléchissants de très faibles pertes qui sont montés de manière athermiques. On peut cependant s'appuyer sur le savoir faire que Thales Avionics maîtrise pour la fabrication de gyrolaser. Le prochain chapitre se concentre sur l'étude des asservissements et de leur couplage qui apparaît avec le montage choisi pour effectuer les mesures de vitesses de rotation qu'on présentera également.

---

# Asservissements et mesures de la vitesse de rotation

---

Dans ce chapitre, on présente les montages qui ont été choisis pour mesurer les vitesses de rotation appliquées à la cavité. On parle de montages de type "deux ondes" ou de type "trois ondes" selon le nombre de fréquences qu'on asservit à résonance avec la cavité. On présente chacun des montages et montre que leur utilisation peut impliquer un couplage entre les différents asservissements de fréquence. On étudie ce couplage avec des simulations numériques sur le logiciel Simulink de Matlab pour le cas du montage de type "deux ondes". On présente ensuite les résultats de mesures de vitesses de rotations effectuées avec la cavité en fibre standard à maintien de polarisation pour chacun des montages.

On a vu à la section 2.3 du Chapitre 2 comment s'asservir sur une fréquence de résonance de la cavité. On se place en boucle fermée avec plusieurs contre-réactions sur les fréquences des modulateurs acousto-optiques (AOM) des différents montages. Pour le montage "deux ondes" comme pour le montage "trois ondes", on fait le choix d'asservir la fréquence en sortie du laser avec un AOM plutôt que de directement contrôler la fréquence du laser. Cela permet d'éviter un biais de plusieurs  $^{\circ}/s$  sur la mesure de rotation lorsqu'on asservit directement l'entrée de modulation du laser (voir Table 2.4). De plus, la sortie de la détection synchrone de chez Zurich Instrument UHFLI (qui est directement reliée à la tension de commande de la fréquence de l'AOM) nous permet de connaître la fréquence asservie avec une résolution de 6  $\mu\text{Hz}$  [163].

## 5.1 Mesure de la vitesse de rotation en "deux ondes"

Dans cette section on présente le montage de type "deux ondes" et les expressions analytiques des fréquences de contre-réaction sur les AOM qui permettent de déduire la mesure de vitesse de rotation. On montre qu'il existe un couplage entre les différents asservissements de fréquence qu'on étudie avec le logiciel Simulink de Matlab. On expose ensuite les résultats de mesures de vitesses de rotations.

### 5.1.1 Montage de type "deux ondes"

Dans un montage de type "deux ondes" en boucle fermée, on asservit deux ondes différentes sur deux fréquences de résonance de la cavité dans les deux sens de propagation. Le schéma de principe est donné sur la Figure 5.1. Une description détaillée de sa mise en oeuvre sera

fournie sur la Figure 5.9 et dans la section correspondante. Le montage comprend deux AOM d'ordre +1, avec  $f_{\text{AOM}_1}$  et  $f_{\text{AOM}_2}$  les fréquences des signaux électriques les pilotant ainsi que deux PM qui permettent de générer les signaux d'erreurs. Les photodiodes  $\text{PD}_1$  et  $\text{PD}_2$  récupèrent respectivement la transmission de la cavité dans les sens CCW et CW et sont utilisées pour asservir à résonance les fréquences optiques  $\nu_L + f_{\text{AOM}_1}$  et  $\nu_L + f_{\text{AOM}_1} + f_{\text{AOM}_2}$  où  $\nu_L$  est la fréquence optique du laser. L'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> permet de contrôler la fréquence optique qui se propage dans les deux bras. Le contrôle de l'AOM<sub>2</sub> dépend donc du point de fonctionnement de l'AOM<sub>1</sub>. Les deux asservissements sont ainsi couplés et interdépendants. On étudie les conséquences de ce phénomène en détail dans la section 5.1.2.

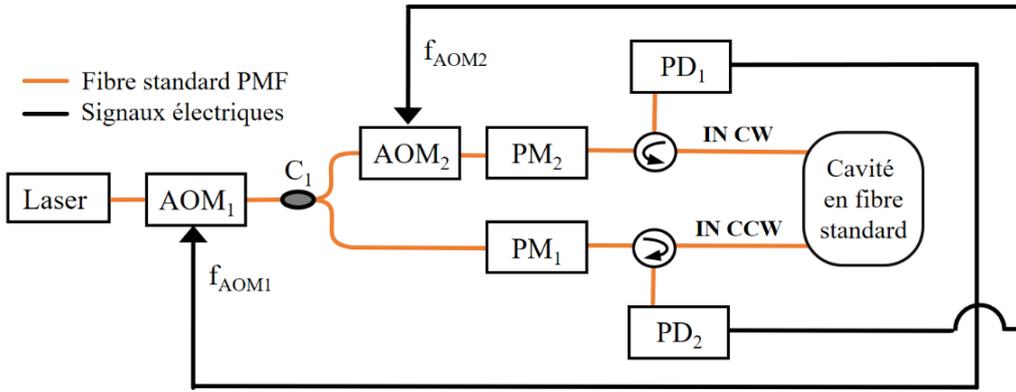


Figure 5.1 – Schéma simplifié du montage de type "deux ondes" de la Figure 5.9.

On va maintenant étudier le cas où la cavité est soumise à une rotation. On choisit arbitrairement que l'onde qui propage dans le sens CCW dans la cavité voit ses fréquences de résonance modifiées de  $-\Delta\nu_S/2$  alors que l'onde contrapropagative dans le sens CW subira un décalage en fréquence de  $+\Delta\nu_S/2$ . Le signe de  $\Delta\nu_S$  dépendra du sens de propagation des deux ondes par rapport au sens de rotation de la cavité mais il n'interviendra pas dans les analyses qui suivent. Avec un laser de longueur d'onde  $\lambda$ , on s'asservit sur le mode de résonance  $p\Delta\nu_{\text{ISL}}$  où  $p = nL/\lambda \in \mathbb{N}$  vaut environ  $14 \times 10^6$ .

Dans le cas de la Figure 5.1, l'AOM<sub>1</sub> compense les dérives de la fréquence du laser  $\nu_L$  pour s'asservir sur une résonance dans le sens CCW. On considère que l'AOM<sub>1</sub> décale la fréquence de  $p_1\Delta\nu_{\text{ISL}}$  où  $p_1 \in \mathbb{N}$ . Lors d'une rotation et lorsque l'asservissement de fréquence est bouclé, la fréquence optique  $\nu_{\text{AOM}_1}$  en sortie de l'AOM<sub>1</sub> est à résonance et devient :

$$\nu_{\text{AOM}_1} = \nu_L + f_{\text{AOM}_1} = (p + p_1)\Delta\nu_{\text{ISL}} - \frac{\Delta\nu_S}{2}. \quad (5.1)$$

On en déduit la fréquence de décalage  $f_{\text{AOM}_1}$  :

$$f_{\text{AOM}_1} = (p + p_1)\Delta\nu_{\text{ISL}} - \frac{\Delta\nu_S}{2} - \nu_L. \quad (5.2)$$

On va volontairement choisir de s'asservir sur deux résonances différentes dans les deux sens de propagation de façon à éviter les biais induits par des rétrodiffusions parasites. L'AOM<sub>2</sub> permet de s'asservir sur une résonance de la cavité dans le sens CW en décalant la fréquence de  $p_2\Delta\nu_{\text{ISL}}$  où  $p_2 \in \mathbb{N}$ . Lorsque l'asservissement de fréquence est bouclé, la fréquence optique  $\nu_{\text{AOM}_2}$  en sortie de l'AOM<sub>2</sub> est à résonance et devient :

$$\nu_{\text{AOM}_2} = \nu_L + f_{\text{AOM}_1} + f_{\text{AOM}_2} = (p + p_1 + p_2)\Delta\nu_{\text{ISL}} + \frac{\Delta\nu_S}{2} , \quad (5.3)$$

On en déduit la fréquence de décalage  $f_{\text{AOM}_2}$  avec l'équation (5.2) :

$$f_{\text{AOM}_2} = p_2\Delta\nu_{\text{ISL}} + \Delta\nu_S = p_2\Delta\nu_{\text{ISL}} + K_S\dot{\theta} . \quad (5.4)$$

Cette analyse nous permet de déterminer que la mesure de  $f_{\text{AOM}_2}$  donne la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  autour de  $p_2\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Dans notre cas, on a  $f_{\text{AOM}_2}$  qui vaut  $p_2 = 8$  intervalles spectraux libres lorsque  $\dot{\theta} = 0$  °/s. L'information de la vitesse de rotation se retrouve donc directement sur  $f_{\text{AOM}_2}$ . On voit dans l'équation (5.4) que cette mesure est dépendante de la fluctuation de l'ISL. Pour y remédier, on peut introduire un troisième faisceau qui sonde la cavité : cela fait l'objet de la section 5.2. De plus, on voit dans l'équation (5.3) que  $\nu_{\text{AOM}_2}$  dépend de l'asservissement de  $f_{\text{AOM}_1}$ , il existe donc un couplage entre les asservissements des deux AOM. Dans le prochain paragraphe, on propose un modèle analytique qui décrit ce couplage.

### 5.1.2 Modélisation du couplage des asservissements de fréquence dans un montage de type "deux ondes"

Dans la section précédente, on a évoqué le couplage et l'interdépendance des deux asservissements de fréquences des AOM<sub>1</sub> et AOM<sub>2</sub> de la Figure 5.1. Le but de cette partie est d'en proposer une description analytique et de déterminer les conséquences de ce couplage dans un montage de type "deux ondes". On propose une modélisation du système d'asservissement en boucle fermée et on différencie ensuite les situations possibles selon la rapidité de chacun des asservissements de fréquence. On ne tient pas compte de l'asservissement de la RAM supposé parfait.

On modélise l'expérience de la Figure 5.1 par le diagramme de bloc schématisé sur la Figure 5.2. Ce schéma illustre les deux boucles d'asservissement de fréquence des AOM<sub>1</sub> et AOM<sub>2</sub> respectivement sur une résonance de la cavité dans le sens CCW (en haut) et CW (en bas). Pour simplifier les notations, on note  $\nu_1$  et  $\nu_2$  les fréquences de résonance de la cavité qui correspondent respectivement aux consignes des asservissements de l'AOM<sub>1</sub> et l'AOM<sub>2</sub> :

$$\nu_1 = (p + p_1)\Delta\nu_{\text{ISL}} - \frac{\Delta\nu_S}{2} , \quad (5.5)$$

$$\nu_2 = (p + p_1 + p_2)\Delta\nu_{\text{ISL}} + \frac{\Delta\nu_S}{2} . \quad (5.6)$$

On note  $\delta\nu_1$  et  $\delta\nu_2$  les erreurs à prendre en compte dans la modélisation des asservissements. Ce sont les différences entre les fréquences de consignes et les fréquences optiques en sortie des AOM<sub>1</sub> et AOM<sub>2</sub>. Le but de l'asservissement est de réduire ces erreurs à zéro dans les deux sens de propagation dans la cavité.

$$\delta\nu_1 = \nu_1 - (\nu_L + f_{\text{AOM}_1}) , \quad (5.7)$$

$$\delta\nu_2 = \nu_2 - (\nu_L + f_{\text{AOM}_1} + f_{\text{AOM}_2}) . \quad (5.8)$$

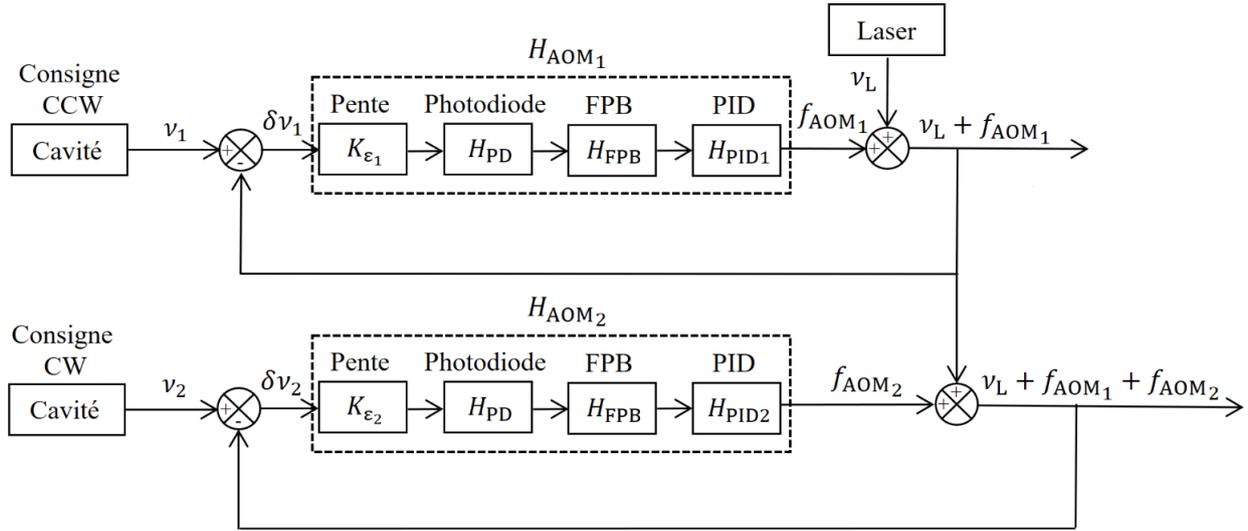


Figure 5.2 – Schéma bloc décrivant les deux boucles fermées ainsi que le couplage des asservissements des fréquences en sorties de l'AOM<sub>1</sub> et de l'AOM<sub>2</sub> de l'expérience de la Figure 5.1.

On modélise les différentes étapes qui mènent à la correction des fréquences optiques par plusieurs blocs. La technique de modulation-démodulation détaillée sur la Figure 5.9 nous permet expérimentalement d'obtenir un signal d'erreur linéaire avec une pente  $K_{\varepsilon_{1,2}}$  en V/Hz. Cette pente nous donne une quantification du décalage en fréquence par rapport à la résonance. Le signal en sortie de la cavité est récolté par une photodiode qui a pour fonction de transfert  $H_{\text{PD}}$  ayant pour expression :

$$H_{\text{PD}}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{i\omega}{2\pi B}} , \quad (5.9)$$

où  $\omega$  est la pulsation électrique et  $B = 4$  MHz la bande passante des photodiodes. Le filtre passe-bas de démodulation (FPB) de fréquence de coupure  $f_c$  est du 1<sup>er</sup> ordre et sa fonction de transfert  $H_{\text{FPB}}$  est donnée par :

$$H_{\text{FPB}}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{i\omega}{2\pi f_c}} , \quad (5.10)$$

Le correcteur PID (proportionnel, intégrateur et dérivateur) corrige la différence de fréquence à résonance et l'atténue au maximum de manière rapide, précise et stable dans le temps. Il possède une fonction de transfert  $H_{\text{PID}}$  qui a pour expression :

$$H_{\text{PID}}(\omega) = G_P + \frac{G_I}{i\omega} + \frac{G_D G_N}{1 + \frac{G_N}{i\omega}}, \quad (5.11)$$

où  $G_P$  est le gain proportionnel (en Hz/V),  $G_I$  est le gain de l'intégrateur (en Hz.rad/V.s),  $G_D$  est le gain du dérivateur (en Hz.s/V.rad) limité aux hautes fréquences par un filtre passe bas défini par le gain  $G_N$  (en rad/s).

Les fonctions de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> dans le sens CCW et de l'AOM<sub>2</sub> dans le sens CW sont données par :

$$H_{\text{AOM}_1}(\omega) = K_{\varepsilon_1} H_{\text{PD}}(\omega) H_{\text{FPB}}(\omega) H_{\text{PID}_1}(\omega), \quad (5.12)$$

$$H_{\text{AOM}_2}(\omega) = K_{\varepsilon_2} H_{\text{PD}}(\omega) H_{\text{FPB}}(\omega) H_{\text{PID}_2}(\omega). \quad (5.13)$$

Avec le schéma bloc de la Figure 5.2, on détermine l'évolution de  $f_{\text{AOM}_1}$  :

$$f_{\text{AOM}_1}(\omega) = H_{\text{AOM}_1}(\omega) \left[ \nu_1(\omega) - \left( \nu_L(\omega) + f_{\text{AOM}_1}(\omega) \right) \right], \quad (5.14)$$

qui donne finalement :

$$f_{\text{AOM}_1}(\omega) = \frac{H_{\text{AOM}_1}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \left[ \nu_1(\omega) - \nu_L(\omega) \right]. \quad (5.15)$$

On effectue maintenant le calcul de  $f_{\text{AOM}_2}$  qui tient compte de l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> :

$$f_{\text{AOM}_2}(\omega) = H_{\text{AOM}_2}(\omega) \left[ \nu_2(\omega) - \left( \nu_L(\omega) + f_{\text{AOM}_1} + f_{\text{AOM}_2}(\omega) \right) \right]. \quad (5.16)$$

On voit bien ici que l'asservissement de AOM<sub>2</sub> est couplé avec l'asservissement de AOM<sub>1</sub>. En remplaçant  $f_{\text{AOM}_1}$  par son expression (5.15), on obtient :

$$f_{\text{AOM}_2}(\omega) = \frac{H_{\text{AOM}_2}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_2}(\omega)} \left[ \nu_2(\omega) - \nu_L(\omega) - \frac{H_{\text{AOM}_1}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \left( \nu_1(\omega) - \nu_L(\omega) \right) \right]. \quad (5.17)$$

On voit que si l'AOM<sub>1</sub> n'est pas correctement asservi à résonance, l'AOM<sub>2</sub> ne le sera pas non plus. Par conséquent, la vitesse de rotation qu'on mesure avec  $f_{\text{AOM}_2}(\omega)$  sera biaisée.

## Étude de la dynamique de l'asservissement de $f_{\text{AOM}_2}$

On va maintenant étudier en détail les conséquences de ce couplage en étudiant le comportement de l'asservissement de l'AOM<sub>2</sub> en présence de phénomènes parasites en plus d'une rotation : fluctuations de l'ISL non dues à une rotation, fluctuations de la fréquence optique du laser incident. Pour décrire le premier type de perturbation, on suppose que les fréquences de résonance subissent une variation de fréquence  $\delta\nu_{\text{res}}$  autour des valeurs supposées constantes  $(p + p_1)\Delta\nu_{\text{ISL}}$  et  $(p + p_1 + p_2)\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Sachant que  $(p_1, p_2) \ll p$ , on peut faire l'hypothèse que ces fluctuations affectent de manière identique (fluctuations réciproques) les deux sens de propagation. Les consignes des asservissements des équations (5.5) et (5.6) deviennent :

$$\nu_1(\omega) = (p + p_1)\Delta\nu_{\text{ISL}} + \delta\nu_{\text{res}}(\omega) - \frac{\Delta\nu_{\text{S}}(\omega)}{2}, \quad (5.18)$$

$$\nu_2(\omega) = (p + p_1 + p_2)\Delta\nu_{\text{ISL}} + \delta\nu_{\text{res}}(\omega) + \frac{\Delta\nu_{\text{S}}(\omega)}{2}. \quad (5.19)$$

Le deuxième type de perturbation est décrit en écrivant que la fréquence laser subit une variation de fréquence  $\delta\nu_{\text{L}}$  autour de la fréquence de résonance  $\nu_{\text{L}0}$  qu'on considère constante :

$$\nu_{\text{L}}(\omega) = \nu_{\text{L}0} + \delta\nu_{\text{L}}(\omega). \quad (5.20)$$

On souhaite étudier la dynamique de l'asservissement de  $f_{\text{AOM}_2}$ , par conséquent on se concentre sur les variations  $\delta f_{\text{AOM}_2}$  autour de sa valeur initiale (supposée constante). On va donc seulement prendre en compte les termes non constants que sont  $\delta\nu_{\text{res}}$ ,  $\delta\nu_{\text{L}}$  et  $\Delta\nu_{\text{S}}$ . En remplaçant les trois dernières expressions dans l'équation (5.17), on calcule les variations  $\delta f_{\text{AOM}_2}$  de la fréquence  $f_{\text{AOM}_2}$  autour de sa valeur initiale :

$$\begin{aligned} \delta f_{\text{AOM}_2}(\omega) = & \frac{H_{\text{AOM}_2}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_2}(\omega)} \frac{1}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \left[ \delta\nu_{\text{res}}(\omega) - \delta\nu_{\text{L}}(\omega) \right] \\ & + \frac{H_{\text{AOM}_2}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_2}(\omega)} \frac{1 + 2H_{\text{AOM}_1}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \frac{\Delta\nu_{\text{S}}(\omega)}{2}. \end{aligned} \quad (5.21)$$

On remarque que le décalage de fréquence  $\Delta\nu_{\text{S}}/2$  qu'on mesure avec  $f_{\text{AOM}_2}$  va dépendre de la rapidité de l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> et de sa capacité à compenser les fluctuations de la fréquence du laser et de la fréquence de résonance. Il est donc important d'étudier les évolutions temporelles des signaux de correction en fonction de la rapidité des deux asservissements de l'AOM<sub>2</sub> et de l'AOM<sub>1</sub>. On montre dans le prochain paragraphe que selon les cas, la dérive du laser est plus ou moins bien compensée. L'équation (5.21) montre que des fluctuations réciproques de la cavité et de la fréquence laser affectent de la même manière l'AOM<sub>2</sub>. Les conclusions peuvent donc être étendues à des variations réciproques de fréquences de résonance de la cavité.

### 5.1.3 Simulation du montage de type "deux ondes"

On commence par séparément étudier le cas d'une perturbation de la fréquence du laser seule puis d'une rotation seule. On simule ensuite la présence simultanée d'une rotation et d'une perturbation de la fréquence du laser.

#### Perturbation sur la fréquence du laser sans rotation appliquée

On effectue des simulations du schéma bloc de la Figure 5.2 avec le logiciel Simulink. Dans un premier temps, on se concentre sur l'impact des fluctuations de la fréquence du laser sur le comportement des asservissements sans vitesse de rotation de la cavité. L'effet Sagnac est nul et la fréquence de décalage vaut  $\Delta\nu_S = 0$  Hz. On suppose que la fréquence du laser est initialement à résonance et qu'elle subit une perturbation notée  $\delta\nu_L$ . Pour simplifier l'étude, on considère uniquement les variations autour de la fréquence de résonance qui vaut zéro pour nos simulations. On paramètre des pentes du signal d'erreur et la fréquence de coupure du filtre passe-bas de démodulation qui valent respectivement  $K_{\varepsilon_{1,2}} = 1$   $\mu$ V/Hz et  $f_c = 1$  kHz en accord avec nos expériences.

Afin de caractériser la rapidité des asservissements, on définit le temps de montée  $T_m$  comme le temps qu'un système du premier ordre met pour passer de 10 % à 90 % de la valeur de consigne. On note également  $B_{AOM}$  la bande passante des asservissements des AOM en boucle fermée. On sélectionne les gains des PID de manière à n'avoir aucun dépassement de la consigne. Pour cela, le logiciel Simulink nous permet de choisir des asservissements avec une marge de gain d'environ 150 dB et une marge de phase d'environ 90°. Cela est largement suffisant pour avoir une bonne stabilité puisque la marge de gain est bien supérieure à zéro et la marge de phase est bien supérieure à 45° [6]. Les gains de ces asservissements associés à leurs temps de montée et bandes passantes sont donnés dans la Table 5.1.

$T_m$ (ms)	$B_{AOM}$ (Hz)	$G_P$ (Hz/V)	$G_I$ (Hz.rad/V.s)	$G_D$ (Hz.s/V.rad)	$G_N$ (rad/s)
0.31	1,130	1,114,781	7,387,200,191	6.6	19,210
1.55	226	236,081	1,482,951,312	0	0
3.10	114	112,995	709,792,744	0	0
6.20	57	56,632	355,739,912	0	0
15.5	23	22,545	141,622,705	0	0

Table 5.1 – Tableau indiquant les gains de PID des asservissements des AOM associés à leurs temps de montée  $T_m$  et leurs bandes passantes  $B_{AOM}$ . Les valeurs sont issues du logiciel Simulink.

On choisit de fixer les gains du PID de l'AOM<sub>1</sub> afin d'avoir  $T_{m_1} = 3.10$  ms et on fait alors varier les gains l'AOM<sub>2</sub> pour modifier son temps de montée  $T_{m_2}$ . On applique une perturbation

de la fréquence du laser sous la forme d'un échelon avec amplitude  $\delta\nu_L = -100$  Hz et on simule la réaction des asservissements pour différentes valeurs de  $T_{m_2}$ . On observe l'évolution temporelle des fréquences de corrections  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  ainsi que les fréquences optiques corrigées  $\nu_{AOM_1}$  et  $\nu_{AOM_2}$  respectivement sur les Figures 5.3 et 5.4 pour différentes valeurs de  $T_{m_2}$ .

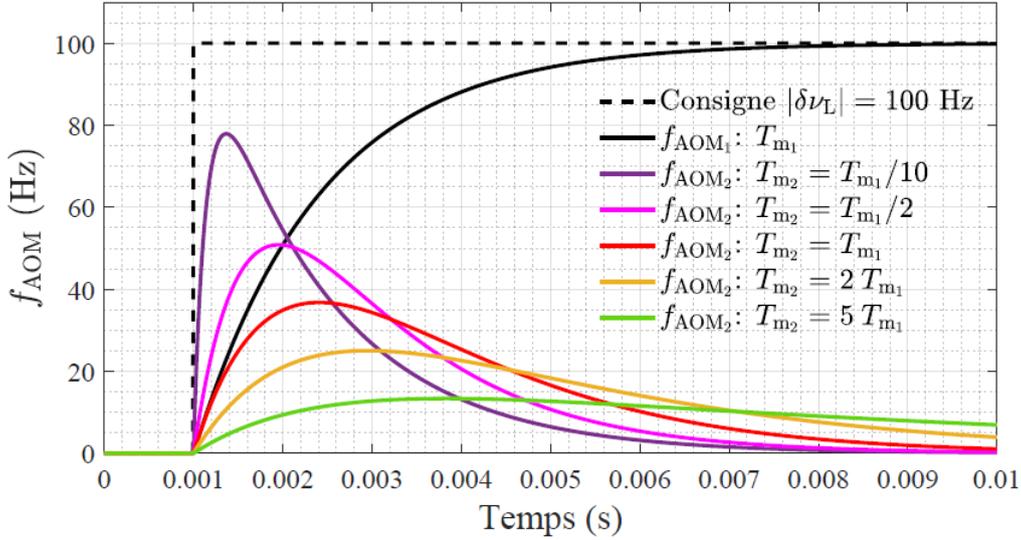


Figure 5.3 – Simulation de l'évolution des fréquences de corrections  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  pour différentes valeurs du temps de montée  $T_{m_2}$  lorsqu'on introduit une perturbation en échelon d'amplitude  $\delta\nu_L = -100$  Hz sans rotation appliquée.

Comme prévu, on voit sur la Figure 5.3 que  $f_{AOM_1}$  (en trait plein noir) converge bien vers 100 Hz car l'AOM<sub>1</sub> doit compenser la fluctuation de  $-100$  Hz de la fréquence optique du laser. La consigne (valeur absolue en pointillé noir) est bien corrigée à 90 % en  $T_{m_1} = 3.10$  ms sans dépassement de la consigne. On observe aussi sur la Figure 5.3 l'évolution de  $f_{AOM_2}$  pour différentes valeurs du temps de montée  $T_{m_2}$  de l'asservissement de l'AOM<sub>2</sub>. Comme l'AOM<sub>1</sub> compense la perturbation du laser, on voudrait idéalement n'avoir aucune variation de  $f_{AOM_2}$ . A cause du couplage entre les deux asservissements, ce n'est pas ce que l'on observe. On voit un régime transitoire avant que  $f_{AOM_2}$  ne tende vers zéro. Ce régime transitoire est différent selon que  $T_{m_2}$  varie de  $T_{m_1}/10$  à  $5 T_{m_1}$ . La durée du régime transitoire correspond à la durée pendant laquelle la perturbation de la fréquence du laser n'est pas encore totalement compensée par  $f_{AOM_1}$ . Ce régime transitoire constitue une erreur sur la mesure de  $f_{AOM_2}$  qui se répercute sur la mesure de vitesse de rotation. Il est donc primordial de réduire au maximum l'amplitude de la correction de  $f_{AOM_2}$  pendant ce régime transitoire. Si on prend le cas de la courbe violette où  $T_{m_2} = T_{m_1}/10$ , l'asservissement de l'AOM<sub>2</sub> est beaucoup plus rapide que celui de l'AOM<sub>1</sub>. La fréquence de l'AOM<sub>2</sub> est donc fortement modifiée pour être maintenue à résonance et atteint 80 % de la perturbation. La fréquence converge ensuite vers zéro au fur et à mesure que l'asservissement de la fréquence de AOM<sub>1</sub> compense la perturbation en amont. À l'inverse, si on prend le cas de la courbe verte où  $T_{m_2} = 5 T_{m_1}$ , l'AOM<sub>2</sub> est cette fois-ci

plus lent que l'AOM<sub>1</sub>. Ici, l'amplitude de la correction sur  $f_{\text{AOM}_2}$  atteint moins de 15 % de la perturbation avant de converger très lentement vers zéro. On en déduit que plus le temps de montée  $T_{m_2}$  est court, plus l'erreur maximale est élevée mais plus elle est rapidement compensée.

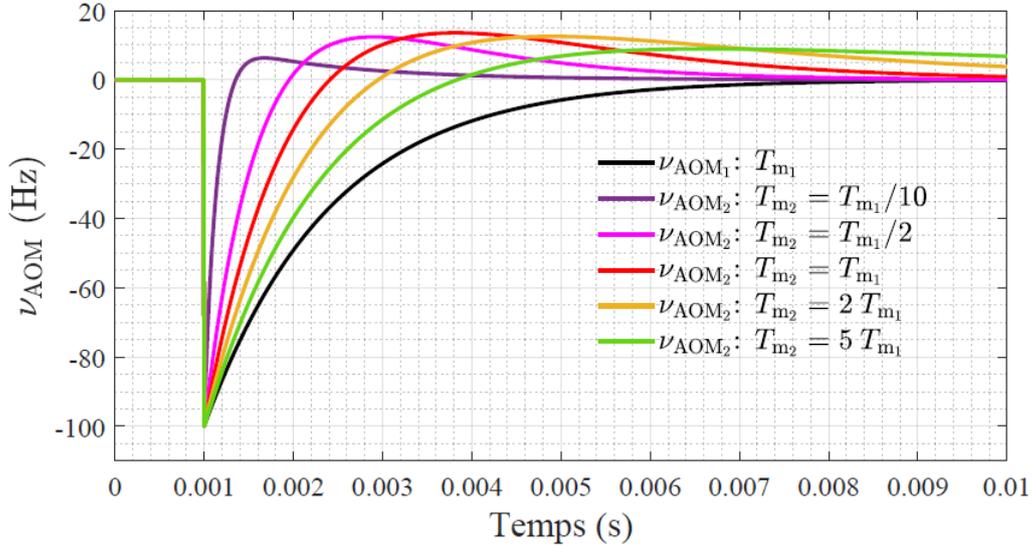


Figure 5.4 – Simulation de l'évolution des fréquences optiques  $\nu_{\text{AOM}_1}$  et  $\nu_{\text{AOM}_2}$  en sortie des AOM pour différentes valeurs du temps de montée  $T_{m_2}$  lorsqu'on introduit une perturbation en échelon d'amplitude  $\delta\nu_L = -100$  Hz sans rotation appliquée.

La Figure 5.4 montre l'impact des différents asservissements sur les fréquences optiques  $\nu_{\text{AOM}_1}$  et  $\nu_{\text{AOM}_2}$  des ondes en sortie des AOM. La fréquence  $\nu_{\text{AOM}_1}$  (en noir) est corrigée avec la même dynamique que  $f_{\text{AOM}_1}$  sur la Figure 5.3. La fréquence de l'onde décalée par l'AOM2 résulte des contributions des corrections simultanées de  $f_{\text{AOM}_1}$  et de  $f_{\text{AOM}_2}$ . Plus  $T_{m_2}$  est court, plus la correction se fait rapidement. On remarque que la fréquence  $\nu_{\text{AOM}_2}$  passe au dessus de zéro avant que l'erreur ne soit totalement compensée. Cette durée de dépassement augmente à mesure que le temps de montée  $T_{m_2}$  augmente.

Étant donné qu'on mesure la vitesse de rotation avec  $f_{\text{AOM}_2}$ , ces simulations nous indiquent que pour minimiser l'erreur il faudrait choisir un asservissement de l'AOM<sub>2</sub> plus lent que l'AOM<sub>1</sub>. De cette manière, les dérives de la fréquences du laser seraient compensées par l'AOM<sub>1</sub>. Néanmoins, l'asservissement de l'AOM<sub>2</sub> doit être suffisamment rapide pour suivre les vitesses de rotations. La prochaine partie vise justement à voir le comportement des asservissements des AOM lorsqu'on applique une rotation sans perturbation de la fréquence du laser.

## Rotation appliquée sans perturbation de la fréquence du laser

On reprend le même programme Simulink que celui de la partie précédente et on suppose que la rotation induit un décalage de  $\Delta\nu_S = 100$  Hz entre les deux ondes asservies à résonance dans les deux sens de la cavité. En accord avec la convention choisie dans le paragraphe précédent, cette rotation modifie de  $-\Delta\nu_S/2 = -50$  Hz la fréquence de résonance dans le sens CCW tandis que dans le sens CW elle subit un changement de  $+\Delta\nu_S/2 = 50$  Hz. La variation de la fréquence de résonance sans aucune rotation est nulle. On n'introduit pas de perturbation de la fréquence du laser, on a donc  $\delta\nu_L = 0$  Hz. On utilise les mêmes gains PID que ceux de la Table 5.1.

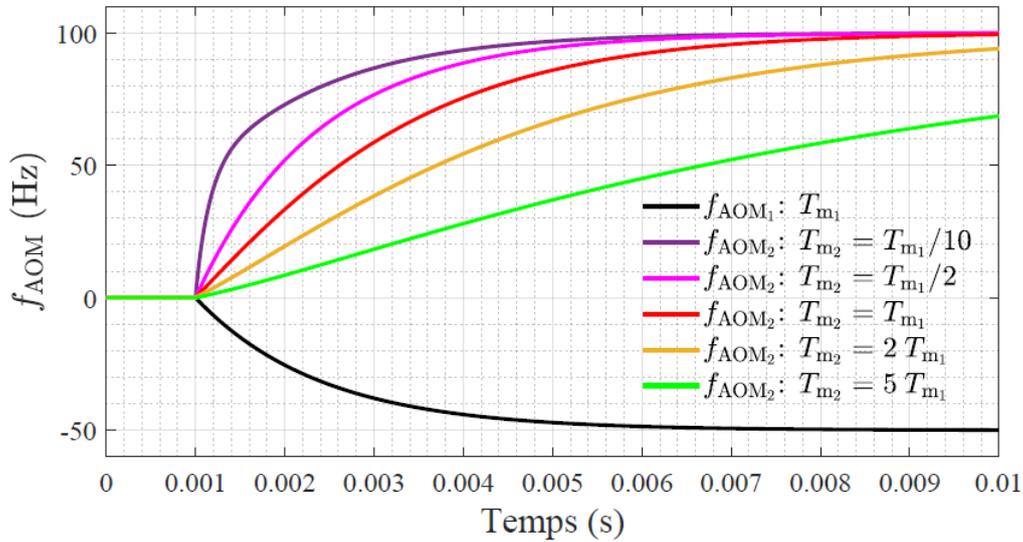


Figure 5.5 – Simulation de l'évolution des fréquences de corrections  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  pour différentes valeurs du temps de montée  $T_{m_2}$  lorsqu'on introduit une rotation équivalent à un décalage en fréquence  $\Delta\nu_S = 100$  Hz sans perturbation de la fréquence du laser.

Tout comme dans la partie précédente, les gains du PID de l'AOM<sub>1</sub> sont fixes avec  $T_{m_1} = 3.10$  ms et on varie les gains du PID de l'AOM<sub>2</sub>. La Figure 5.5 simule l'évolution temporelle des fréquences de corrections  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  pour différentes valeurs de  $T_{m_2}$ . Tout d'abord, on voit que  $f_{AOM_1}$  converge bien vers un décalage de  $-\Delta\nu_S/2$  comme prévu par l'équation (5.2). De même, on a bien  $f_{AOM_2}$  qui converge vers  $\Delta\nu_S$ , comme prévu par l'équation (5.4). Plus le temps de montée  $T_{m_2}$  de l'asservissement de l'AOM<sub>2</sub> est lent par rapport à l'AOM<sub>1</sub>, plus  $f_{AOM_2}$  met du temps à atteindre la consigne de rotation.

La Figure 5.6 montre l'impact des différents asservissements sur les fréquences optiques  $\nu_{AOM_1}$  et  $\nu_{AOM_2}$  en sortie des AOM pour  $\Delta\nu_S = 100$  Hz. Elles convergent bien respectivement vers  $-\Delta\nu_S/2$  et  $+\Delta\nu_S/2$  par rapport à la résonance sans rotation, comme prévu par les équations (5.1) et (5.3). On remarque que lorsque  $T_{m_2} < T_{m_1}$ , la fréquence optique  $\nu_{AOM_2}$  diminue

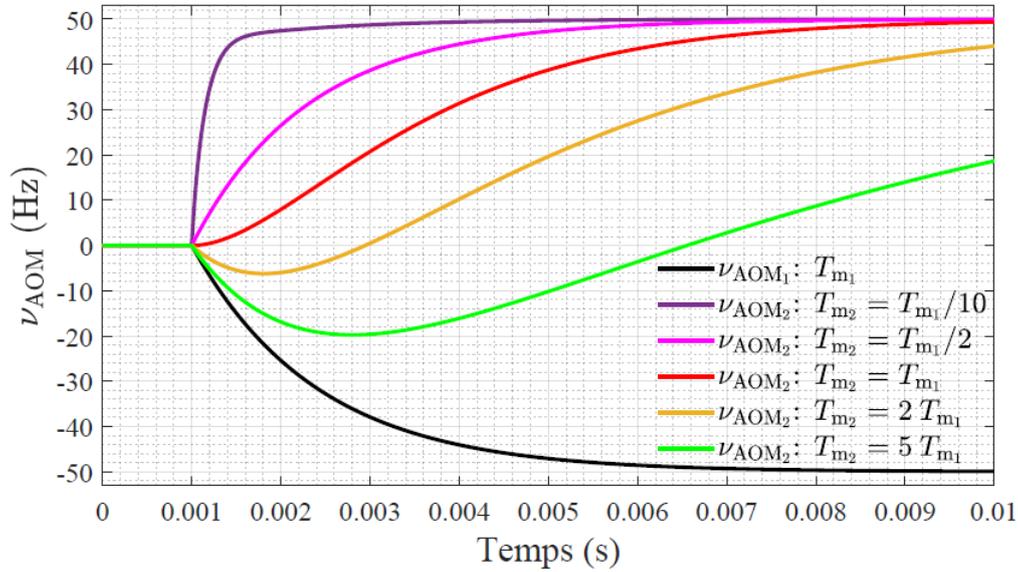


Figure 5.6 – Simulation de l'évolution des fréquences optiques  $\nu_{\text{AOM}_1}$  et  $\nu_{\text{AOM}_2}$  en sortie des AOM pour différentes valeurs du temps de montée  $T_{m_2}$  lorsqu'on introduit une rotation équivalent à un décalage en fréquence  $\Delta\nu_S = 100$  Hz sans perturbation de la fréquence du laser.

initialement vers les fréquences négatives avant de converger vers sa valeur finale. Le dépassement dans les fréquences négatives est dû à la dynamique de l'AOM<sub>1</sub> qui est plus rapide. Ce dépassement augmente à mesure que  $T_{m_2}$  augmente. La prochaine partie vise à étudier le cas d'une rotation couplée à une perturbation de la fréquence du laser.

### Rotation appliquée avec perturbation de la fréquence du laser

On effectue la même simulation que dans les deux parties précédentes en appliquant simultanément la même rotation mais en ajoutant une perturbation aléatoire de la fréquence optique du laser  $\delta\nu_L$ . Cette dernière suit l'évolution tracée sur la Figure 5.7 qui représente un bruit aléatoire modélisé comme une suite de saut d'amplitude variable toutes les 0.1 ms, soit avec une fréquence de 10 kHz.

La Figure 5.8 montre les simulations de  $f_{\text{AOM}_2}$  pour les cinq valeurs de  $T_{m_2}$  et un unique temps de montée  $T_{m_1}$  de  $f_{\text{AOM}_1}$  de 3.10 ms. Les temps de montée des asservissements ainsi que les convergences n'ont pas changé par rapport à la Figure 5.5. Néanmoins, l'influence du bruit aléatoire de la fréquence du laser varie selon les gains du PID de l'asservissement de l'AOM<sub>2</sub>. Plus le temps de montée  $T_{m_2}$  est long, moins le bruit du laser se répercute sur la mesure de  $f_{\text{AOM}_2}$  et donc sur la mesure de la vitesse de rotation. Tout se passe comme si le PID de l'AOM<sub>2</sub> agissait tel un filtre passe-bas.

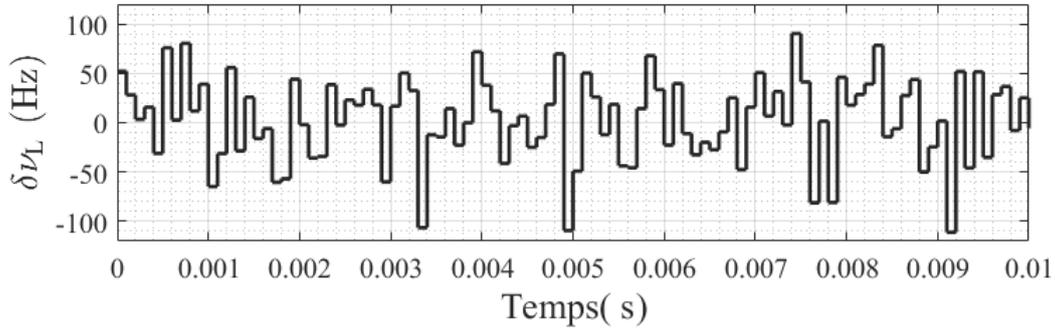


Figure 5.7 – Perturbation aléatoire à 10 kHz appliquée à la fréquence du laser durant la simulation menant à l’obtention de la Figure 5.8.

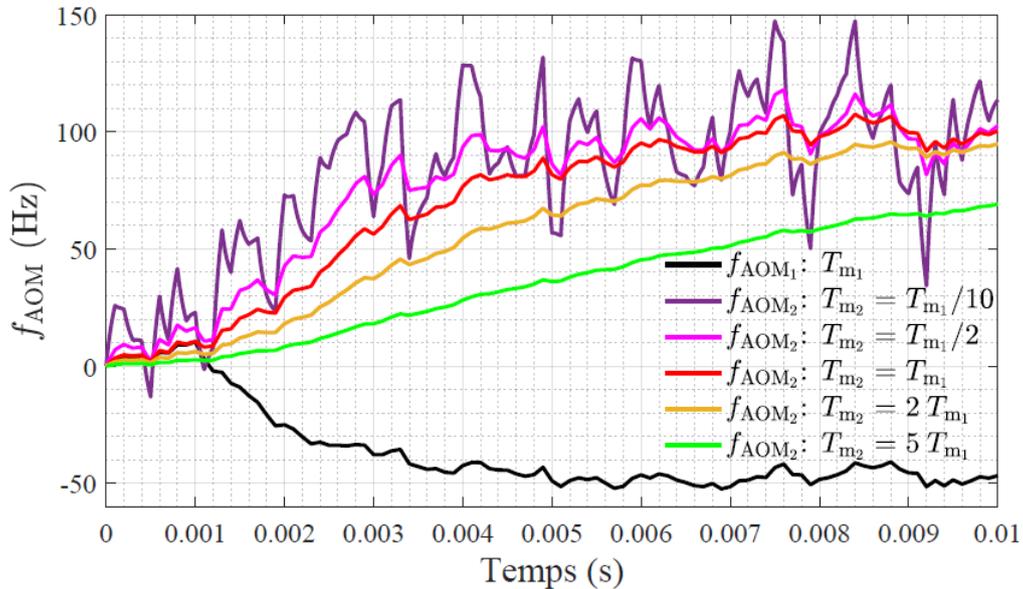


Figure 5.8 – Simulation de l’évolution des fréquences de corrections  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  pour différentes valeurs du temps de montée  $T_{m_2}$  lorsqu’on introduit une rotation équivalent à un décalage en fréquence  $\Delta\nu_S = 100$  Hz avec une perturbation de la fréquence du laser selon la Figure 5.7.

Cette simulation nous permet de conclure que l’optimisation de l’asservissement de l’AOM<sub>2</sub> conduit à deux contraintes antagonistes. Il faudrait que l’asservissement de la fréquence de l’AOM<sub>2</sub> soit le plus lent possible pour filtrer au mieux le bruit dû aux fluctuations de la fréquence laser. Mais, s’il est trop lent, le temps de convergence et de mesure de la vitesse de rotation sera incompatible de la bande passante visée pour le gyromètre. Il y a un compromis à faire et notre choix est de s’affranchir au mieux du bruit du laser, par conséquent il est préférable de régler l’asservissement de l’AOM<sub>2</sub> aussi lent que possible.

En réalité, le bruit de fréquence du laser ne se limite pas à une composante à 10 kHz et il est décrit par une densité spectrale qui est représentée sur la Figure 2.21(b). On aura donc toujours une partie du bruit de fréquence du laser qui se répercutera sur la mesure de  $f_{AOM_2}$ , comme le montre l'équation (5.17). Au delà de ce compromis pas forcément atteignable, on montrera que l'architecture de type "trois ondes" permet de résoudre ce problème.

#### 5.1.4 Mesure de la vitesse de rotation avec le montage de type "deux ondes"

On présente dans cette partie les résultats des mesures de vitesse de rotation obtenues avec le montage de type "deux ondes" dont le schéma complet est l'architecture illustrée sur la Figure 5.9. Ce montage est le même que celui de la Figure 3.17, à la différence qu'on sonde la transmission de la cavité à fibre standard dans les deux sens de propagation CCW et CW. Le principe de fonctionnement est le même que celui de la Figure 5.1.

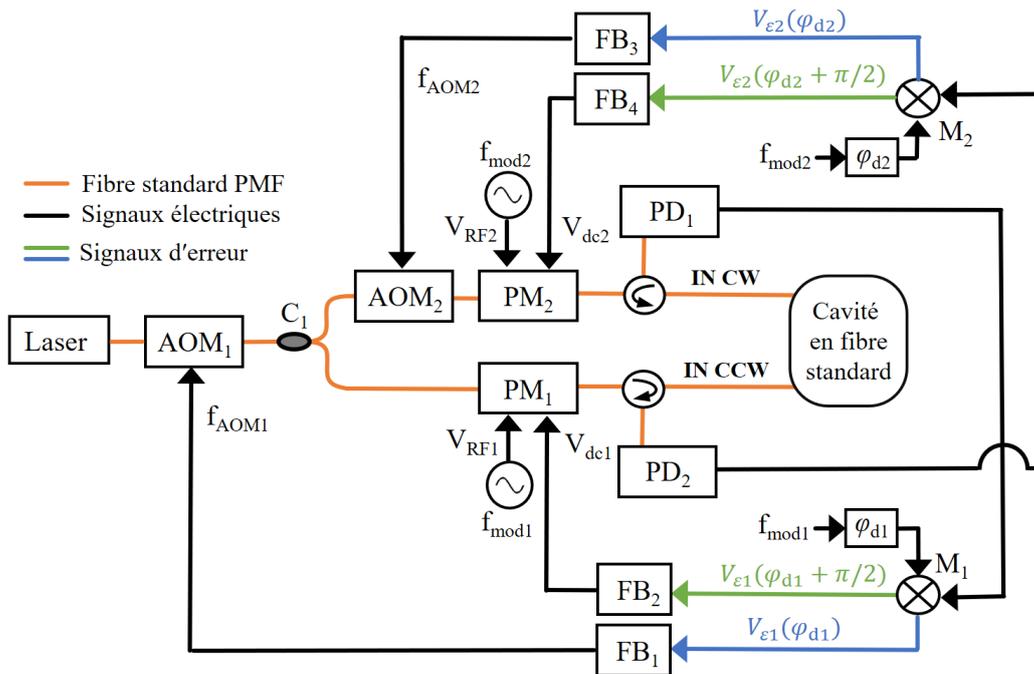


Figure 5.9 – Schéma du montage de type "deux ondes" pour mesurer la vitesse de rotation avec la cavité à fibre standard. PD : photodiode, M : mixeur, FB : filtre de boucle, C : coupleur.

Comme dans le Chapitre 3, on a deux AOM d'ordre +1 de fréquences  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  qui sont respectivement choisies avec des fréquences centrales de 200 MHz et 110 MHz. Une fois les asservissements de fréquences et de RAM activés,  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  sont séparées par 8 intervalles spectraux libres, soit environ 108.8 MHz. On a deux boucles d'asservissement de fréquence avec deux modulateurs de phase  $PM_1$  et  $PM_2$  modulés respectivement à  $f_{mod1} = 70$  kHz

et  $f_{\text{mod}2} = 80$  kHz. Chaque asservissement a une phase de démodulation choisie pour optimiser la pente du signal d'erreur en fréquence. Les filtres de boucle  $\text{FB}_1$  et  $\text{FB}_3$  servent à asservir les fréquences optiques tandis que  $\text{FB}_2$  et  $\text{FB}_4$  suppriment la RAM avec le signal en quadrature selon notre méthode présentée au Chapitre 3. Chaque filtre de boucle est composé d'un filtre passe-bas du 1<sup>er</sup> ordre avec une bande passante de 1 kHz suivi d'un correcteur PID.

Les expériences ont été effectuées avec la cavité en fibre standard à maintien de polarisation présentée dans le Chapitre 4. Cette dernière est placée dans une étuve positionnée sur une table tournante. On choisit de présenter des études en rotation avec la cavité en fibre standard puisque les cavités en fibre à cœur creux développées au cours de cette thèse n'ont malheureusement pas été suffisamment stables dans le temps pour effectuer des essais concluants.

La technique expérimentale pour optimiser nos asservissements est la même pour chacun des composants asservis. Elle consiste à appliquer un léger saut de fréquence sur la fréquence du laser pour vérifier la convergence et la stabilité des asservissements. Pour le montage utilisé, on choisit d'asservir les dérives du laser avec un  $\text{AOM}_1$  très rapide par rapport à l' $\text{AOM}_2$ , comme le suggère l'étude de la partie précédente. De cette manière, les bruits et fluctuations de la fréquence du laser aux hautes fréquences sont corrigés pas l' $\text{AOM}_1$  et se répercutent peu sur les mesures des fréquences de correction de l' $\text{AOM}_2$ . On choisit des gains d'asservissements des PM identiques pour le montage "deux ondes" et le montage "trois ondes" avec un temps de montée d'environ 1 ms, comme sur la Figure 3.16. Cela correspond à une bande passante de l'ordre de 3 kHz. Les dérives lentes de la RAM sont ainsi correctement compensées.

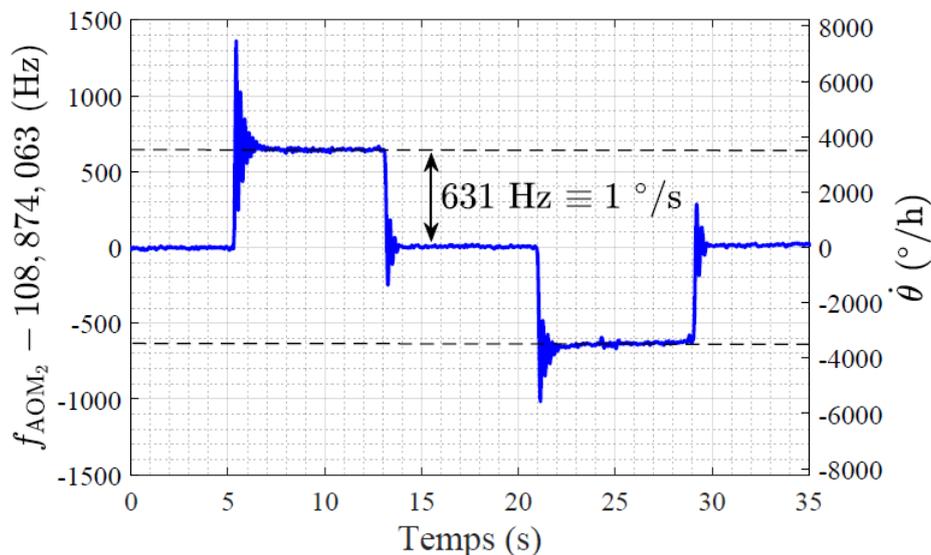


Figure 5.10 – Mesure de l'évolution temporelle de la fréquence de correction  $f_{\text{AOM}_2}$  sur l'axe de gauche autour de sa valeur moyenne lorsqu'on soumet la cavité à des rotations successives de  $+1^\circ/\text{s}$ . La valeur du décalage en fréquence est convertie en vitesse de rotation sur l'axe de droite. Le signal est filtré à 10 Hz.

On mesure la vitesse de rotation avec le montage de type "deux ondes" de la Figure 5.9. On règle les gains des asservissements des AOM<sub>1</sub> et AOM<sub>2</sub> de façon à ce que leurs bandes passantes soient respectivement environ 50 kHz et 50 Hz. On applique successivement une rotation de  $\pm 1$  °/s à notre cavité en fibre standard. On acquiert la fréquence de correction  $f_{\text{AOM}_2}$  qui est tracée sur la Figure 5.10 autour de sa valeur moyenne. Pour rappel, selon l'équation (5.4),  $f_{\text{AOM}_2}$  mesure la fréquence de décalage  $\Delta\nu_S$  autour de  $8 \Delta\nu_{\text{ISL}_0}$ . On convertit la fréquence en vitesse de rotation en °/h sur l'axe de droite avec le facteur d'échelle  $K_S = 0.17257$  Hz/(°/h) de la cavité en fibre standard. Tout d'abord, on constate que l'asservissement converge bien vers la consigne mais subit quelques oscillations, malgré la calibration des gains. Elles sont dues aux vibrations de la table tournante lors du changement brutal de vitesse de rotation. On mesure un saut de fréquence de 631 Hz pour une rotation de  $+1$  °/s.

On effectue la même expérience avec plusieurs vitesses de rotation pour vérifier la stabilité du facteur d'échelle. On mesure le décalage en fréquence  $\Delta\nu_S$  dû à l'effet Sagnac pour des vitesses de rotation allant de  $\pm 0.01$  °/s à  $\pm 5$  °/s sur la Figure 5.11(a). On trace également une droite d'ajustement (en noir) qui a pour équation :

$$\Delta\nu_S \text{ (Hz)} = 631.16 \times \dot{\theta} \text{ (°/s)} + 6.8261 . \quad (5.22)$$

On reconnaît là le facteur d'échelle qu'on mesure égal à  $K_S = 631.16$  Hz/(°/s). Sa valeur théorique avait été évaluée à 621 Hz/(°/s) pour un enroulement de 8 cm de diamètre. Cela coïncide à peu de choses près avec la mesure. Il est possible que l'enroulement de la fibre ne mesure pas exactement un diamètre de 8 cm.

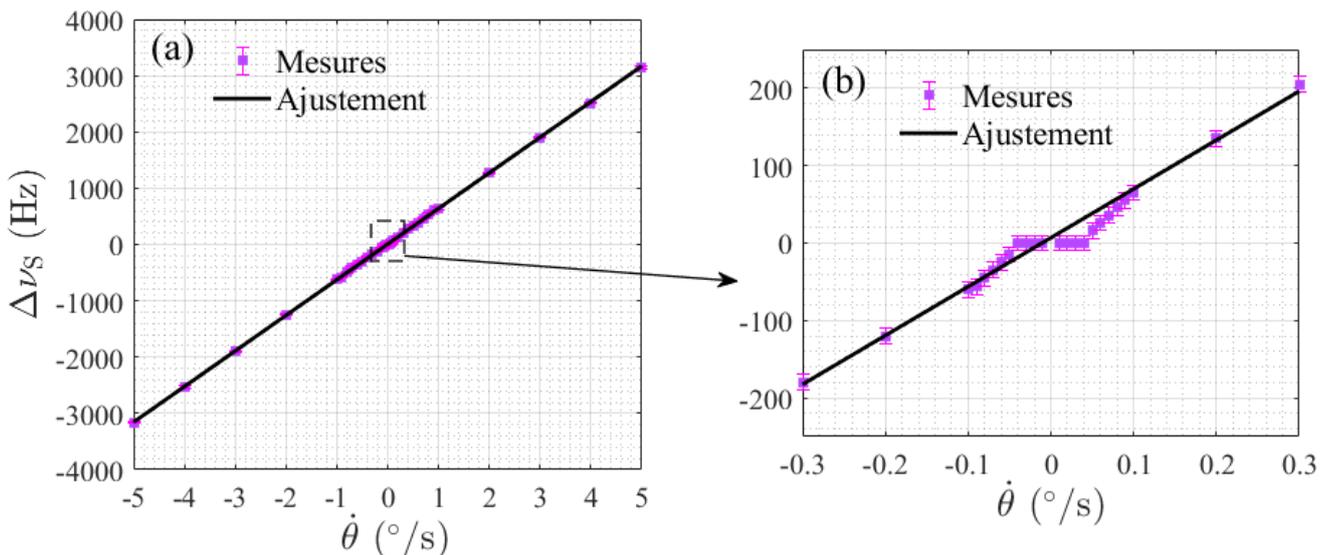


Figure 5.11 – (a,b) Mesures et ajustement du décalage en fréquence  $\Delta\nu_S$  dû à l'effet Sagnac en fonction de la vitesse de rotation de la cavité  $\dot{\theta}$  allant de  $\pm 0.01$  °/s à  $\pm 5$  °/s.

La Figure 5.11(b) montre une partie zoomée autour des faibles vitesses de rotation. On remarque la présence d'une zone aveugle pour  $|\dot{\theta}| \leq 0.04$  °/s. La mesure de la fréquence de décalage  $\Delta\nu_S$  se retrouve confondue dans un bruit de fréquence avec un écart-type d'environ 20 Hz.

On n'applique maintenant plus de rotation à la cavité. La Figure 5.12(a) trace l'acquisition de  $f_{\text{AOM}_2}$  autour de sa valeur moyenne. L'axe de gauche représente la fréquence de  $f_{\text{AOM}_2}$  en Hz et on mesure un écart-type de 20 Hz. L'axe de droite est directement converti en vitesse de rotation en °/h.

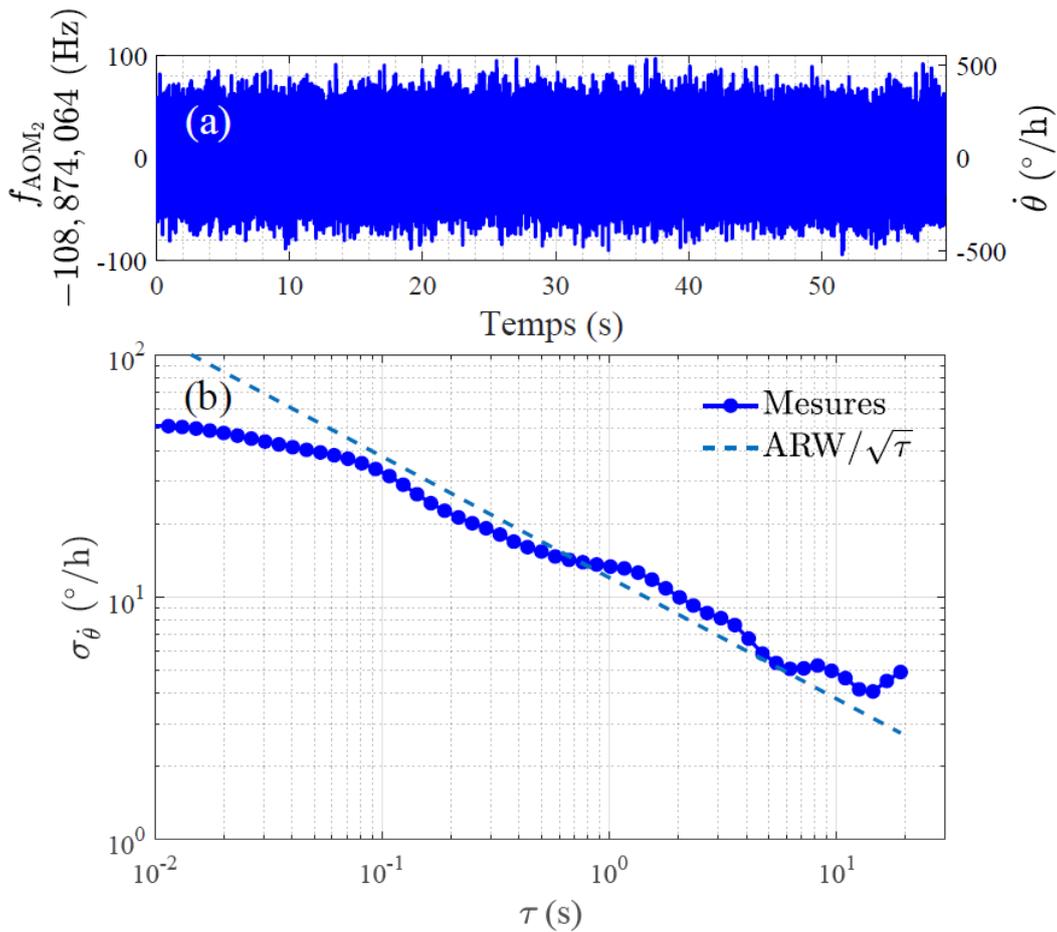


Figure 5.12 – (a) Mesure de l'évolution temporelle de la fréquence de correction  $f_{\text{AOM}_2}$  autour de sa valeur moyenne (en Hz à gauche et converti en °/h à droite) lorsqu'on ne soumet aucune rotation à la cavité avec un montage de type "deux ondes". (b) Calculs de la déviation d'Allan  $\sigma_{\dot{\theta}}$  de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  en fonction du temps d'intégration  $\tau$  avec tracé de l'ajustement de la courbe du bruit blanc  $\text{ARW}/\sqrt{\tau}$ .

Les points bleus sur la Figure 5.12(b) montrent les calculs de la déviation d'Allan  $\sigma_{\dot{\theta}}$  en °/h de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  en fonction du temps d'intégration  $\tau$ . Pour rappel, la déviation

d'Allan était introduite à la section 1.2.3 et permet d'identifier les différents types de bruits sur la mesure. Le minimum atteint par la déviation d'Allan correspond à une stabilité de biais de  $4 \text{ }^\circ/\text{h}$  pour un temps d'intégration  $\tau = 14 \text{ s}$ . Dans le Chapitre 2, on avait quantifié dans la Table 2.4 les différentes limitations et leurs impacts sur la vitesse de rotation. On estimait que l'effet Kerr provoque un biais d'environ  $3 \text{ }^\circ/\text{h}$  sur notre mesure, ce qui correspond à peu près à notre stabilité de biais. On peut donc soupçonner que l'effet Kerr constitue le bruit dominant dans notre système avec la cavité à fibre standard.

La courbe en trait pointillé bleu sur la Figure 5.12(b) représente un ajustement d'un bruit blanc sur la déviation d'Allan qui suit l'expression :

$$\sigma_{\dot{\theta}} = \text{ARW}/\sqrt{\tau} , \quad (5.23)$$

avec  $\text{ARW} = 12 \text{ } (^\circ/\text{h})/\sqrt{\text{Hz}} = 0.2 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$  la marche au hasard angulaire pour  $\tau = 1 \text{ s}$ . Ces performances correspondent à un gyromètre de la classe tactique selon la Table 1.1. Elles ne suffisent donc pas pour atteindre la classe inertielle avec biais de stabilité sous les  $0.01 \text{ }^\circ/\text{h}$  et une ARW sous les  $0.005 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$ .

Pour se convaincre du fait que l'effet Kerr est notre principale limitation, on pourrait contrôler la puissance optique de manière très fine ou effectuer des essais de vitesse de rotation avec une cavité en fibre à cœur creux. Nous n'avons malheureusement pas réussi à correctement stabiliser une de ces cavités pour effectuer de tels essais. Nous avons alors débuté, en parallèle, le développement d'une cavité à miroirs dont la caractérisation préliminaire est présentée en Annexe J. Nous espérons nous affranchir de l'impact de l'effet Kerr avec cette nouvelle cavité.

## 5.2 Mesure de la vitesse de rotation en "trois ondes"

Comme mentionné dans la partie précédente, le montage de type "deux ondes" ne permet pas de compenser les effets de la fluctuation de l'ISL de la cavité et il peut induire un couplage. On peut introduire un troisième faisceau qui sonde la cavité pour mesurer les fluctuations de l'ISL et corriger les erreurs sur la mesure de rotation. Cette technique a fait l'objet d'un brevet Thales/CNRS déposé en 2015 [220]. Dans cette section on présente le montage de type "trois ondes" et l'expression analytique de la troisième fréquence de contre-réaction. On montre que selon le calcul effectué, les perturbations de l'ISL et de la fréquence du laser peuvent être compensées ou amplifiées. On présente ensuite les résultats de mesures de vitesses de rotation.

### 5.2.1 Montage de type "trois ondes"

Le montage de type "trois ondes" est illustré sur la Figure 5.13 qui est une version simplifiée du montage complet en Figure 5.15. Les configurations des  $\text{AOM}_1$ ,  $\text{AOM}_2$ ,  $\text{PM}_1$  et  $\text{PM}_2$  ainsi que leurs boucles d'asservissement sont les mêmes que celles de la Figure 5.9. La lumière sortie

de l'AOM<sub>1</sub> est scindée en deux par le coupleur C<sub>1</sub> : une partie se dirige vers l'AOM<sub>2</sub> comme auparavant et la seconde partie est à nouveau coupée en deux par le coupleur C<sub>2</sub>. Un des deux bras est modulé en phase par PM<sub>1</sub>. L'autre bras passe par un AOM<sub>3</sub> d'ordre -1. Les deux faisceaux modulés sont recombinaés par le coupleur C<sub>3</sub> puis sont injectés dans le sens CCW de la cavité à fibre standard. La photodiode PD<sub>1</sub> récupère la transmission de la cavité dans le sens CCW et permet de générer les signaux d'erreur et asservir respectivement les fréquences  $\nu_L + f_{AOM_1}$  et  $\nu_L + f_{AOM_1} - f_{AOM_3}$  à résonance dans le sens CCW.

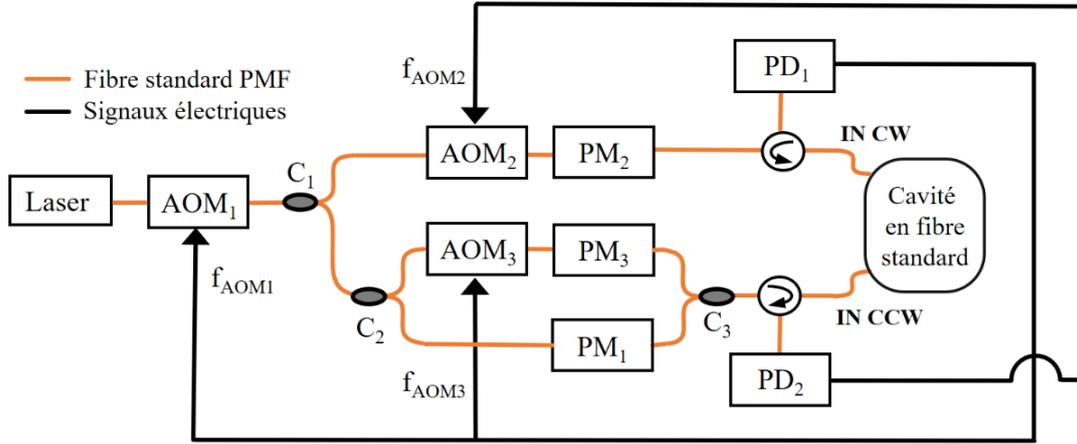


Figure 5.13 – Schéma simplifié du montage de type "trois ondes" de la Figure 5.15.

Les expressions des fréquences de décalage  $f_{AOM_1}$  et  $f_{AOM_2}$  sont similaires à celles de la partie précédente. Concernant la troisième onde optique, on considère que la fréquence en sortie de l'AOM<sub>3</sub> est décalée de  $p_3\Delta\nu_{ISL}$  où  $p_3 \in \mathbb{N}$ . Lorsque l'asservissement de fréquence est bouclé, la fréquence optique  $\nu_{AOM_3}$  en sortie de l'AOM<sub>3</sub> est à résonance et devient :

$$\nu_{AOM_3} = \nu_L + f_{AOM_1} - f_{AOM_3} = (p + p_1 - p_3)\Delta\nu_{ISL} - \frac{\Delta\nu_S}{2}, \quad (5.24)$$

On a un signe négatif devant  $f_{AOM_3}$  et  $p_3$  car l'AOM<sub>3</sub> est d'ordre -1. On en déduit la fréquence de décalage  $f_{AOM_3}$  avec l'équation (5.2) :

$$f_{AOM_3} = p_3\Delta\nu_{ISL}. \quad (5.25)$$

On retrouve bien une mesure de  $p_3 = 8$  intervalles spectraux libres directement avec la mesure de  $f_{AOM_3}$ . Les fréquences de décalage  $f_{AOM_2}$  et  $f_{AOM_3}$  mesurent donc 8 intervalles spectraux libres mais dans des sens de propagation différents. On compare leurs mesures sur la Figure 3.19 où on observe une différence de 13 Hz entre les deux ISL. Pour le montage de la Figure 5.13, avec les équations (5.4) et (5.25), on a dans le cas général :

$$f_{AOM_2} - \frac{p_2}{p_3}f_{AOM_3} = \Delta\nu_S, \quad (5.26)$$

$$f_{AOM_2} + f_{AOM_3} = (p_2 + p_3)\Delta\nu_{ISL} + \Delta\nu_S. \quad (5.27)$$

Le montage de type "trois ondes" mesure donc en temps réel l'intervalle spectral libre. Dans notre montage expérimental de la Figure 5.15, l'AOM<sub>2</sub> (d'ordre +1) et l'AOM<sub>3</sub> (d'ordre -1) décalent respectivement la fréquence de  $+8 \Delta\nu_{\text{ISL}_0}$  et  $-8 \Delta\nu_{\text{ISL}_0}$  par rapport à l'AOM<sub>1</sub>, on a donc  $p_2 = p_3 = 8$ . Par conséquent, les équations (5.26) et (5.27) deviennent dans notre cas :

$$f_{\text{AOM}_2} - f_{\text{AOM}_3} = \Delta\nu_S, \quad (5.28)$$

$$f_{\text{AOM}_2} + f_{\text{AOM}_3} = 16\Delta\nu_{\text{ISL}} + \Delta\nu_S. \quad (5.29)$$

Il s'agit maintenant de voir comment corriger les erreurs dues à la fluctuation de l'ISL du laser afin de retrouver directement la vitesse de rotation sans les perturbations.

### 5.2.2 Modélisation du couplage des asservissements de fréquence dans un montage de type "trois ondes"

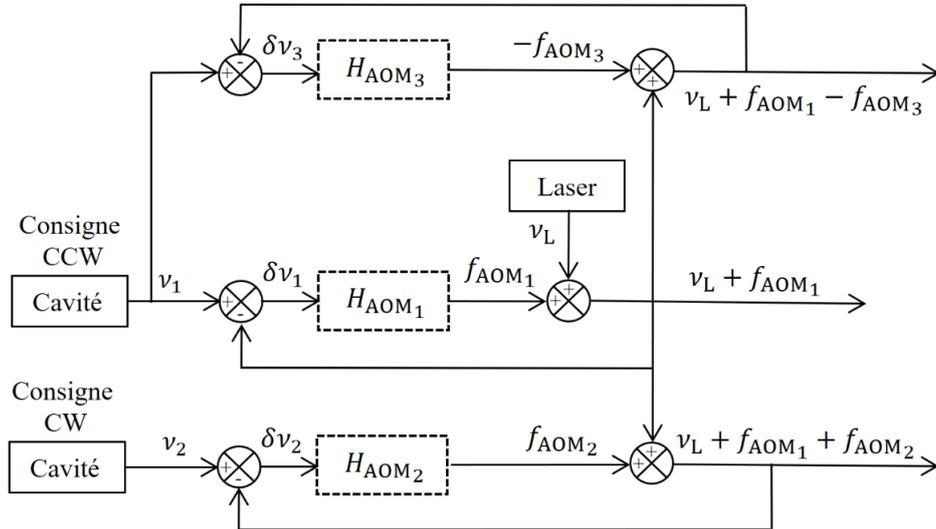


Figure 5.14 – Schéma bloc des trois boucles fermées décrivant le couplage des asservissements des fréquences en sorties des AOM<sub>1</sub>, AOM<sub>2</sub> et AOM<sub>3</sub> de l'expérience de la Figure 5.13.

Les fonctions de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> dans le sens CCW et de l'AOM<sub>2</sub> dans le sens CW sont comme pour le montage de type "deux ondes" et suivent respectivement les équations (5.12) et (5.13). Celle de l'asservissement de l'AOM<sub>3</sub> est similaire et s'écrit :

$$H_{\text{AOM}_3}(\omega) = K_{\varepsilon_3} H_{\text{PD}}(\omega) H_{\text{FPB}}(\omega) H_{\text{PID}_3}(\omega). \quad (5.30)$$

Avec le schéma bloc de la Figure 5.14, on détermine l'évolution de  $f_{\text{AOM}_3}$  qui tient compte de l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> :

$$-f_{\text{AOM}_3}(\omega) = H_{\text{AOM}_3}(\omega) \left[ \nu_1(\omega) - \left( \nu_L(\omega) + f_{\text{AOM}_1} - f_{\text{AOM}_3}(\omega) \right) \right]. \quad (5.31)$$

On voit bien ici que l'asservissement de l'AOM<sub>3</sub> est aussi couplé avec l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub>. En remplaçant  $f_{\text{AOM}_1}$  par son expression (5.15), on obtient :

$$f_{\text{AOM}_3}(\omega) = -\frac{H_{\text{AOM}_3}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_3}(\omega)} \frac{1}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \left( \nu_1(\omega) - \nu_L(\omega) \right). \quad (5.32)$$

Là aussi, si l'AOM<sub>1</sub> n'est pas correctement asservi à résonance, l'AOM<sub>3</sub> ne le sera pas non plus et la valeur de l'ISL qu'on mesure avec  $f_{\text{AOM}_3}(\omega)$  sera biaisée.

### Étude de la dynamique de l'asservissement de $f_{\text{AOM}_3}$

Comme dans la section précédente, on suppose que les fluctuations de la fréquence de résonance sont réciproques dans les deux sens de propagations. Les fréquences  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  et  $\nu_L$  suivent respectivement les équations (5.18) et (5.19) et (5.20). On remplace ces trois dernières équations dans l'équation (5.32) pour étudier les variations  $\delta f_{\text{AOM}_3}$  de la fréquence  $f_{\text{AOM}_3}$  autour de sa valeur initiale (supposée constante). Comme auparavant, on prend seulement en compte les termes non constants que sont  $\delta\nu_{\text{res}}$ ,  $\delta\nu_L$  et  $\Delta\nu_S$  et on obtient :

$$\delta f_{\text{AOM}_3}(\omega) = -\frac{H_{\text{AOM}_3}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_3}(\omega)} \frac{1}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \left( \delta\nu_{\text{res}}(\omega) - \frac{\Delta\nu_S(\omega)}{2} - \delta\nu_L(\omega) \right). \quad (5.33)$$

On retrouve la vitesse de rotation via  $\Delta\nu_S$  qu'on calcule avec les équations (5.28) et (5.29). On fait l'hypothèse de choisir les mêmes pentes et gains pour les asservissements de l'AOM<sub>2</sub> et l'AOM<sub>3</sub>, par conséquent on a  $H_{\text{AOM}_2}(\omega) = H_{\text{AOM}_3}(\omega)$ . Avec les équations (5.21) et (5.33) on obtient :

$$\delta f_{\text{AOM}_2}(\omega) - \delta f_{\text{AOM}_3}(\omega) = \frac{H_{\text{AOM}_2}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_2}(\omega)} \frac{1}{1 + H_{\text{AOM}_1}(\omega)} \left[ 2 \left( \delta\nu_{\text{res}}(\omega) - \delta\nu_L(\omega) \right) + \Delta\nu_S(\omega) \right], \quad (5.34)$$

$$\delta f_{\text{AOM}_2}(\omega) + \delta f_{\text{AOM}_3}(\omega) = \frac{H_{\text{AOM}_2}(\omega)}{1 + H_{\text{AOM}_2}(\omega)} \Delta\nu_S(\omega). \quad (5.35)$$

On remarque que dans notre configuration, le résultat n'est pas le même selon le calcul effectué pour trouver la vitesse de rotation. Dans le cas où on calcule  $f_{\text{AOM}_2} - f_{\text{AOM}_3}$ , l'équation (5.34) nous montre que la mesure est entachée d'un bruit transitoire dû aux fluctuations réciproques de la longueur de cavité  $\delta\nu_{\text{res}}$  et aux fluctuations la fréquence laser  $\delta\nu_L$ . La quantité de bruit est même multipliée par deux. En revanche, en calculant  $f_{\text{AOM}_2} + f_{\text{AOM}_3}$ , l'équation (5.35) montre qu'on arrive correctement à s'affranchir de ces fluctuations grâce au montage de type "trois ondes". Dans ce dernier cas, l'équation (5.29) montre que la mesure de  $\Delta\nu_S$  s'effectue autour de  $16\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Si nous avons utilisé un AOM<sub>3</sub> d'ordre +1, il aurait fallu qu'il décale d'un nombre différent d'ISL pour réduire la rétrodiffusion. Les facteurs  $p_2$  et  $p_3$  dans les équations (5.28) et (5.29) auraient ainsi empêché la compensation des bruits. On va maintenant vérifier ces prédictions de manière expérimentale dans la prochaine partie.



la RAM. Pour le montage utilisé, on choisit d'asservir les dérives du laser avec un AOM<sub>1</sub> très rapide par rapport à l'AOM<sub>2</sub> et à l'AOM<sub>3</sub>, comme le suggère l'étude de la partie précédente. Les gains de l'asservissement de l'AOM<sub>1</sub> sont paramétrés pour avoir une bande passante d'environ 1 kHz tandis que ceux des AOM<sub>2</sub> et AOM<sub>3</sub> sont similaires avec une bande passante de 10 Hz.

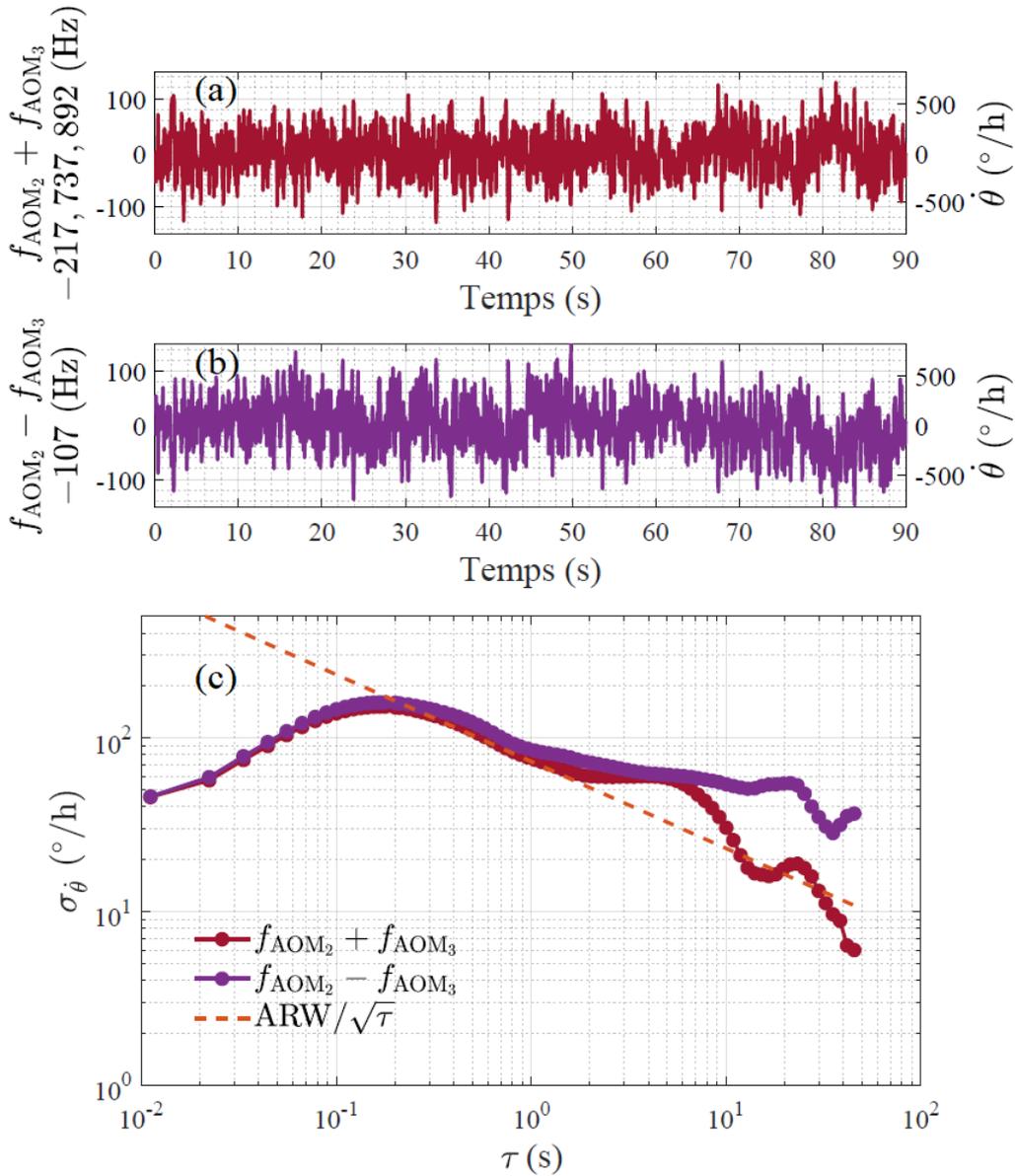


Figure 5.16 – Mesure de l'évolution temporelle de (a)  $f_{\text{AOM}_2} + f_{\text{AOM}_3}$  de (b)  $f_{\text{AOM}_2} - f_{\text{AOM}_3}$  et autour de leurs valeurs moyennes (en Hz à gauche et converti en °/h à droite) lorsqu'on ne soumet aucune rotation à la cavité avec un montage de type "trois ondes". (c) Calculs de la déviation d'Allan  $\sigma_{\dot{\theta}}$  de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  en fonction du temps d'intégration  $\tau$  à partir des courbes (a) et (b) avec tracé de l'ajustement de la courbe du bruit blanc  $\text{ARW}/\sqrt{\tau}$ .

Toujours avec notre cavité à fibre standard, on acquiert les fréquences de correction  $f_{\text{AOM}_2}$  et  $f_{\text{AOM}_3}$ . Ces mesures avaient permis d'évaluer une différence de 13 Hz entre les ISL de la cavité dans les deux sens de propagation sur la Figure 3.19. On trace sur la Figure 5.16(a) la valeur de  $f_{\text{AOM}_2} + f_{\text{AOM}_3}$  autour de sa valeur moyenne qui correspond à  $16\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . La Figure 5.16(b) montre la valeur de  $f_{\text{AOM}_2} - f_{\text{AOM}_3}$  autour de sa valeur moyenne de 107 Hz qui s'explique par la différence de mesure des ISL dans les deux directions. Les deux courbes ont un écart type de 40 Hz. Les axes de gauche représentent la fréquence en Hz et les axes de droite de (a) et (b) sont convertis en vitesse de rotation en tenant compte du facteur d'échelle théorique de la cavité en fibre standard. On constate que l'asservissement subit quelques dérives à court terme, ce qui est probablement dû à de trop faibles bandes passantes des asservissements des AOM<sub>2</sub> et AOM<sub>3</sub>. Suite à ces mesures, un composant électronique nous permettant de faire l'expérience en montage de type "trois ondes" est devenu disfonctionnel, nous empêchant par la suite d'effectuer d'autres mesures et d'améliorer l'asservissement.

La Figure 5.16(c) affiche les résultats des calculs de la déviation d'Allan  $\sigma_{\dot{\theta}}$  en  $^\circ/\text{h}$  de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  en fonction du temps d'intégration  $\tau$  à partir de la mesure de  $f_{\text{AOM}_2} + f_{\text{AOM}_3}$  (en pourpre) et de  $f_{\text{AOM}_2} - f_{\text{AOM}_3}$  (en violet). Il semblerait que la mesure de  $f_{\text{AOM}_2} - f_{\text{AOM}_3}$  soit entachée d'un bruit aux basses fréquences (pour  $\tau > 1$  s) dû aux fluctuations réciproques de la longueur de cavité ou aux fluctuations de la fréquence laser, comme prévu par l'équation (5.34). En revanche, on montre qu'on réussi à compenser ce bruit avec le calcul de  $f_{\text{AOM}_2} + f_{\text{AOM}_3}$ , cela permet de confirmer les prédictions de l'équation (5.35). Cette observation n'est pas vérifiée pour les plus hautes fréquences (pour  $\tau < 1$  s) car le comportement de la courbe pourpre et violette est similaire.

On obtient avec la courbe pourpre une stabilité du biais de  $6^\circ/\text{h}$  pour un temps d'intégration  $\tau = 45$  s. On note la présence de bruits corrélés et sinusoïdaux sur la mesure de déviation d'Allan. Pour rappel, ces derniers sont liés à la périodicité de la mesure de  $\dot{\theta}$ . En plus du fait que l'asservissement est probablement mal optimisé, on estime que l'effet Kerr contribue également à un biais sur notre mesure, tout comme pour la mesure en montage de type "deux ondes". On trace également sur la Figure 5.16(c) un ajustement du bruit blanc suivant l'expression (5.23). La courbe en pointillé orange est obtenue pour une marche au hasard angulaire pour  $\tau = 1$  s de  $\text{ARW} = 73 (\text{^\circ}/\text{h})/\sqrt{\text{Hz}} = 1.2 \text{^\circ}/\sqrt{\text{h}}$ . Ces performances ne sont également pas suffisantes pour atteindre la classe inertielle pour le moment. Néanmoins nous envisageons plusieurs voies d'amélioration du système d'asservissement avec comme perspective de se rapprocher au mieux des performances de la classe inertielle.

Pour les montages de type "deux ondes" et de type "trois ondes", la solution pour avoir des asservissements de fréquence indépendants (sans couplage) consiste à positionner chaque AOM sur des bras différents. La Figure 1.14(a) donne un exemple de deux asservissements indépendants pour un montage de type "deux ondes". Dans ce cas, les fréquences des AOM subissent directement les mêmes fluctuations de la fréquence du laser qui dérivent vite (plusieurs MHz par minute). On pensait initialement que les montages des Figures 5.9 et 5.15 permettraient

de compenser les importantes dérives de la fréquence du laser avec l'AOM<sub>1</sub> sans qu'elles se répercutent sur les autres AOM qui servent à mesurer l'effet Sagnac. Les études menées durant ce chapitre ont démontré que cela n'était finalement pas le cas.

#### 5.2.4 Alternatives possibles au montage de type "trois ondes"

Il existe dans la littérature deux méthodes comparables qui permettraient à la fois d'asservir la fréquence du laser à résonance et de mesurer l'intervalle spectral libre sans la complexité du montage de la Figure 5.15. Leur point commun est qu'elles utilisent une double modulation de phase mais effectuée de manière différente. On détaille davantage les deux méthodes dans les deux paragraphes suivants :

- R. G. DeVoe et R. G. Brewer proposent en 1984 de faire une double modulation de phase avec deux modulateurs de phases successifs modulés à des fréquences différentes [185]. Cette technique est notamment utilisée en spectroscopie [221]. La première modulation se fait avec une fréquence de modulation égale à l'ISL de la cavité tel que  $f_{\text{mod1}} = \Delta\nu_{\text{ISL}}$ . La seconde fréquence de modulation  $f_{\text{mod2}}$  est supérieure à la largeur de raie (configuration PDH). Une modulation à  $f_{\text{mod1}} \pm f_{\text{mod2}}$  est donc générée. Un unique signal de photodiode est démodulé à  $f_{\text{mod2}}$  pour asservir le laser. Ce même signal de photodiode est également démodulé à  $f_{\text{mod1}} - f_{\text{mod2}}$  pour asservir une cale piézoélectrique sur le résonateur. Selon les auteurs, la double modulation de phase atténue la RAM. Appliquée au gyromètre, cette méthode nous permettrait à la fois d'asservir un laser sur une cavité et de déterminer l'intervalle entre deux résonances. De cette manière, il n'y aurait pas besoin d'effectuer un montage de type "trois ondes" pour corriger les variations d'ISL.
- P. Courteille et al. s'inspirent de la méthode de DeVoe & Brewer dix ans plus tard [186]. Cette fois-ci, la double modulation est effectuée avec un seul modulateur de phase. On module la fréquence de sortie du laser à  $f_{\text{mod1}} = \Delta\nu_{\text{ISL}}$  elle-même modulée à  $f_{\text{mod2}}$ . La modulation globale est légèrement différente de la précédente méthode. Selon les auteurs, il suffirait ensuite de démoduler l'unique signal de photodiode à  $f_{\text{mod2}}$  pour obtenir un meilleur contrôle des modes de cavités tout en étant indépendant des variations de la fréquence du laser. Pour davantage atténuer la RAM, ils placent un étalon devant la photodiode pour équilibrer l'amplitude des bandes latérales.

Ces deux alternatives au montage de type "trois ondes" pourraient faire l'objet de nouvelles expériences à l'avenir pour la suite du projet.

---

# Conclusions et perspectives

---

## Conclusion

Ce manuscrit de thèse rapporte les résultats de recherches menées conjointement entre Thales Avionics, Thales Research & Technology et le laboratoire LuMIn pour le développement d'un gyromètre optique résonant passif. Dans la continuité des travaux précédents, l'objectif de cette thèse est de concevoir une cavité résonante passive basée sur une fibre optique standard ou une fibre à cœur creux pour la réalisation d'un gyromètre de classe inertielle moins coûteux qu'un gyrolaser et avec des dimensions inférieurs à 10 cm.

Nous avons présenté la caractérisation des cavités en fibre standard à maintien de polarisation et en fibre à cœur creux qui ont été développés au cours de cette thèse avec la collaboration de XLIM, GLOphotonics et Kylia. Malgré l'utilisation d'un nouveau type de verre pour sa fabrication, la fibre à cœur creux de type Photonic-Bandgap (PBG) fabriquée spécifiquement pour ces travaux a une transmission qui se dégrade au cours du temps. Elle a aussi une transmission qui varie beaucoup avec la longueur d'onde incidente, peut être à cause du déplacement et de la déformation du mode en sortie de la fibre en fonction de la longueur d'onde. On suspecte également la présence de modes de surfaces (localisés à l'interface en silice entre le cœur creux et la structure de la gaine) qui peuvent se coupler au mode de cœur et perturber le guidage de la lumière. Cette fibre à cœur creux PBG n'est par conséquent pas encore adaptée à l'utilisation dans un gyromètre. Ces résultats nous ont conduit à tester, en parallèle de l'approche fibrée, une nouvelle démarche pour la cavité résonante.

Nous avons aussi identifié certaines sources de bruits pénalisant les performances. Parmi ces limitations, la modulation d'amplitude résiduelle (residual amplitude modulation, RAM) était au début de la thèse notre première source de bruit. Dans le manuscrit, on a présenté ce phénomène et les méthodes actuelles de suppression de la RAM, comme celle proposée en 1985 par N. C. Wong et J. L. Hall. Une modèle théorique nous a permis de comprendre pourquoi, malgré son efficacité en espace libre, elle n'est pas adaptée pour nos montages en composants optiques fibrés. On a montré théoriquement et expérimentalement que la mesure de la RAM donne des résultats différents en différents points du montage optique contenant des composants fibrés. Ces résultats nous ont mené à introduire une nouvelle méthode de compensation de la RAM nécessitant des signaux d'erreurs en quadrature issus de la même photodiode pour à la fois asservir la fréquence du laser sur la résonance de la cavité et supprimer le biais induit par la RAM. Les résultats expérimentaux ont prouvé l'efficacité de notre nouvelle méthode de contrôle de la RAM avec des composants fibrés. Cependant, on a montré qu'elle est mieux adaptée à une cavité observée en transmission plutôt qu'en réflexion.

On a présenté les montages optiques pour sonder la cavité, de type "deux ondes" et "trois ondes", utilisés pour effectuer des mesures de vitesses de rotation. Il se trouve que l'utilisation de tels montages induit un couplage entre les différents asservissements de fréquence qui peut affecter les performances du gyromètre. On a décrit deux mises en oeuvre permettant d'éviter ces couplages. Nous avons montré des mesures de vitesses de rotation effectuées avec la cavité en fibre standard à maintien de polarisation. On a atteint au mieux les performances suivantes : une stabilité de biais de  $4^\circ/\text{h}$  pour un temps d'intégration  $\tau = 14$  s et une marche au hasard angulaire de  $\text{ARW} = 0.2^\circ/\sqrt{\text{h}}$ . Cela correspond à des performances de la classe tactique qui sont deux ordres de grandeurs au dessus des performances visées. On suppose que l'effet Kerr dans la silice est en partie à l'origine de ces performances.

## Perspectives

Comme évoqué précédemment, la technologie des fibres à cœur creux actuelle n'est pas adaptée à nos applications de gyrométrie passive. Des travaux supplémentaires, dépassant le cadre de cette thèse, sont donc nécessaires pour améliorer le niveau de maturité de ces fibres. Les résultats obtenus durant cette thèse nous incitent à tester, en parallèle de l'approche fibrée, une cavité à miroirs qu'on présente en Annexe J. Comme pour les fibres à cœur creux, cette approche permet également de propager la lumière dans l'air et de s'affranchir de l'impact de l'effet Kerr. Le montage est cependant plus compliqué à mettre en oeuvre d'un point de vue expérimental : des miroirs hautement réfléchissants de très faibles pertes doivent être montés de manière athermique (dans notre cas sur un bloc de Zérodur comme ceux de la Figure 2). Pour cela, on peut cependant s'appuyer sur le savoir faire que Thales Avionics maîtrise pour la fabrication du gyrolaser. De plus, l'intervalle spectral libre de notre nouvelle cavité à miroir vaut  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 1.363$  GHz et rend l'utilisation de nos AOM inadaptée pour la mise en oeuvre d'un montage deux ou trois ondes car leurs décalages en fréquence ne dépassent pas les 250 MHz. Il faut donc repenser l'architecture du montage pour être capable de décaler la fréquence de l'ordre d'un ou plusieurs ISL afin de mesurer la vitesse de rotation. Plusieurs pistes sont envisagées comme l'utilisation de modulateurs de phase associés à des filtres optiques comme décaleurs de fréquence. Nos premiers résultats avec des miroirs de type semi-conducteurs montrent qu'un effet non linéaire thermo-optique est présent dans ces miroirs. Il induit un comportement bistable autour de la résonance. Il se traduit par une déformation des pics de résonance et empêche un asservissement correct. Il s'agit maintenant de fabriquer des miroirs avec une autre technologie pour avoir une cavité stable qui ne présente aucun défaut d'alignement ni de bistabilité.

En ce qui concerne les perspectives du gyromètre optique résonant passif de manière générale, on peut tout de même proposer plusieurs pistes d'améliorations et de sujets à creuser :

- on pourrait tester de nouvelles approches de traitement du signal avec une double modulation de phase comme celle proposée par R. G. DeVoe et R. G. Brewer [185] ou encore

- P. Courteille et al. [186] afin de s'affranchir du montage de type "trois ondes".
- il serait intéressant d'évaluer la stabilité en fréquence de nos cavités en la comparant à plusieurs autres fréquences optiques stabilisées comme par exemple :
    - une fréquence optique asservie sur un discriminateur de fréquence optique (optical frequency discriminator, OFD) : il permet de stabiliser une fréquence laser sur un circuit optique contrôlé en température.
    - une fréquence optique asservie sur une raie atomique de gaz comme le cyanure d'hydrogène : les raies atomiques sont connues pour leurs grandes stabilités thermiques.
    - une fréquence optique extrêmement pure et stabilisée comme celle du réseau Refimeve (Réseau Fibré Métrologique à Vocation Européenne) qui délivre une référence de fréquence optique.
  - on pourrait utiliser une source de lumière à large bande spectrale et tester l'approche du RFOG à source blanche de l'expérience de la Figure 1.13 proposée par les universités Zhejiang et Shanghai Jiao Tong. Il s'agit de vérifier l'efficacité de cette technique et par la suite l'adapter à nos applications. Nous avons tenté de reproduire ces travaux avec nos composants optiques mais pour l'instant sans succès.
  - afin de contribuer à la miniaturisation du système, il faudrait réduire l'encombrement des composants optiques comme le(s) laser(s) et les modulateurs de phases. Pour cela, plusieurs projets sont en cours au sein de Thales pour caractériser des lasers en photonique intégrée et concevoir des modulateurs de phase également en photonique intégrée.



---

# Annexes

---

## A Matériel utilisé

On donne ici une liste du matériel utilisé pour effectuer les expériences présentées dans les différents chapitres :

- Laser : NKT Koheras Adjustik E15 à 1550 nm avec longueur d'onde ajustable au pm près, puissance maximale de 40 mW
- Modulateur de phase : iXBlue Photline MPX-LN-0.1
- Coupleur : Thorlabs PN1550R5A1 1x2 coupler 50/50, 70/30, 80/20
- Photodiode : Thorlabs PDA10CS-EC et PDA20CS
- Circulateur : Thorlabs CIR1550PM-APC
- Atténuateur optique : Thorlabs VOA50PM-APC PM
- Modulateur Acousto-Optique (AOM) : AA Optoelectronic MT200 et MT110
- Amplificateur de tension pour alimenter l'AOM : AA Optoelectronic AMPA-B-34
- Mixeur, filtre de boucle (filtre passe bas et correcteur PID) et générateur d'onde RF : Zurich Instruments UHFLI et HF2LI Lock-in Amplifier
- Analyseur de spectre électrique : Agilent (Hewlett Packard) E4407B
- Caméra infrarouge : PhotonicScience SWIR SNAKE V3 Air Cooled GigE

## B Calculs relatifs aux fonctions de transfert

La plupart des calculs des fonctions de transfert en transmission et en réflexion, de la finesse ainsi que de la largeur de raie à la section 2.1 sont détaillés dans la thèse d'Alexia Ravaille [6]. On détaille ici les étapes de calcul qui mènent aux expressions des dérivées de ces fonctions de transfert en transmission (cas d'une cavité symétrique et asymétrique) et en réflexion. On démontre également les propriétés de symétrie qu'on utilise pour dériver une expression linéarisée du signal d'erreur.

### B.1 Calcul de la dérivée des fonctions de transfert

#### En transmission

Pour rappel, la fonction de transfert en amplitude du champ électrique en transmission  $F_T(\nu)$  s'écrit :

$$F_T(\nu_L) = \frac{t_1 t_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2\pi\nu_L \tau_1}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L / \Delta\nu_{\text{ISL}}}}, \quad (\text{B.1})$$

où  $\tau_1$  a pour expression :

$$\tau_1 = \frac{q}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} , \quad (\text{B.2})$$

avec  $q = 2$  pour une cavité symétrique et  $q = 1$  pour une cavité asymétrique. On calcule la dérivée de la fonction de transfert en transmission  $F'_T(\nu_L)$  pour une cavité quelconque :

$$\begin{aligned} F'_T(\nu_L) &= \frac{dF_T}{d\nu_L}(\nu_L) , \\ &= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1-\gamma_1} \sqrt{1-\gamma_2} \sqrt{T_1}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \frac{i2q\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} e^{i2q\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}} \\ &\quad - \frac{t_1 t_2 \sqrt{1-\gamma_1} \sqrt{1-\gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2q\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{(1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}})^2} \left( -\frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}} \right) , \\ &= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1-\gamma_1} \sqrt{1-\gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2q\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \left[ \frac{i2q\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} + \frac{\frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] , \\ &= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1-\gamma_1} \sqrt{1-\gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2q\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \left[ q + \frac{r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] , \\ &= \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} F_T(\nu_L) \left[ q + F_T(\nu_L) \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} e^{i2(1-q)\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}} \right] . \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Avec une cavité symétrique on a  $q = 2$  et  $\tau_{1,\text{sym}} = 2/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ , par conséquent on retrouve bien :

$$F'_{T,\text{sym}}(\nu_L) = \frac{dF_{T,\text{sym}}}{d\nu_L}(\nu_L) = \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} F_T(\nu_L) \left[ 2 + F_T(\nu_L) \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} e^{-i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}} \right] . \quad (\text{B.4})$$

De même, avec une cavité asymétrique on a  $q = 1$  et  $\tau_{1,\text{asym}} = 1/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ , par conséquent on retrouve bien :

$$F'_{T,\text{asym}}(\nu_L) = \frac{dF_{T,\text{asym}}}{d\nu_L}(\nu_L) = \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} F_T(\nu_L) \left[ 1 + F_T(\nu_L) \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} \right] . \quad (\text{B.5})$$

## En réflexion

Pour rappel, la fonction de transfert en amplitude du champ électrique en réflexion  $F_R(\nu_L)$  s'écrit :

$$F_R(\nu_L) = \sqrt{1-\gamma_1} \left( \frac{-r_1 + g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right) . \quad (\text{B.6})$$

On calcule la dérivée de la fonction de transfert en réflexion  $F'_R(\nu_L)$  pour une cavité quelconque :

$$\begin{aligned}
F'_R(\nu_L) &= \frac{dF_R}{d\nu_L}(\nu_L) , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \frac{ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \\
&\quad - \sqrt{1 - \gamma_1} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \frac{(-r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}) (-r_1 + ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}})}{(1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}})^2} , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \left[ \frac{ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] \left[ 1 + \frac{r_1(-r_1 + ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}})}{1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \left[ \frac{ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] [1 + r_1F_R(\nu_L)] . \tag{B.7}
\end{aligned}$$

## B.2 Propriétés de symétrie

On cherche à démontrer les propriétés de symétrie suivantes des fonctions de transfert :

$$\begin{cases} F(\nu_0 - \delta\nu) = \overline{F(\nu_0 + \delta\nu)} , \\ \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_0 - \delta\nu) = -\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_0 + \delta\nu) . \end{cases} \tag{B.8}$$

Elles sont valables en transmission comme en réflexion et seront utiles pour les calculs de linéarisation des signaux d'erreur. Ici  $\nu_0$  est une des fréquences de résonance de la cavité et  $\delta\nu$  un écart en fréquence à cette résonance.

### En transmission

On effectue le calcul à partir de la fonction de transfert en transmission de l'équation (B.1) où  $\tau_1 = q/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  avec  $q = 2$  pour une cavité symétrique et  $q = 1$  pour une cavité asymétrique.

On calcule  $F_T(\nu_0 - \delta\nu)$  pour une cavité quelconque :

$$\begin{aligned}
F_T(\nu_0 - \delta\nu) &= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2q\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} , \\
&= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T_1} e^{-i2q\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{-i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} , \\
&= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2q\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} , \\
&= \frac{t_1 t_2 \sqrt{1 - \gamma_1} \sqrt{1 - \gamma_2} \sqrt{T_1} e^{i2q\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} , \\
&= \overline{F_T(\nu_0 + \delta\nu)} . \tag{B.9}
\end{aligned}$$

Ensuite, on utilise cette propriété pour calculer  $F'_T(\nu_0 - \delta\nu)$  pour une cavité quelconque :

$$\begin{aligned}
\frac{dF_T}{d\nu_L}(\nu_0 - \delta\nu) &= \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} F_T(\nu_0 - \delta\nu) \left[ q + F_T(\nu_0 - \delta\nu) \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} e^{i2(1-q)\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}} \right] , \\
&= (-i) \times \frac{2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \overline{F_T(\nu_0 + \delta\nu)} \left[ q + \overline{F_T(\nu_0 + \delta\nu)} \frac{r_1 r_2 \sqrt{T}}{t_1 t_2 \sqrt{T_1}} e^{i2(1-q)\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}} \right] , \\
&= -\overline{\frac{dF_T}{d\nu_L}(\nu_0 + \delta\nu)} . \tag{B.10}
\end{aligned}$$

### En réflexion

À partir de la fonction de transfert en réflexion de l'équation (B.6), on calcule  $F_R(\nu_0 - \delta\nu)$  pour une cavité quelconque :

$$\begin{aligned}
F_R(\nu_0 - \delta\nu) &= \sqrt{1 - \gamma_1} \left( \frac{-r_1 + g e^{i2\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right) , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \left( \frac{-r_1 + g e^{-i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{-i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right) , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \left( \frac{-r_1 + \overline{g e^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}}{1 - r_1 \overline{g e^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}} \right) , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \left( \frac{-r_1 + g e^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1 g e^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right) , \\
&= \overline{F_R(\nu_0 + \delta\nu)} . \tag{B.11}
\end{aligned}$$

Ensuite, on utilise cette propriété pour calculer  $F'_R(\nu_0 - \delta\nu)$  pour une cavité quelconque :

$$\begin{aligned}
\frac{dF_R}{d\nu_L}(\nu_0 - \delta\nu) &= \sqrt{1 - \gamma_1} \frac{i2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \left[ \frac{ge^{i2\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{1 - r_1ge^{i2\pi(\nu_0 - \delta\nu)/\Delta\nu_{\text{ISL}}}} \right] [1 + r_1F_R(\nu_0 - \delta\nu)] , \\
&= \sqrt{1 - \gamma_1} \times (-i) \times \frac{2\pi}{\Delta\nu_{\text{ISL}}} \left[ \frac{\overline{ge^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}}{1 - r_1\overline{ge^{i2\pi\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}} \right] [1 + r_1\overline{F_R(\nu_0 + \delta\nu)}] , \\
&= -\overline{\frac{dF_R}{d\nu_L}(\nu_0 + \delta\nu)} .
\end{aligned} \tag{B.12}$$

## C Rétrodiffusions et fuites du circulateur

Dans cette partie on montre que les fuites parasites du port 1 vers le port 3 du circulateur mènent à des interférences avec les faisceaux rétrodiffusés par la cavité. Ces interférences font apparaître un plancher de puissance mesurée qui modifie le pic de puissance observé sur la photodiode. Par conséquent, cela fausse la mesure de puissance rétrodiffusée à résonance. On montre que la rétrodiffusion dans la fibre hors cavité peut également mener à la surestimation de la puissance rétrodiffusée par la cavité. On présente un modèle simple qui permet d'expliquer ces phénomènes et de retrouver les variations de puissance observées sur la photodiode.

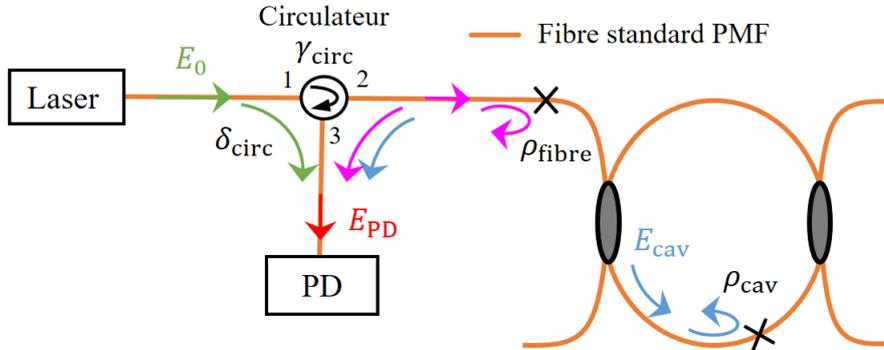


Figure C.1 – Schéma d'expérience de mesure de la puissance rétrodiffusée par une cavité qui est collectée avec une photodiode PD à l'aide d'un circulateur.

On effectue l'expérience de la Figure C.1 avec la cavité en fibre standard à maintien de polarisation. On balaye la fréquence du laser puis on enregistre le signal de la photodiode pour mesurer la rétrodiffusion. On trace l'évolution temporelle de ce signal de photodiode (en rouge) et de la tension appliquée au laser (en vert) sur la Figure C.2. On observe cinq pics qui correspondent à des résonances de la cavité. On a également une oscillation du signal de photodiode hors résonance qui vient parasiter la mesure de puissance rétrodiffusée à résonance.

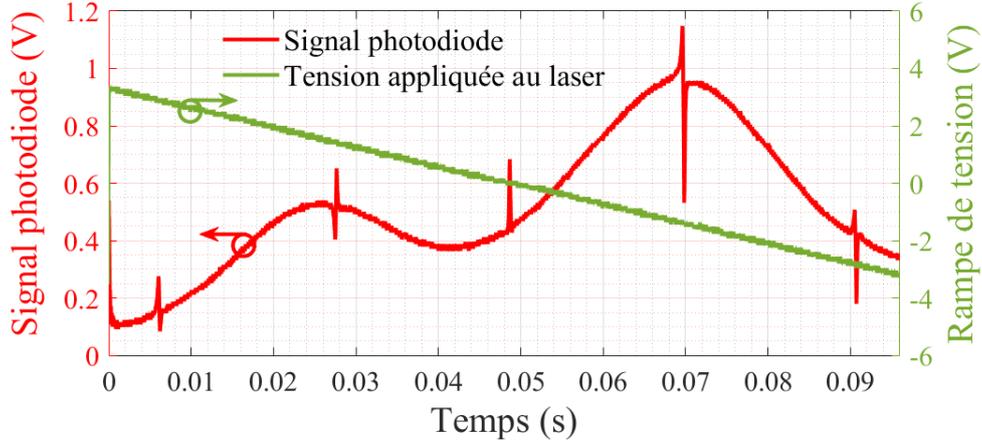


Figure C.2 – Mesure du signal de photodiode (en rouge) lorsqu’on applique une rampe de tension (en vert) sur l’entrée de modulation du laser avec l’expérience de la Figure C.1 et la cavité en fibre standard à maintien de polarisation.

On va tenter d’expliquer les résultats de la Figure C.2 en proposant un modèle qui prend en compte les fuites parasites du port 1 vers le port 3 du circulateur ainsi que la rétrodiffusion dans la fibre hors cavité. On considère le schéma de la Figure C.1. Le circulateur utilisé pour récolter le faisceau rétrodiffusé par la cavité possède des pertes d’insertion en intensité  $\gamma_{\text{circ}} = 0.2$  du port 1 vers le port 2 et du port 2 vers le port 3. Il est imparfait et présente des fuites en intensité  $\delta_{\text{circ}}$  du port 1 vers le port 3. Ces fuites vont alors interférer avec les faisceaux rétrodiffusés. Ces interférences vont être captées par la photodiode PD. Les fuites du circulateur dépendent de la polarisation et sont donc susceptibles de varier avec la température. Ainsi, le champ électrique transmis par le circulateur du port 1 vers le port 3 s’écrit :

$$E_{\text{fuites}} = \sqrt{\delta_{\text{circ}}} E_0 . \quad (\text{C.1})$$

On néglige les fuites du circulateur pour quantifier la lumière qui traverse le circulateur du port 1 vers le port 2 car  $\delta_{\text{circ}} \ll \gamma_{\text{circ}}$ . Néanmoins elle subit les pertes d’insertion du circulateur. On suppose qu’une partie de cette lumière transmise est rétrodiffusée dans la fibre à maintien de polarisation qui mène à la cavité. Dans l’exemple de la Figure C.1, un défaut au point matérialisé par une croix provoque la rétrodiffusion d’une amplitude  $\rho_{\text{fibre}}$  du champ électrique. Ce faisceau rétrodiffusé repasse par le circulateur et subit à nouveau des pertes d’injection avant d’être collecté sur la photodiode. Ainsi, on peut écrire le champ électrique rétrodiffusé par la fibre optique hors cavité sous la forme suivante :

$$E_{\text{RD,fibre}} = (1 - \gamma_{\text{circ}}) \rho_{\text{fibre}} E_0 . \quad (\text{C.2})$$

Par conséquent, on en déduit le champ électrique incident dans la cavité qui s’écrit :

$$E_i = \sqrt{1 - \gamma_{\text{circ}}} (1 - \rho_{\text{fibre}}) E_0 . \quad (\text{C.3})$$

À l'aide de la thèse d'Alexia Ravaille [6], on retrouve le champ électrique rétrodiffusé par la cavité après être passé par le circulateur :

$$E_{\text{RD,cav}} = \sqrt{1 - \gamma_{\text{circ}}} \frac{\rho_{\text{cav}}(1 - r_1^2)(1 - \gamma_1)e^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}}}{(1 - r_1ge^{i2\pi\nu_L/\Delta\nu_{\text{ISL}}})^2} E_i , \quad (\text{C.4})$$

où  $\rho_{\text{cav}}$  est l'amplitude de rétrodiffusion du champ au sein de la cavité en fibre optique. En calculant le module carré, on retrouve bien l'expression (4.5) de la puissance rétrodiffusée par la cavité utilisée au Chapitre 4.

On émet l'hypothèse que les rétrodiffusions dans la fibre optique hors cavité et dans la cavité provoquent respectivement un déphasage  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des champs électriques  $E_{\text{RD,fibre}}$  et  $E_{\text{RD,cav}}$ . Le champ électrique total  $E_{\text{PD}}$  qui arrive sur la photodiode s'écrit donc :

$$E_{\text{PD}} = E_{\text{fuites}} + E_{\text{RD,fibre}} e^{\phi_1} + E_{\text{RD,cav}} e^{\phi_2} . \quad (\text{C.5})$$

On soupçonne que les oscillations du signal de photodiode hors résonance sur la Figure C.2 sont dues au déphasage relatif entre ces trois ondes qui dépend de la température qui varie dans le temps. Expérimentalement, on acquiert les données temporelles mais la fréquence du laser varie aussi linéairement. On choisit donc de simuler les variations temporelles de  $\phi_1$  et  $\phi_2$  par des variations en fréquence. De cette manière, on pourra faire la comparaison avec la Figure C.2. Afin que les calculs ressemblent au mieux à la mesure de la Figure C.2, on choisit arbitrairement :

$$\phi_1 = \cos\left(\frac{1.8 \delta\nu}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right) - \left(\frac{0.7 \delta\nu}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right) , \quad (\text{C.6})$$

$$\phi_2 = \sin\left(\frac{1.8 \delta\nu}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right) + \left(\frac{0.2 \delta\nu}{\Delta\nu_{\text{ISL}}}\right) , \quad (\text{C.7})$$

On calcule la puissance sur la photodiode  $P_{\text{PD}} = |E_{\text{PD}}|^2$  avec l'équation (C.5). On la compare avec la puissance rétrodiffusée par la cavité  $P_{\text{RD,cav}} = |E_{\text{RD,cav}}|^2$  avec l'équation (C.4). Les calculs numériques sont effectués avec les paramètres de la cavité en fibre standard à maintien de polarisation et  $E_0 = 1$ ,  $\delta_{\text{circ}} = 0.00001$ ,  $\gamma_{\text{circ}} = 0.2$ ,  $\rho_{\text{fibre}} = 0.01$ ,  $\rho_{\text{cav}} = 0.001$ .

Les résultats sont tracés sur la Figure C.3 en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . Les puissances sont normalisées par rapport à  $P_{\text{RD,cav}}$ . On remarque tout d'abord que les pics de rétrodiffusion à résonance sur  $P_{\text{PD}}$  sont beaucoup plus grands que ceux sur  $P_{\text{RD,cav}}$ . Même avec une très faible valeur de  $\delta_{\text{circ}}$ , on a donc une surestimation de la puissance rétrodiffusée par la cavité lorsqu'on utilise un circulateur et des fibres optiques. Cela signifie que tant qu'il existe des fuites, un circulateur peut causer des interférences entre deux faisceaux contrapropagatifs qui le traversent. On constate que la courbe rouge calculée reproduit bien l'allure de l'évolution des mesures sur la Figure C.2. Les pics à résonance sont dues aux interférences entre les différentes ondes récoltées par la photodiode. Ce modèle simple nous permet d'émettre l'hypothèse que c'est la présence conjointe de 1) fuites du circulateur du port 1 vers 3 et de 2) déphasages entre les ondes récoltées par la photodiode qui sont à l'origine d'une mauvaise estimation de la mesure de puissance rétrodiffusée par la cavité avec l'expérience de la Figure C.1.

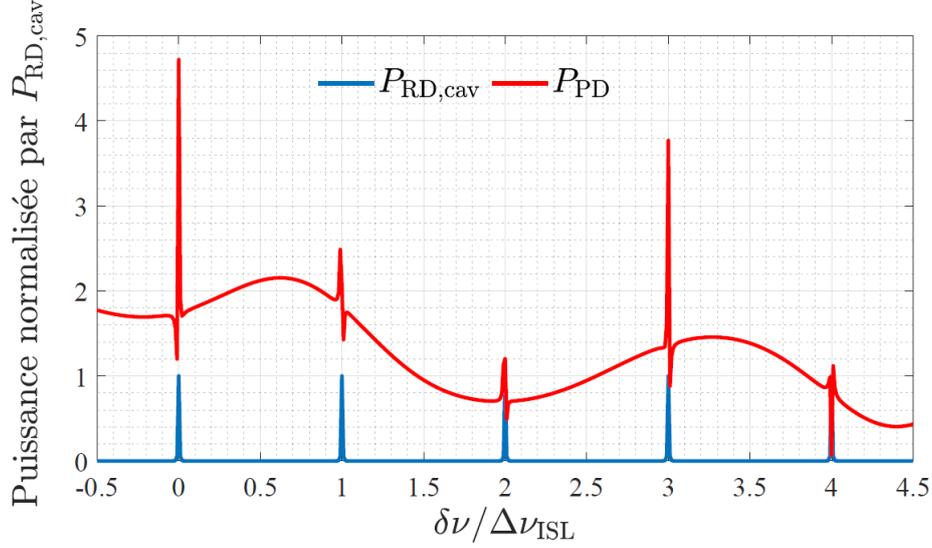


Figure C.3 – Calcul des évolutions de  $P_{PD}$  (en rouge) et  $P_{RD,cav}$  (en bleu) en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{ISL}$ . Les puissances sont normalisées par rapport à  $P_{RD,cav}$  et les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ,  $r_2 = r_1 = 0.9943$ ,  $\Delta\nu_{ISL} = 13.6$  MHz,  $T = 0.954$ ,  $E_0 = 1$ ,  $\delta_{circ} = 0.00001$ ,  $\gamma_{circ} = 0.2$ ,  $\rho_{fibre} = 0.01$ ,  $\rho_{cav} = 0.001$ .

## D Détails des calculs des puissances en sortie du modulateur de phase

On effectue ici la démonstration du calcul des puissances en sortie du modulateur de phase utilisée dans la section 3.2.1. Le calcul pour le cas d'une propagation en espace libre avec des polariseurs parfaits est déjà détaillé dans l'article de Wong & Hall [149]. On aborde les cas d'un polariseur de sortie imparfait suivi par des composants respectivement sans et avec pertes dépendant de la polarisation. Avec un polariseur  $\mathcal{P}_2$  imparfait, on a  $\rho \neq 0$ . Pour rappel, un simple calcul matriciel nous permet de déterminer le champ électrique  $E_i$  à la sortie de la fibre donné par l'équation (3.8) :

$$E_i = E_0 e^{i\omega_L t} \cdot \begin{pmatrix} [u_{11}(1-\rho)b - u_{12}\rho\hat{b}]e^{i\Psi_e} + [u_{11}(1-\rho)a + u_{12}\rho\hat{a}]e^{i\Psi_o} \\ [u_{21}(1-\rho)b - u_{22}\rho\hat{b}]e^{i\Psi_e} + [u_{21}(1-\rho)a + u_{22}\rho\hat{a}]e^{i\Psi_o} \end{pmatrix}, \quad (D.1)$$

qu'on réécrit plus simplement :

$$E_i = E_0 e^{i\omega_L t} \cdot \begin{pmatrix} b'e^{i\Psi_e} + a'e^{i\Psi_o} \\ c'e^{i\Psi_e} + d'e^{i\Psi_o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}. \quad (D.2)$$

## D.1 Sans pertes dépendant de la polarisation

Dans le cas où on ne considère pas les pertes dépendant de la polarisation, on a  $u_{22} = \overline{u_{11}}$  et  $u_{21} = -\overline{u_{12}}$  avec  $|u_{11}|^2 + |u_{12}|^2 = 1$ . La puissance transmise s'écrit :

$$P_i = P_1 + P_2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 . \quad (\text{D.3})$$

Si on note  $z_1$  et  $z_2$  deux nombres complexes quelconques, on peut montrer que :

$$|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2\text{Re}(z_1 \overline{z_2}) . \quad (\text{D.4})$$

On utilise cette propriété pour calculer  $P_1$  et  $P_2$  séparément.

$$\begin{aligned} P_1 = |E_1|^2 &= |E_0|^2 |b'e^{i\Psi_e} + a'e^{i\Psi_o}|^2 , \\ &= |E_0|^2 \left( |b'|^2 + |a'|^2 + 2\text{Re}(b'\overline{a'}e^{i(\Psi_e - \Psi_o)}) \right) . \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

$$\begin{aligned} P_2 = |E_2|^2 &= |E_0|^2 |c'e^{i\Psi_e} + d'e^{i\Psi_o}|^2 , \\ &= |E_0|^2 \left( |c'|^2 + |d'|^2 + 2\text{Re}(c'\overline{d'}e^{i(\Psi_e - \Psi_o)}) \right) . \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

On calcule les coefficients dans les parties réelles :

$$\begin{aligned} b'\overline{a'} &= [u_{11}(1 - \rho)b - u_{12}\rho\hat{b}][\overline{u_{11}}(1 - \rho)a + \overline{u_{12}}\rho\hat{a}] , \\ &= |u_{11}|^2(1 - \rho)^2ba + u_{11}\overline{u_{12}}(1 - \rho)\rho b\hat{a} - u_{12}\overline{u_{11}}\rho(1 - \rho)\hat{b}a - |u_{12}|^2\rho^2\hat{b}\hat{a} . \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

$$\begin{aligned} c'\overline{d'} &= [-\overline{u_{12}}(1 - \rho)b - \overline{u_{11}}\rho\hat{b}][-\overline{u_{12}}(1 - \rho)a + \overline{u_{11}}\rho\hat{a}] , \\ &= |u_{12}|^2(1 - \rho)^2ba - \overline{u_{12}}u_{11}(1 - \rho)\rho b\hat{a} + \overline{u_{11}}u_{12}\rho(1 - \rho)\hat{b}a - |u_{11}|^2\rho^2\hat{b}\hat{a} . \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Par conséquent, avec  $|u_{11}|^2 + |u_{12}|^2 = 1$  :

$$P_i = |E_0|^2 \left( |b'|^2 + |a'|^2 + |c'|^2 + |d'|^2 + 2\text{Re} \left( \left[ (1 - \rho)^2ba - \rho^2\hat{b}\hat{a} \right] e^{i(\Psi_e - \Psi_o)} \right) \right) . \quad (\text{D.9})$$

Pour rappel, les phases ont pour expressions [149] :

$$\Psi_{o,e} = \delta_{o,e} \sin(\omega_{\text{mod}}t) + \phi_{o,e}^{\text{dc}} + \phi_{o,e}^{\text{n}} , \quad (\text{D.10})$$

donc

$$\Psi_e - \Psi_o = M \sin(\omega_{\text{mod}}t) + \Delta\phi , \quad (\text{D.11})$$

avec

$$\Delta\phi = \Delta\phi^{\text{dc}} + \Delta\phi^{\text{n}} = (\phi_e^{\text{dc}} - \phi_o^{\text{dc}}) + (\phi_e^{\text{n}} - \phi_o^{\text{n}}) , \quad (\text{D.12})$$

$$M = \delta_e - \delta_o . \quad (\text{D.13})$$

Ce qui permet de simplifier :

$$\begin{aligned}
P_i &= |E_0|^2 \left( |b'|^2 + |a'|^2 + |c'|^2 + |d'|^2 + 2 \left[ (1 - \rho)^2 ba - \rho^2 \hat{b}\hat{a} \right] \cos(\Delta\phi + M \sin(\omega_{\text{mod}}t)) \right), \\
&= |E_0|^2 \left( |b'|^2 + |a'|^2 + |c'|^2 + |d'|^2 + 2 \left[ (1 - \rho)^2 ba - \rho^2 \hat{b}\hat{a} \right] \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(M) \cos(\Delta\phi + k\omega_{\text{mod}}t) \right).
\end{aligned} \tag{D.14}$$

On cherche maintenant la composante de la puissance transmise à la fréquence de modulation  $k\omega_{\text{mod}}$ . On effectue la même étape de calcul que [149] pour les  $k > 0$  impairs :

$$P_i(k\omega_{\text{mod}}) = 2 \left[ (1 - \rho)^2 ba - \rho^2 \hat{b}\hat{a} \right] |E_0|^2 J_k(M) \left[ \cos(\Delta\phi + k\omega_{\text{mod}}t) + (-1)^k \cos(\Delta\phi - k\omega_{\text{mod}}t) \right]. \tag{D.15}$$

Pour  $k = 1$ , on obtient finalement la composante de  $P_i$  à  $\omega_{\text{mod}}$  qui s'écrit :

$$P_i(\omega_{\text{mod}}) = -4 \left[ ab(1 - \rho)^2 - \hat{a}\hat{b}\rho^2 \right] |E_0|^2 J_1(M) \sin(\omega_{\text{mod}}t) \sin(\Delta\phi). \tag{D.16}$$

## D.2 Avec pertes dépendant de la polarisation

On étudie maintenant la propagation dans un composant biréfringent avec pertes dépendant de la polarisation (PDP). On choisit un cas simple où les PDP consistent en un polariseur parfait suivi d'un composant biréfringent décrit par la matrice  $Q_*$  de l'équation (3.17). On a donc une nouvelle matrice  $Q_{\text{PDP}}$  qui a des coefficients  $u_{21} = u_{22} = 0$ . En reprenant l'expression (D.1) de  $E_i$  avec  $u_{21} = u_{22} = 0$ , on a :

$$\begin{aligned}
E_i &= E_0 e^{i\omega_{\text{L}}t} \left[ b' e^{i\Psi_e} + a' e^{i\Psi_o} \right], \\
&= E_0 e^{i\omega_{\text{L}}t} \left[ |b'| e^{i\phi_{b'}} e^{i\Psi_e} + |a'| e^{i\phi_{a'}} e^{i\Psi_o} \right],
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{cases} a' = [u_{11}(1 - \rho)a + u_{12}\rho\hat{a}] = |a'| e^{i\phi_{a'}} , \\ b' = [u_{11}(1 - \rho)b - u_{12}\rho\hat{b}] = |b'| e^{i\phi_{b'}} . \end{cases} \tag{D.17}$$

En utilisant la propriété (D.4), la puissance transmise s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
P_i &= |E_i|^2 = |E_0|^2 \left| |b'| e^{i\phi_{b'}} e^{i\Psi_e} + |a'| e^{i\phi_{a'}} e^{i\Psi_o} \right|^2, \\
&= |E_0|^2 \left( |b'|^2 + |a'|^2 + 2 \text{Re} \left( |b'| |a'| e^{i(\Psi_e - \Psi_o + \phi_{b'} - \phi_{a'})} \right) \right).
\end{aligned} \tag{D.18}$$

En effectuant les mêmes opérations que pour la partie sans PDP, on obtient finalement avec PDP l'expression suivante :

$$P_i(\omega_{\text{mod}}) = -4 |a'| |b'| |E_0|^2 J_1(M) \sin(\omega_{\text{mod}}t) \sin(\Delta\phi + \phi_{b'} - \phi_{a'}), \tag{D.19}$$

## E Détails des calculs de l'expression du signal d'erreur

### E.1 Expression générale du signal d'erreur avec RAM

On effectue ici la démonstration de l'expression générale du signal d'erreur avec RAM des équations (3.28) à (3.31). On en déduit par la suite son expression sans RAM. On part de l'expression (3.22) du champ électrique  $E_i$  dans le cas d'un PM avec polariseur de sortie imparfait suivi par des composants ayant des pertes dépendant de la polarisation :

$$\begin{aligned} E_i &= E_0 e^{i2\pi\nu_L t} \left[ |b'| e^{i\phi_{b'}} e^{i\Psi_e} + |a'| e^{i\phi_{a'}} e^{i\Psi_o} \right], \\ &= E_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ a' e^{i\phi_o} J_k^o + b' e^{i\phi_e} J_k^e \right] e^{i2\pi(\nu_L + k f_{\text{mod}})t}. \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

Le champ transmis ou réfléchi sur la cavité  $E_s$  est obtenu en multipliant chaque bande latérale par  $F(\nu_L + k f_{\text{mod}})$  ce qui conduit à la même expression que dans [148] :

$$E_s = E_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[ a' e^{i\phi_o} J_k^o + b' e^{i\phi_e} J_k^e \right] F(\nu_L + k f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L + k f_{\text{mod}})t}, \quad (\text{E.2})$$

où les coefficients  $a'$  et  $b'$  décrivent la dépendance à la polarisation de tous les composants qui suivent le polariseur  $\mathcal{P}_2$  en sortie du modulateur de phase. La puissance de sortie  $P_s = |E_s|^2$  est détectée sur une photodiode et s'écrit :

$$P_s = P_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_{k,p} F(\nu_L + k f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + p f_{\text{mod}})} e^{i2\pi(k-p)f_{\text{mod}}t}, \quad (\text{E.3})$$

avec

$$\begin{aligned} A_{k,p} &= |a'|^2 J_k^o J_p^o + |b'|^2 J_k^e J_p^e + |a'| |b'| \left( J_k^o J_p^e + J_k^e J_p^o \right) \cos(\delta\phi) \\ &\quad - i |a'| |b'| \left( J_k^o J_p^e - J_k^e J_p^o \right) \sin(\delta\phi), \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

où

$$\delta\phi = \Delta\phi + \phi_{b'} - \phi_{a'} \quad (\text{E.5})$$

qui correspond au déphasage qui décrit la quantité de RAM introduite par le modulateur de phase en présence de biréfringence et de PDP, comme dans l'équation (3.23). Sachant que  $J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$ , on peut démontrer que les coefficients  $A_{k,p}$  vérifient les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} A_{k,p} = \overline{A_{p,k}}, \\ A_{-k,-p} = (-1)^{k+p} A_{k,p}. \end{cases} \quad (\text{E.6})$$

Ces dernières seront utilisées dans les calculs à venir. À partir de l'équation (E.3), on isole la composante  $P_s(n f_{\text{mod}})$  de la puissance de sortie qui oscille à la fréquence  $n f_{\text{mod}}$  (avec  $n \neq 0$ ) en

extrayant le terme pour lequel  $p = k \pm n$  [6] :

$$\begin{aligned}
P_s(nf_{\text{mod}}) &= P_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_{k,k+n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+n)f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} \quad (p = k + n) \\
&+ P_0 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_{k,k-n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k-n)f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} \quad (p = k - n)
\end{aligned} \tag{E.7}$$

Chaque somme peut être séparée en deux sommes différentes sur deux plages de  $k$  :

$$\begin{aligned}
P_s(nf_{\text{mod}}) &= P_0 \sum_{k=-\infty}^{-n} A_{k,k+n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+n)f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
&+ P_0 \sum_{k=-n+1}^{+\infty} A_{k,k+n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+n)f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
&+ P_0 \sum_{k=-\infty}^0 A_{k,k-n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k-n)f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
&+ P_0 \sum_{k=1}^{+\infty} A_{k,k-n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k-n)f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} .
\end{aligned} \tag{E.8}$$

Ensuite, un changement de variable permet de réécrire l'expression sous la forme :

$$\begin{aligned}
P_s(nf_{\text{mod}}) &= P_0 \sum_{k=n}^{+\infty} A_{-k,-k+n} F(\nu_L - kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (-k+n)f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
&+ P_0 \sum_{k=-n+1}^{+\infty} A_{k,k+n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+n)f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
&+ P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} A_{-k,-k-n} F(\nu_L - kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (-k-n)f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
&+ P_0 \sum_{k=1}^{+\infty} A_{k,k-n} F(\nu_L + kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k-n)f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} .
\end{aligned} \tag{E.9}$$

Un second changement d'indice  $k$  permet maintenant de débiter chaque somme à  $k = 0$ . En utilisant la propriété de la fonction de Bessel  $J_{-k}(x) = (-1)^k J_k(x)$  et les propriétés des

coefficients  $A_{k,p}$  listés dans les équations (E.6), on obtient :

$$\begin{aligned}
P_s(nf_{\text{mod}}) = & P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \left[ (-1)^n A_{k+n,k} F(\nu_L - (k+n)f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L - kf_{\text{mod}})} \right. \\
& \left. + A_{k-n+1,k+1} F(\nu_L + (k-n+1)f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+1)f_{\text{mod}})} \right] e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} \\
& + P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \left[ (-1)^n A_{k,k+n} F(\nu_L - kf_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L - (k+n)f_{\text{mod}})} \right. \\
& \left. + A_{k+1,k-n+1} F(\nu_L + (k+1)f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k-n+1)f_{\text{mod}})} \right] e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} .
\end{aligned} \tag{E.10}$$

On introduit le coefficient suivant :

$$\begin{aligned}
b_{k,n} = & A_{k-n+1,k+1} F(\nu_L + (k-n+1)f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + (k+1)f_{\text{mod}})} \\
& + (-1)^n A_{k+n,k} F(\nu_L - (k+n)f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L - kf_{\text{mod}})} ,
\end{aligned} \tag{E.11}$$

qui permet de simplifier la puissance de sortie sous la forme :

$$P_s(nf_{\text{mod}}) = P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} b_{k,n} e^{-i2\pi n f_{\text{mod}} t} + P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \overline{b_{k,n}} e^{+i2\pi n f_{\text{mod}} t} . \tag{E.12}$$

En décomposant les exponentielles en somme de sinus et cosinus, on a :

$$P_s(nf_{\text{mod}}) = P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} [b_{k,n} + \overline{b_{k,n}}] \cos(2\pi n f_{\text{mod}} t) + P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} [\overline{b_{k,n}} - b_{k,n}] i \sin(2\pi n f_{\text{mod}} t) . \tag{E.13}$$

Sachant que  $\text{Re}(z) = (z + \bar{z})/2$  et que  $\text{Im}(z) = (z - \bar{z})/2i$ , cette expression peut être réécrite :

$$P_s(nf_{\text{mod}}) = 2P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \text{Re}(b_{k,n}) \cos(2\pi n f_{\text{mod}} t) + \text{Im}(b_{k,n}) \sin(2\pi n f_{\text{mod}} t) . \tag{E.14}$$

Cette puissance de sortie est captée par une photodiode qui délivre une tension :

$$V_{\text{PD}} = G_{\text{PD}} P_s , \tag{E.15}$$

où  $G_{\text{PD}}$  est le gain optoélectronique de la photodiode en V/W. On démodule ce signal de photodiode en le branchant à une détection synchrone qui contient un mixeur. Ce dernier multiplie son signal par un terme oscillant à la fréquence  $nf_{\text{mod}}$  pour obtenir :

$$V_{\text{mix}} = G_{\text{PD}} G_{\text{mix}} P_s \sin(2\pi n f_{\text{mod}} t + \varphi_d) , \tag{E.16}$$

où  $\varphi_d$  est la phase de démodulation qu'on peut ajuster et  $G_{\text{mix}}$  est le gain optoélectronique de la détection synchrone (sans unité). En reprenant l'expression (E.14) de  $P_s(nf_{\text{mod}})$  et en

l'injectant dans l'équation (E.16), on obtient :

$$V_{\text{mix}} = G_{\text{PD}}G_{\text{mix}}P_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \text{Re}(b_{k,n}) [\sin(\varphi_d) + \sin(2\pi \times 2nf_{\text{mod}}t + \varphi_d)] \\ + \text{Im}(b_{k,n}) [\cos(\varphi_d) - \cos(2\pi \times 2nf_{\text{mod}}t + \varphi_d)] . \quad (\text{E.17})$$

Le signal en sortie du mixeur passe ensuite par un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure  $f_c \ll nf_{\text{mod}}$  de façon à ne récupérer que la composante continue. Les harmoniques à  $2nf_{\text{mod}}$  sont ainsi correctement filtrées, et on obtient le signal d'erreur démodulé à  $nf_{\text{mod}}$  :

$$V_{\varepsilon,n}(\varphi_d) = GI_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \text{Re}(b_{k,n}) \sin(\varphi_d) + \text{Im}(b_{k,n}) \cos(\varphi_d) , \quad (\text{E.18})$$

où  $G = G_{\text{PD}}G_{\text{mix}}G_{\text{filtre}}$  est le gain optoélectronique total qui contient également le gain du filtre passe-bas  $G_{\text{filtre}}$ . Dans les chapitres de cette thèse, on étudie le cas où on démodule le signal de la photodiode à  $f_{\text{mod}}$  qui correspond à  $n = 1$  pour générer le signal d'erreur  $V_{\varepsilon,1}$  :

$$V_{\varepsilon,1}(\varphi_d) = GI_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \text{Re}(b_{k,1}) \sin(\varphi_d) + \text{Im}(b_{k,1}) \cos(\varphi_d) . \quad (\text{E.19})$$

L'équation (E.11) avec  $n = 1$  mène à l'expression de  $b_{k,1}$  :

$$b_{k,1} = A_{k,k+1}F(\nu_L + kf_{\text{mod}})\overline{F(\nu_L + (k+1)f_{\text{mod}})} \\ - A_{k+1,k}F(\nu_L - (k+1)f_{\text{mod}})\overline{F(\nu_L - kf_{\text{mod}})} . \quad (\text{E.20})$$

Dans tous les chapitres de la thèse, on simplifie les notations qui deviennent  $V_{\varepsilon,1} = V_{\varepsilon}$ ,  $b_k = b_{k,1}$ ,  $A_k = A_{k,k+1}$ , et  $\overline{A_k} = A_{k+1,k}$  sachant que  $A_{k,p} = \overline{A_{p,k}}$ .

Notons que dans le cas d'un alignement parfait où  $a' = 0$  et  $b' = 1$ , on retrouve la même expression générale du signal d'erreur sans RAM des équations (2.39) et (2.40).

## E.2 Linéarisation de l'expression du signal d'erreur avec RAM

On démontre l'expression linéarisée du signal d'erreur pour de faibles variations de fréquence  $\delta\nu \ll \Gamma$  mais aussi pour des faibles variations de déphasage  $\delta\phi \ll 1$  dû à la RAM. On utilise l'expression générale du signal d'erreur avec RAM de l'équation (E.18). On considère de faibles variations de 1) la fréquence optique du laser  $\nu_L$  autour d'une fréquence de résonance de la cavité  $\nu_0 = p\Delta\nu_{\text{ISL}}$  et 2) du déphasage  $\delta\phi$  autour de  $\phi_0 = 0$  modulo  $\pi$ . Au premier ordre en  $\delta\nu = \nu_L - \nu_0$  et en  $\delta\phi$ , on obtient :

$$V_{\varepsilon}(\nu_0 + \delta\nu, \phi_0 + \delta\phi) = V_{\varepsilon}(\nu_0, \phi_0) + \delta\nu \frac{dV_{\varepsilon}}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) + \delta\phi \frac{dV_{\varepsilon}}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) . \quad (\text{E.21})$$

On évalue  $V_\varepsilon(\nu_0, \phi_0)$  avec les équations (B.8), (E.6) et (E.20) pour obtenir l'expression de  $b_k$  à résonance avec  $\phi_0 = 0$  :

$$V_\varepsilon(\nu_0, \phi_0) = 0 . \quad (\text{E.22})$$

L'équation (E.19) mène à :

$$\begin{aligned} \frac{dV_\varepsilon}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) &= GP_0 \sum_{k=0}^{+\infty} \left[ \frac{d\text{Re}(b_k)}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) \sin(\varphi_d) + \frac{d\text{Im}(b_k)}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) \cos(\varphi_d) \right] , \\ &= GP_0 \left[ \sin(\varphi_d) \text{Re} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) \right) + \cos(\varphi_d) \text{Im} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) \right) \right] , \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

De même, on a :

$$\frac{dV_\varepsilon}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) = GP_0 \left[ \sin(\varphi_d) \text{Re} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) \right) + \cos(\varphi_d) \text{Im} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) \right) \right] . \quad (\text{E.24})$$

Avec les équations (E.22), (E.23) et (E.24) on réécrit l'expression (E.21) sous la forme :

$$\begin{aligned} V_\varepsilon(\nu_0 + \delta\nu, \phi_0 + \delta\phi) &= \delta\nu GP_0 \left[ \sin(\varphi_d) \text{Re} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) \right) + \cos(\varphi_d) \text{Im} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) \right) \right] \\ &\quad + \delta\phi GP_0 \left[ \sin(\varphi_d) \text{Re} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) \right) + \cos(\varphi_d) \text{Im} \left( \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{db_k}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) \right) \right] . \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

Afin d'évaluer les dérivées de  $b_k$ , on effectue un développement limité au premier ordre de  $F(\nu_0 + \delta\nu)$  autour de la fréquence de résonance  $\nu_0$  :

$$F(\nu_0 + \delta\nu) = F(\nu_0) + \delta\nu \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_0) = F(\nu_0) + \delta\nu F'(\nu_0) , \quad (\text{E.26})$$

avec  $F' = dF/d\nu_L$ . On néglige les variations de  $A_k$  avec la fréquence du laser dans l'équation (E.25), ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{db_k}{d\nu_L}(\nu_0, \phi_0) &= -2 (|a'|^2 J_k^o J_{k+1}^o + |b'|^2 J_k^e J_{k+1}^e + |a'b'| (J_k^o J_{k+1}^e + J_k^e J_{k+1}^o)) \\ &\quad \times [F(\nu_0 + kf_{\text{mod}})F'(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) - F'(\nu_0 + kf_{\text{mod}})F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}})] , \end{aligned} \quad (\text{E.27})$$

$$\frac{db_k}{d\delta\phi}(\nu_0, \phi_0) = -i2|a'b'| (J_k^o J_{k+1}^e - J_k^e J_{k+1}^o) \times F(\nu_0 + kf_{\text{mod}})F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) . \quad (\text{E.28})$$

En injectant les équations (E.27) et (E.28) dans (E.25), on obtient finalement l'expression linéarisée :

$$V_{\varepsilon, \text{lin}}(\varphi_d) = GP_0 \left( \delta\phi K_{\delta\phi}(\varphi_d) + \delta\nu K_{\delta\nu}(\varphi_d) \right), \quad (\text{E.29})$$

où la pente en fonction du déphasage  $K_{\delta\phi}$  (en  $\text{rad}^{-1}$ ) et la pente en fonction de la fréquence  $K_{\delta\nu}$  (en  $\text{Hz}^{-1}$ ) valent respectivement :

$$K_{\delta\phi}(\varphi_d) = 2|a'b'| \sum_{k=0}^{+\infty} (J_k^o J_{k+1}^e - J_k^e J_{k+1}^o) \left[ \text{Im} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) \right) \sin(\varphi_d) - \text{Re} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) \right) \cos(\varphi_d) \right], \quad (\text{E.30})$$

$$K_{\delta\nu}(\varphi_d) = -2 \sum_{k=0}^{+\infty} \left( |a'|^2 J_k^o J_{k+1}^o + |b'|^2 J_k^e J_{k+1}^e + |a'b'| (J_k^o J_{k+1}^e + J_k^e J_{k+1}^o) \right) \times \left[ \text{Re} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F'(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) - F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) F'(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) \right) \sin(\varphi_d) + \text{Im} \left( F(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) F'(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) - F(\nu_0 - (k+1)f_{\text{mod}}) F'(\nu_0 + kf_{\text{mod}}) \right) \cos(\varphi_d) \right]. \quad (\text{E.31})$$

Dans le cas d'un alignement parfait où  $a' = 0$  et  $b' = 1$ , on retrouve bien  $K_{\delta\nu}(\varphi_d) = K_\varepsilon(\varphi_d)$  qui suit les expressions (2.44) et (2.45) de la pente en fréquence du signal d'erreur sans RAM.

### E.3 Déséquilibre des amplitudes des bandes latérales

On souhaite démontrer l'expression (4.14) utilisée au Chapitre 4 pour décrire le déséquilibre des amplitudes des bandes latérales transmises par la cavité. On définit  $E_0 = \sqrt{P_0}$  le champ incident dans la cavité. On choisit de développer un modèle simple du champ sortie de la cavité  $E_s$  à partir de l'expression (2.38) qui ne considère que les premières bandes latérales d'ordre  $k = \pm 1$ . On ne tient pas compte de la RAM dans ce modèle. On va suivre les mêmes étapes que celles détaillées dans [114]. Dans le cas où il n'y a pas de déséquilibre, le champ sortie de la cavité s'écrit :

$$E_s = E_0 J_0 F(\nu_L) e^{i2\pi\nu_L t} + E_0 J_1 F(\nu_L + f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L + f_{\text{mod}}) t} - E_0 J_1 F(\nu_L - f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L - f_{\text{mod}}) t}. \quad (\text{E.32})$$

Afin de prendre en compte le déséquilibre des bandes latérales, on se place dans le cas du schéma de la Figure 4.20(b). L'amplitude des bandes latérales est ainsi multipliée par  $1 \pm \alpha$  pour prendre en compte ce déséquilibre, comme indiqué dans l'expression suivante :

$$E_s = E_0 J_0 F(\nu_L) e^{i2\pi\nu_L t} + E_0(1 + \alpha) J_1 F(\nu_L + f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L + f_{\text{mod}}) t} - E_0(1 - \alpha) J_1 F(\nu_L - f_{\text{mod}}) e^{i2\pi(\nu_L - f_{\text{mod}}) t}. \quad (\text{E.33})$$

On calcule maintenant  $P_s = |E_s|^2$  pour retrouver la puissance de sortie de la cavité :

$$\begin{aligned}
P_s = & E_0^2 J_0^2 |F(\nu_L)|^2 + E_0^2 (1 + \alpha) J_0 J_1 F(\nu_L) \overline{F(\nu_L + f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi f_{\text{mod}} t} \\
& - E_0^2 (1 - \alpha) J_0 J_1 F(\nu_L) \overline{F(\nu_L - f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi f_{\text{mod}} t} + E_0^2 (1 + \alpha)^2 J_1^2 |F(\nu_L + f_{\text{mod}})|^2 \\
& + E_0^2 (1 + \alpha) J_0 J_1 F(\nu_L + f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} e^{+i2\pi f_{\text{mod}} t} \\
& - E_0^2 (1 + \alpha) (1 - \alpha) J_1^2 F(\nu_L + f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L - f_{\text{mod}})} e^{+i4\pi f_{\text{mod}} t} \\
& + E_0^2 (1 - \alpha)^2 J_1^2 |F(\nu_L - f_{\text{mod}})|^2 - E_0^2 (1 - \alpha) J_0 J_1 F(\nu_L - f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} e^{-i2\pi f_{\text{mod}} t} \\
& - E_0^2 (1 + \alpha) (1 - \alpha) J_1^2 F(\nu_L - f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L + f_{\text{mod}})} e^{-i4\pi f_{\text{mod}} t} . \tag{E.34}
\end{aligned}$$

On factorise ensuite les termes de la première harmonique :

$$\begin{aligned}
P_s = & E_0^2 J_0^2 |F(\nu_L)|^2 + E_0^2 J_1^2 [(1 + \alpha)^2 |F(\nu_L + f_{\text{mod}})|^2 + (1 - \alpha)^2 |F(\nu_L - f_{\text{mod}})|^2] \\
& + E_0^2 (1 + \alpha) J_0 J_1 \left[ F(\nu_L) \overline{F(\nu_L + f_{\text{mod}})} e^{-i2\pi f_{\text{mod}} t} + F(\nu_L + f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} e^{+i2\pi f_{\text{mod}} t} \right] \\
& - E_0^2 (1 - \alpha) J_0 J_1 \left[ F(\nu_L - f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} e^{-i2\pi f_{\text{mod}} t} + F(\nu_L) \overline{F(\nu_L - f_{\text{mod}})} e^{+i2\pi f_{\text{mod}} t} \right] \\
& + \text{termes de la deuxième harmonique} . \tag{E.35}
\end{aligned}$$

En décomposant les exponentielles en somme de sinus et cosinus puis en utilisant le fait que  $\text{Re}(z) = (z + \bar{z})/2$  et que  $\text{Im}(z) = (z - \bar{z})/2i$ , on a :

$$\begin{aligned}
P_s = & E_0^2 J_0^2 |F(\nu_L)|^2 + E_0^2 J_1^2 [(1 + \alpha)^2 |F(\nu_L + f_{\text{mod}})|^2 + (1 - \alpha)^2 |F(\nu_L - f_{\text{mod}})|^2] \\
& + 2E_0^2 J_0 J_1 \text{Re} \left( (1 + \alpha) F(\nu_L) \overline{F(\nu_L + f_{\text{mod}})} - (1 - \alpha) F(\nu_L - f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} \right) \cos(2\pi f_{\text{mod}} t) \\
& + 2E_0^2 J_0 J_1 \text{Im} \left( (1 + \alpha) F(\nu_L) \overline{F(\nu_L + f_{\text{mod}})} - (1 - \alpha) F(\nu_L - f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} \right) \sin(2\pi f_{\text{mod}} t) \\
& + \text{termes de la deuxième harmonique} . \tag{E.36}
\end{aligned}$$

On démodule la puissance  $P_s$  à la fréquence de modulation  $f_{\text{mod}}$  en choisissant la bonne phase de démodulation pour qu'il reste uniquement le terme de l'équation (E.36) devant le  $\cos(2\pi f_{\text{mod}} t)$ . On obtient donc un signal d'erreur dont l'amplitude s'écrit :

$$V_\varepsilon = 2GE_0^2 J_0 J_1 \text{Re}(a_0) , \tag{E.37}$$

avec

$$a_0 = (1 + \alpha) F(\nu_L) \overline{F(\nu_L + f_{\text{mod}})} - (1 - \alpha) F(\nu_L - f_{\text{mod}}) \overline{F(\nu_L)} , \tag{E.38}$$

et  $G$  est le gain optoélectronique en  $V/W$ . On choisit d'étudier le cas en transmission avec  $f_{\text{mod}} < \Gamma$ . On se place dans le cas où la fréquence du laser  $\nu_L = \nu_0$  se trouve à résonance pour faire l'approximation suivante :

$$F(\nu_L + f_{\text{mod}}) = F(\nu_L) + f_{\text{mod}} \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L) = F(\nu_L) + f_{\text{mod}} F'(\nu_L) . \tag{E.39}$$

Avec cette approximation, on peut réécrire l'expression de  $a_0$  :

$$\begin{aligned}
a_0 &\simeq (1 + \alpha)F(\nu_L) \left[ \overline{F(\nu_L)} + f_{\text{mod}} \overline{\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L)} \right] - (1 - \alpha) \left[ F(\nu_L) - f_{\text{mod}} \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L) \right] \overline{F(\nu_L)} , \\
&= 2\alpha F(\nu_L) \overline{F(\nu_L)} + (1 + \alpha)F(\nu_L) f_{\text{mod}} \overline{\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L)} + (1 - \alpha) \overline{F(\nu_L)} f_{\text{mod}} \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L) , \\
&= 2\alpha |F(\nu_L)|^2 + f_{\text{mod}} \left[ (1 + \alpha)F(\nu_L) \overline{\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L)} + (1 - \alpha) \overline{F(\nu_L)} f_{\text{mod}} \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L) \right] . \tag{E.40}
\end{aligned}$$

On reconnaît l'expression de la dérivée du module carré de la fonction de transfert :

$$\frac{d|F(\nu_L)|^2}{d\nu_L} = \frac{d}{d\nu_L} F(\nu_L) \overline{F(\nu_L)} = \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L) \overline{F(\nu_L)} + \overline{\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L)} F(\nu_L) , \tag{E.41}$$

on a donc finalement :

$$\begin{aligned}
a_0 &= 2\alpha |F(\nu_L)|^2 + f_{\text{mod}} \left[ \frac{d|F(\nu_L)|^2}{d\nu_L} + \alpha \left( F(\nu_L) \overline{\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L)} - \overline{F(\nu_L)} \frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L) \right) \right] , \\
&= 2\alpha |F(\nu_L)|^2 + f_{\text{mod}} \left[ \frac{d|F(\nu_L)|^2}{d\nu_L} + \alpha \times 2i \operatorname{Im} \left( F(\nu_L) \overline{\frac{dF}{d\nu_L}(\nu_L)} \right) \right] . \tag{E.42}
\end{aligned}$$

On écrivant cette dernière expression dans l'équation (E.37), on obtient l'expression du signal d'erreur  $V_\varepsilon$  démodulé à  $f_{\text{mod}}$  :

$$V_\varepsilon = 2GP_0 J_0 J_1 \left[ f_{\text{mod}} \frac{d|F(\nu_L)|^2}{d\nu_L} + 2\alpha |F(\nu_L)|^2 \right] , \tag{E.43}$$

En posant  $\alpha = 0$ , on retrouve bien l'expression du signal d'erreur donnée dans [114].

## F Compléments de mesures et de calculs sur la RAM

### F.1 Observation de la RAM sur deux photodiodes avec un deuxième type de modulateur de phase

On effectue la même expérience que celle de la Figure 3.5 mais avec le deuxième type de modulateur de phase. La Figure F.1 montre les mêmes mesures que celles de la Figure 3.6 mais effectuées avec un modulateur de phase qui engendre moins de RAM. Les résultats sont similaires : la RAM peut être atténuée en un point du montage optique et émerger à un autre endroit. Avec ce deuxième type de PM qui engendre moins de RAM, on voit sur les spectres des signaux de photodiode que les amplitudes des pics à la fréquence de modulation sont moins élevées. Les pics atteignent les 12-15 dB au dessus du bruit blanc tandis qu'ils sont à 45 dB avec le premier type de modulateur de phase sur la Figure 3.6.

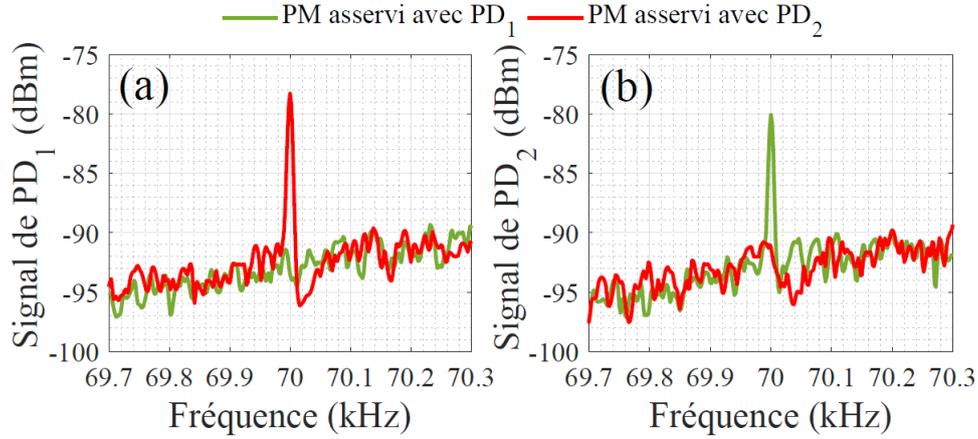


Figure F.1 – Mêmes mesures que celles de la Figure 3.6 mais effectuées avec un modulateur de phase qui engendre moins de RAM.

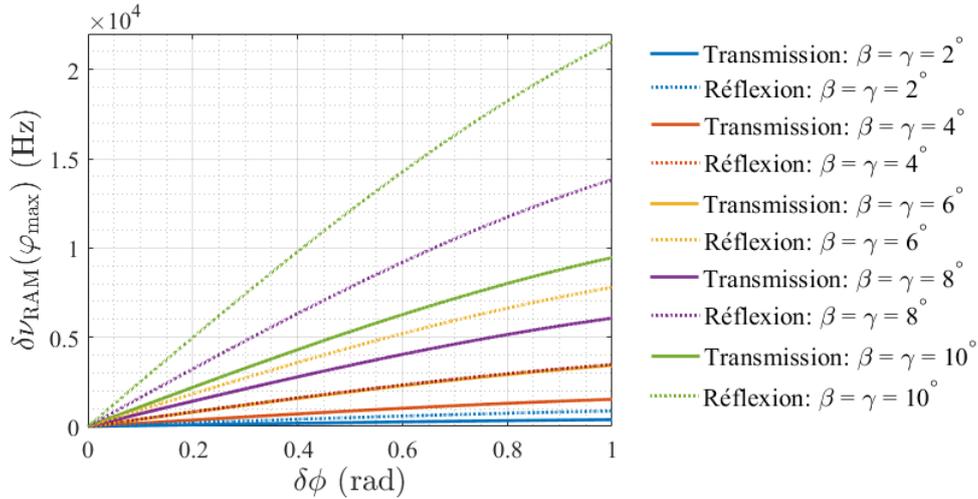


Figure F.2 – Évolution du biais de fréquence  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  dû à la RAM sur la mesure de fréquence de résonance en fonction du déphasage  $\delta\phi$  dû à la RAM pour cinq valeurs différentes d'angles de désalignement  $\beta = \gamma$  allant de  $2^\circ$  à  $10^\circ$ . Les valeurs en transmission sont en traits pleins et celles en réflexion sont en pointillés. Les paramètres fixés sont  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.003$ ,  $r_1 = r_2 = 0.9701$ ,  $T = 0.80$ ,  $g = 0.8650$ ,  $k \leq 5$ ,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 16.4$  MHz,  $f_{\text{mod,trans}} = 380$  kHz et  $f_{\text{mod,refl}} = 3.012$  MHz,  $a' = a$ ,  $b' = b$ ,  $\delta_o = 0.3$  rad,  $\delta_e = 1$  rad.

## F.2 Calcul du biais sur la mesure de fréquence $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_d)$ en présence de RAM avec la cavité en fibre à cœur creux Kagomé.

On refait le calcul du biais sur la mesure de fréquence  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_d)$  en présence de RAM avec la cavité en fibre à cœur creux Kagomé. On trace l'équation (3.42) avec les paramètres de la cavité en fibre Kagomé étudiée lors de la thèse d'Alexia Ravaille [6]. Les résultats sont illustrés

sur la Figure F.2 et les variations sont similaires à la Figure 3.10. Ici,  $\delta\nu_{\text{RAM}}(\varphi_{\text{max}})$  va jusqu'à 22 kHz au lieu de 4 kHz pour la Figure 3.10. Sur la Figure 3.3, on mesurait 2 à 7 kHz de biais attribués à la RAM entre les différentes mesures d'ISL faites en réflexion. On retrouve bien le bon ordre de grandeur pour un PM avec  $\beta = \gamma = 5^\circ$ .

### F.3 Détermination expérimentale de la phase de découplage $\varphi_{\text{dec}}$

On présente ici une technique expérimentale qui permet de déterminer la phase de démodulation qu'on appelle phase de découplage  $\varphi_{\text{dec}}$  donnée par l'expression (3.39). Cette phase de démodulation donne une pente de déphasage  $K_{\delta\phi}(\varphi_d)$  nulle et ainsi découple le signal d'erreur  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  de la RAM. En démodulant à  $\varphi_{\text{dec}}$ , nous n'aurions théoriquement pas besoin de corriger la RAM puisqu'elle est atténuée à son maximum. On va voir ici comment la trouver de manière expérimentale. On effectue l'expérience de la Figure 3.11 où on contre-réagit sur la fréquence d'un l'AOM plutôt que sur l'entrée de modulation du laser pour s'asservir sur la résonance.

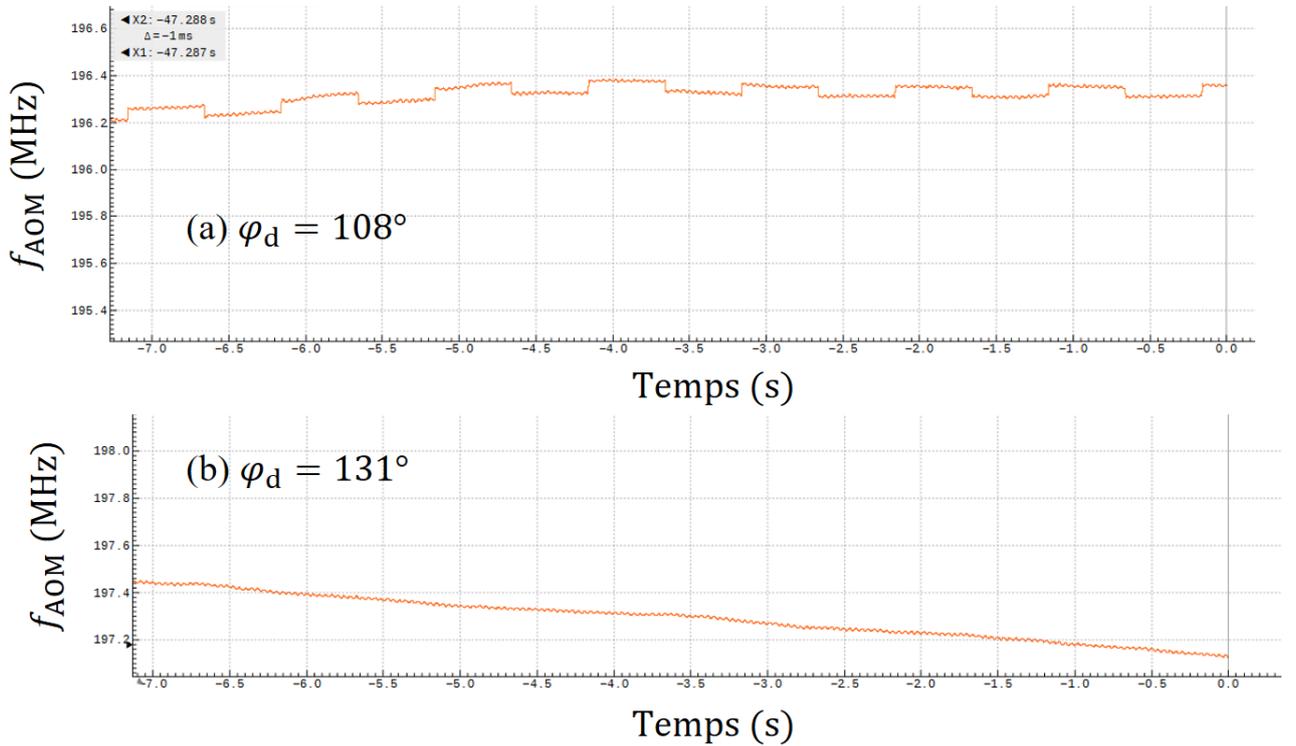


Figure F.3 – Mesure de l'évolution temporelle de la fréquence  $f_{\text{AOM}}$  asservie à résonance du premier prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG (a) avec la phase  $\varphi_d = 108^\circ$  qui donne le maximum de pente sur le signal d'erreur de fréquence et (b) avec la phase  $\varphi_d = 131^\circ$  qui atténue au maximum les effets de la RAM sur la mesure de fréquence.

Les résultats présentés ici ont été obtenus avec le premier prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG. On choisit d'abord de démoduler le signal de la photodiode avec une phase  $\varphi_d = 108^\circ$  afin que la pente de  $V_\varepsilon(\varphi_d)$  soit maximisée. On asservit la fréquence de l'AOM  $f_{\text{AOM}}$  sur la résonance de la cavité avec un filtre à boucle. En plus de tension  $V_{\text{RF}}$  qui oscille à  $f_{\text{mod}}$  et crée la modulation de phase, on applique une tension à créneau de 2 V d'amplitude à une fréquence de 10 Hz pour voir l'effet de la RAM sur la fréquence asservie. On obtient ainsi la mesure temporelle de  $f_{\text{AOM}}$  sur la Figure F.3(a). On y observe des créneaux d'environ 50 kHz qui sont caractéristiques de la dérive de fréquence engendrée par la RAM du PM alimenté avec une tension à créneaux. On note également que  $f_{\text{AOM}}$  fluctue à cause des dérives relatives entre la fréquence du laser et de la fréquence de résonance de la cavité. On va maintenant varier la phase de démodulation tout en gardant l'asservissement de fréquence et la tension en créneaux activés pour trouver celle qui nous donne un signal d'erreur indépendant de la RAM. On varie alors la phase de démodulation jusqu'à  $\varphi_d = 131^\circ$  et on obtient la mesure reproduite sur la Figure F.3(b) où les créneaux de fréquence sont totalement atténués. On en conclut que c'est cette phase qui correspond à la phase de découplage  $\varphi_{\text{dec}}$  puisqu'on ne mesure aucune dépendance de la RAM. Néanmoins, cette phase dérive légèrement avec le temps car, tout comme la RAM, elle dépend de la température. Cela complexifie les mesures sur le long terme, d'autant plus que ce n'est pas la phase pour laquelle on a une pente du signal d'erreur optimisée.

## G Effet Brillouin dans la cavité en fibre standard

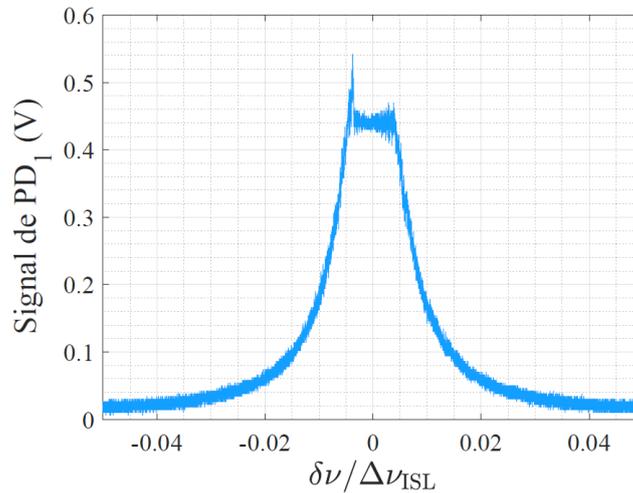


Figure G.1 – Mesure de la puissance transmise par la cavité en fibre à maintien de polarisation effectuée avec le montage de la Figure 4.7 avec une puissance incidente à  $P_0 = 10.2$  mW. La puissance transmise par la cavité est limitée par la diffusion Brillouin stimulée.

On montre une mesure de la puissance transmise par la cavité en fibre à maintien de polarisation effectuée avec le montage de la Figure 4.7. En réglant la puissance incidente à  $P_0 = 10.2$

mW, on obtient le signal de photodiode  $PD_1$  de la Figure G.1. On a un effet de saturation de la transmission à résonance qui apparaît lorsque  $P_0$  est supérieur à 6 mW dans notre cas. La puissance transmise par la cavité est limitée par la diffusion Brillouin stimulée qui est un effet non linéaire d'interaction acousto-optique dans la fibre optique [216].

## H Caractérisation du premier prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG

On présente ici une rapide caractérisation du premier prototype de cavité basée sur la fibre à cœur creux PBG de 7 m de long. On injecte la même puissance dans les entrées 'IN CW' et 'IN CCW' et on observe les puissances transmises et réfléchies par la cavité lorsque la fréquence du laser est balayée. Les deux sens d'injection de la cavité sont presque équivalents en transmission, comme on le voit sur les deux signaux rouges des Figures H.1(a) et H.1(b). En revanche, ce n'est pas le cas en réflexion sur les signaux violets : ni le contraste, ni la puissance réfléchie hors résonance, ni et la puissance réfléchie à résonance ne sont les mêmes dans les deux sens. Ce comportement est probablement dû à un problème d'alignement de la cavité ou de couplage dans les collimateurs vers 'OUT CW' et 'OUT CCW'.

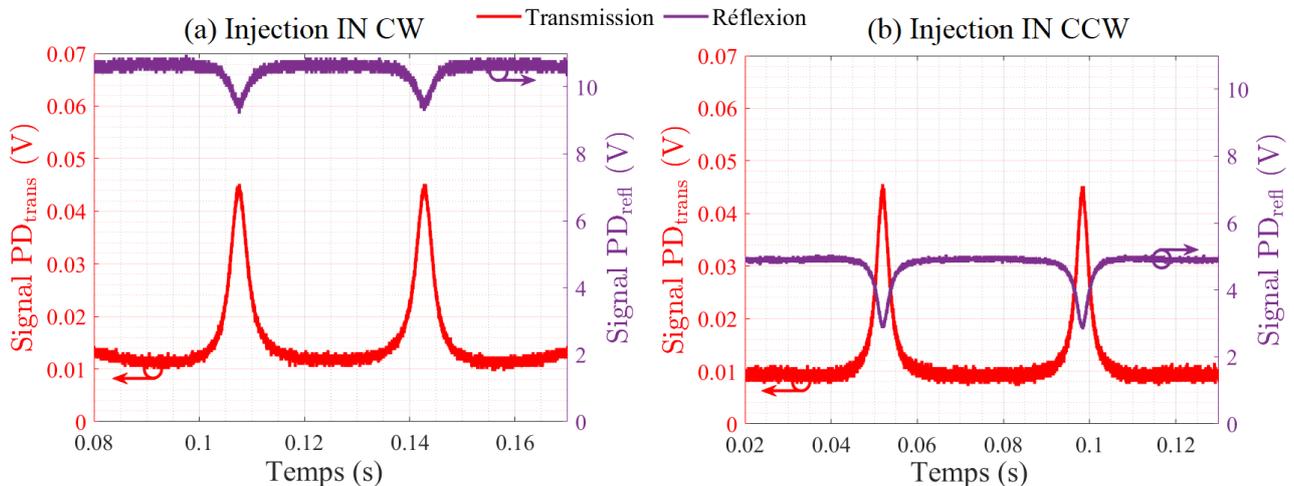


Figure H.1 – Signaux des photodiodes observant la transmission (en rouge) et la réflexion (en violet) du premier prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction du temps lorsque la fréquence du laser est balayée. On injecte la lumière dans le sens (a) 'IN CW' et (b) 'IN CCW' avec un laser émettant une longueur d'onde à 1550 nm.

Les mesures précédentes ont été effectuées avec un premier laser à la longueur d'onde 1550 nm. On montre sur la Figure H.2 la même expérience que celle de la H.1(b) en injectant la lumière par l'entrée 'IN CCW' mais avec un autre laser émettant une longueur d'onde à 1560 nm. On remarque que les intensités transmises et réfléchies dépendent de la longueur d'onde. À

1560 nm, l'intensité transmise est déformée par l'apparition d'un second pic probablement dû à une autre polarisation qui résonne dans la cavité.

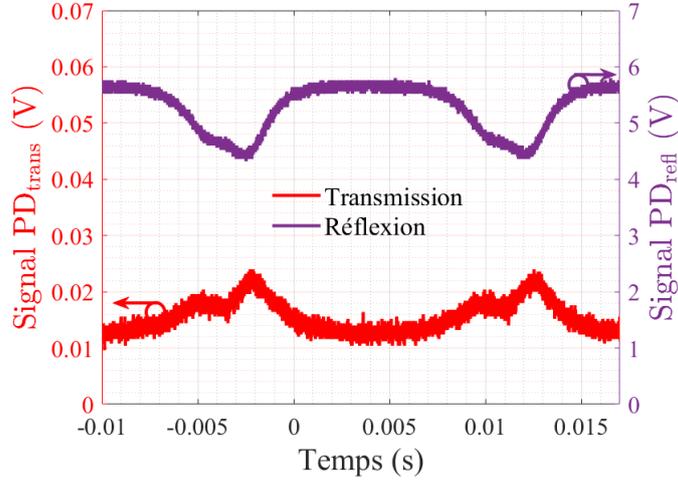


Figure H.2 – Signaux des photodiodes observant la transmission (en rouge) et la réflexion (en violet) du premier prototype de cavité en fibre à cœur creux PBG en fonction du temps lorsque la fréquence du laser est balayée autour de sa longueur d'onde centrale à 1560 nm en injectant dans 'IN CCW'.

## I Modélisation de variation de la transmission de la fibre

On cherche à vérifier que les variations de puissance transmise par la cavité ainsi que leurs impacts sur le signal d'erreur reproduits sur la Figure 4.17 sont bien causées par une variation de transmission intracavité  $T$ . Les paramètres des calculs sont ceux de la cavité en fibre à cœur creux :  $r_1 = 0.97592$ ,  $\gamma_1 = 0.015$ ,  $r_2 = 0.97675$ ,  $\gamma_2 = 0.015$  et  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.8$  MHz. Pour le signal d'erreur on choisit  $\beta = 1$  rad,  $f_{\text{mod}} = 500$  kHz et  $GP_0 = 1$  V. On fait varier la transmission intracavité entre 72 % et 68 % sur environ trois ISL, ce qui correspond à peu près aux variations de puissance maximale observées sur les Figures 4.17(a) et 4.17(b). On effectue le calcul de  $|F_T|^2$  avec l'équation (2.19) et de  $V_\varepsilon(\varphi_{\text{max}})$  avec les équations (2.39) et (2.48). Les résultats sont tracés sur la Figure I.1 en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$ . On constate qu'on obtient les mêmes conséquences sur la puissance transmise : la puissance maximale transmise à résonance diminue lorsque  $T$  diminue. De même, l'amplitude du signal d'erreur diminue lorsque  $T$  diminue, ce qui correspond bien aux mesures de la Figure 4.17. On peut donc confirmer que ces variations observées sont dues à une variation de la transmission intracavité  $T$  et par conséquent à une variation de la transmission de la fibre à cœur creux PBG.

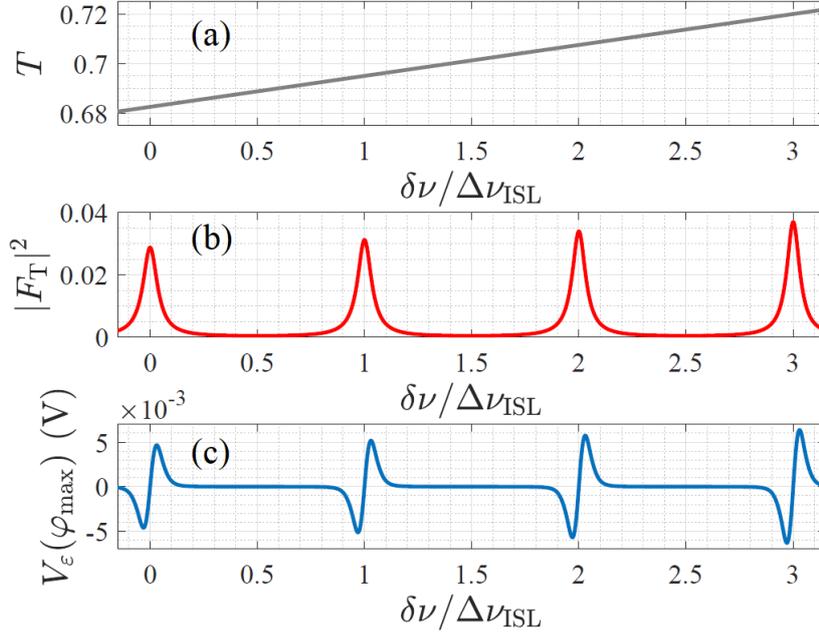


Figure I.1 – Calcul de l'évolution de (b)  $|F_T|^2$  et (c) de  $V_\varepsilon(\varphi_{\max})$  en fonction de  $\delta\nu/\Delta\nu_{\text{ISL}}$  lorsque (a)  $T$  varie de 72 % à 68 % sur trois ISL environ. Les paramètres fixés sont :  $r_1 = 0.97592$ ,  $\gamma_1 = 0.015$ ,  $r_2 = 0.97675$ ,  $\gamma_2 = 0.015$ ,  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 13.8$  MHz,  $\beta = 1$ ,  $f_{\text{mod}} = 500$  kHz et  $GP_0 = 1$  V.

## J Cavité bas  e sur des miroirs : résultats préliminaires

Depuis le début de l'année 2022, nous avons pris la décision de tester une cavité à miroirs du même type que celles de la Figure 2 qui sont fabriqu  es pour les gyrolasers actuellement commercialis  es par Thales. Cette activité est men  e en parallèle de la montée en maturité de la technologie des fibres à cœur creux, dont nous avons identifié plusieurs limitations dans la précédente section. Les miroirs sont maintenus sur un bloc de Zerodur dont la fabrication est ma  tris  e et assur  e par Thales AVS dans ses locaux de Châtellerault. Comme déjà évoqué au Chapitre 1, la cavité est dite passive et ne contient donc pas de milieu amplificateur. Un laser externe vient sonder la cavité résonante. Les miroirs choisis pour la cavité passive sont conçus pour réfléchir la lumière à 1550 nm. Initialement, on utilise quatre miroirs fabriqués en matériaux semiconducteurs afin de tester une nouvelle technologie de miroirs qui semblait prometteuse à 1.55  $\mu\text{m}$ . On aligne qu'un seul des trois axes de la cavité pour débuter l'étude.

On effectue le montage optique de la Figure J.1(a) pour coupler la lumière issue d'un laser fibré dans les deux sens de propagation de la cavité. Des lentilles L et lames  $\lambda/2$  sont ajout  es pour collimater le faisceau et ajuster la polarisation d'entrée. On rapproche volontairement les sorties des fibres PMF à 4 cm du miroir  $M_1$  pour des questions d'encombrement, malgré une moins bonne correspondance de modes qui augmente les pertes de couplage dans la cavité. Les deux faisceaux entrent dans la cavité par le miroir  $M_1$  et sortent de la cavité par le miroir  $M_4$ , ces deux miroirs ont des transmissions en intensité de 1400 ppm. Les miroirs  $M_2$  et  $M_3$  sont

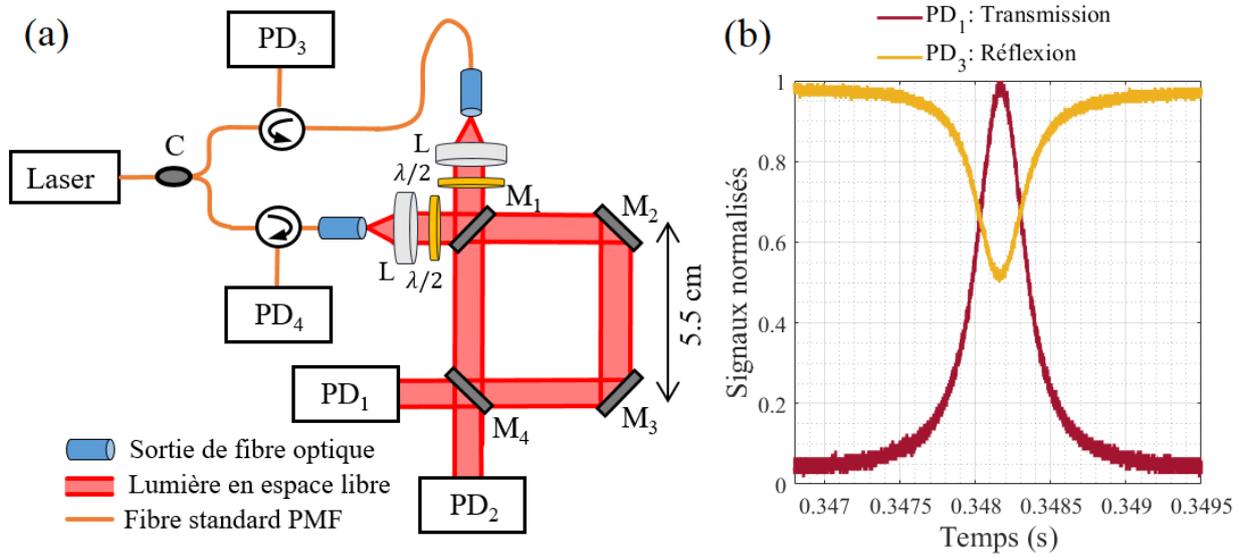


Figure J.1 – (a) Schéma du montage permettant de coupler la lumière issue d’un laser fibré dans les deux sens de propagation d’une cavité carrée à quatre miroirs en semiconducteurs et (b) Mesure des signaux transmis et réfléchi par la cavité à miroirs.

totalemment réfléchissants, mais pas parfaits puisqu’ils transmettent tout de même environ 200 ppm en intensité. On mesure les transmissions de la cavité en espace libre dans le sens horaire et anti-horaire respectivement avec les photodiodes PD<sub>1</sub> et PD<sub>2</sub>. Les réflexions s’observent avec PD<sub>3</sub> et PD<sub>4</sub> à l’aide de circulateurs. On règle initialement la puissance à 1 mW en entrée de cavité et on injecte uniquement dans le sens horaire. En balayant la fréquence du laser, on obtient des signaux transmis et réfléchi par la cavité reportés sur la Figure J.1(b). On mesure un contraste  $\mathcal{C} = 44\%$ , une largeur de raie  $\Gamma = 600$  kHz et intervalle spectral libre  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 1.363$  GHz pour une finesse  $\mathcal{F} = 2272$ . La mesure d’ISL est consistante avec le fait que la cavité carrée fait 5.5 cm de côté pour une longueur totale de 22 cm. On a plusieurs pistes d’amélioration : 1) l’alignement est très critique et n’est pas forcément parfait, 2) le diaphragme dans les capillaires est possiblement trop petit car initialement pas adapté à une longueur d’onde de 1550 nm.

Par la suite, on injecte cette-fois ci les faisceaux dans les deux directions de la cavité et on augmente la puissance incidente à 8 mW de chaque côté. On observe alors une déformation des pics de transmission de la cavité comme celle illustrée sur la Figure J.2. Ce phénomène est connu pour être un effet non linéaire thermo-optique créant une bistabilité. Il a notamment été observé dans des cavités en cristaux photoniques [222] ou dans des micro-cavités en anneau [223] de hautes finesesses ou grands facteurs de qualité. Dans notre cas, ce sont les miroirs en semiconducteurs qui sont sensibles à cet effet. La transmission de la cavité n’est plus symétrique et il existe deux états solutions pour une même fréquence, on parle de comportement bistable. Expérimentalement, la forme du pic de transmission dépend du sens du balayage de la fréquence du laser illustré par la rampe de tension appliquée à la modulation du laser en

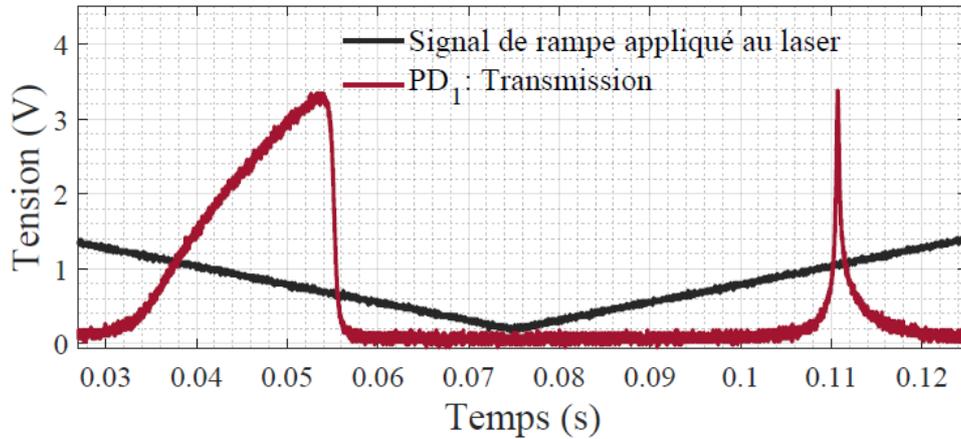


Figure J.2 – Mesure des signaux transmis par la cavité à miroirs (en brun) lorsque la fréquence du laser est décalée négativement et positivement selon la rampe de tension (en noir). On observe un effet non linéaire thermo-optique créant une bistabilité.

noir sur la Figure J.2. Lorsque la fréquence est décalée négativement, le pic de transmission est très large et difforme tandis que lorsque la fréquence est décalée positivement, le pic est très fin. Ces déformations ne sont pas compatibles avec un asservissement de fréquence incidente à résonance de la cavité à cause de la grande dissymétrie du pic et de la non-réciprocité avec le sens de balayage. Néanmoins, ce phénomène s'atténue en diminuant la puissance incidente en dessous de 3 mW dans notre cas. Cela dépend de la puissance totale sur le miroir à résonance, donc de la fréquence et de l'amplitude du balayage.

Cette cavité n'est donc pas compatible avec nos applications de gyrométrie passive principalement à cause de cet effet non linéaire thermo-optique qui surgit dans les miroirs semiconducteurs. C'est pourquoi une nouvelle cavité est en phase de développement avec de nouveaux miroirs diélectriques qui ne présentent pas ces défauts. Cependant, l'utilisation d'une cavité avec ces dimensions à pour conséquence d'avoir un petit facteur d'échelle ainsi qu'un grand ISL. Avec l'équation (1.9), on trouve que son facteur d'échelle vaut  $619 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$  qui est plus faible que les  $900 \text{ Hz}/(^{\circ}/\text{s})$  de la fibre à cœur creux enroulée sur 8 cm de diamètre. De plus, l'intervalle spectral libre  $\Delta\nu_{\text{ISL}} = 1.363 \text{ GHz}$  rend l'utilisation de nos AOM inadaptée car leurs décalages en fréquence ne dépassent pas les 250 MHz. Il faut donc repenser l'architecture du montage pour être capable de décaler la fréquence de l'ordre d'un ou plusieurs ISL afin de mesurer la vitesse de rotation.

Plusieurs pistes de nouvelles architectures sont envisagées :

- On peut mesurer la vitesse de rotation en boucle ouverte comme expliqué au Chapitre 2. Si la fréquence du laser est directement asservie sur une résonance dans un sens de propagation, l'autre sens sert à mesurer le décalage par rapport à la résonance en boucle

ouverte. Cela impliquerait la présence de rétrodiffusions car les deux résonances sont sondées sur le même mode de cavité.

- On peut utiliser un modulateur de phase (avec une bande passante de l'ordre du GHz) associé à un filtre optique (pour ne garder qu'une bande latérale) afin d'effectuer un décalage de fréquence qu'on contrôle avec la fréquence de modulation du PM.
- On peut faire interférer les deux faisceaux transmis par la cavité et effectuer une détection par battement, comme dans le RLG.

Ces propositions sont actuellement à l'étude et les premiers essais ont déjà été mis en oeuvre. Il s'agit maintenant de fabriquer une cavité stable qui possède la plus faible largeur de raie possède tout en ne présentant aucun défaut d'alignement ni de bistabilité.



---

# Bibliographie

---

- [1] S. Ishibashi, S. Tsukioka, H. Yoshida, T. Hyakudome, T. Sawa, J. Tahara, T. Aoki, and A. Ishikawa, “Accuracy improvement of an inertial navigation system brought about by the rotational motion,” in *OCEANS 2007 - Europe*, pp. 1–5, 2007.
- [2] X. Niu, Q. Wang, Y. Li, Q. Li, and J. Liu, “Using inertial sensors in smartphones for curriculum experiments of inertial navigation technology,” *Education Sciences*, vol. 5, no. 1, pp. 26–46, 2015.
- [3] A. Azier, N. Kacem, B. Chaumet, and N. Bouhaddi, “The effect of the bending beam width variations on the discrepancy of the resulting quadrature errors in mems gyroscopes,” *Micromachines*, vol. 13, no. 5, 2022.
- [4] M. Dupont-Nivet, R. Demur, C. I. Westbrook, and S. Schwartz, “Experimental study of the role of trap symmetry in an atom-chip interferometer above the bose–einstein condensation threshold,” *New Journal of Physics*, vol. 20, p. 043051, apr 2018.
- [5] M. Dupont-Nivet and B. Wirtschafter, “Puce atomique pour capteur inertielle à atomes ultrafroids et capteur associé,” 2021-11-18, WO2021228722A1 WIPO (PCT).
- [6] A. Ravaille, *Gyromètre optique basé sur une cavité résonante passive en fibre à cœur creux*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2019.
- [7] S. Schwartz, *Gyrolaser à état solide. Application des lasers à atomes à la gyrométrie*. Theses, Ecole Polytechnique X, Nov. 2006.
- [8] P. Spagnou, “Sagnac et l’expérience à contresens,” *Bibnum*, Octobre 2013.
- [9] H. C. Lefèvre, “The fiber-optic gyroscope, a century after sagnac’s experiment : The ultimate rotation-sensing technology?,” *Comptes Rendus Physique*, vol. 15, no. 10, pp. 851–858, 2014. The Sagnac effect : 100 years later / L’effet Sagnac : 100 ans après.
- [10] C. Huygens, “Traité de la lumière,” 1690.
- [11] I. Newton, “Opticks,” 1704.
- [12] A. Fresnel, “Mémoire sur la diffraction de la lumière,” *Académie des Sciences de Paris*, 1818.
- [13] J. C. Maxwell, “Viii. a dynamical theory of the electromagnetic field,” *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, no. 155, pp. 459–512, 1865.
- [14] A. Einstein, “Zum gegenwärtigen stand des strahlungsproblems,” *Physikalische Zeitschrift*, no. 10, pp. 185–193, 1909.
- [15] M. Coriolis, “Mémoire sur le principe des forces vives dans les mouvements relatifs des machines,” *Journal de l’École polytechnique*, vol. XIII, no. cahier XXI, pp. 268–302, 1832.
- [16] A. A. Michelson and E. W. Morley, “On the relative motion of the earth and the luminiferous ether,” *American Journal of Science*, vol. s3-34, no. 203, pp. 333–345, 1887.

- [17] O. Lodge, “Aberration problems : a discussion concerning the motion of the ether near the earth, and concerning the connexion between ether and gross matter ; with some new experiments,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, no. 184, pp. 727–804, 1893.
- [18] O. Lodge, “Experiments on the absence of mechanical connexion between ether and matter,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, no. 189, p. 149, 1897.
- [19] A. Einstein, “Zur elektrodynamik bewegter körper,” *Annalen der Physik*, vol. 322, no. 10, pp. 891–921, 1905.
- [20] F. Harress, “Die geschwindigkeit des lichtetes in bewegten körpern,” *Thèse de Doctorat de l’Université de Jena*, 1912.
- [21] G. Sagnac, “L’ether lumineux démontré par l’effet du vent relatif d’ether dans un interférometre en rotation uniforme,” *Comptes rendus de l’Académie des Sciences*, no. 95, p. 708, 1913.
- [22] G. Sagnac, “Sur la preuve de la réalité de l’ether lumineux par l’expérience de l’interférographe tournant,” *Comptes rendus de l’Académie des Sciences*, no. 95, p. 1410, 1913.
- [23] G. Sagnac, “Effet tourbillonnaire optique. La circulation de l’ether lumineux dans un interférometre tournant,” *J. Phys. Theor. Appl.*, vol. 4, no. 1, pp. 177–195, 1914.
- [24] A. Einstein *Astronomische Nachrichten*, vol. 199, p. 8, 1914.
- [25] M. V. Laue, “Zum versuch von harress,” *Annalen der Physik*, vol. IV, p. 448, 1920.
- [26] A. A. Michelson and H. G. Gale, “The Effect of the Earth’s Rotation on the Velocity of Light, II.,” *Astrophysical Journal*, vol. 61, p. 140, Apr. 1925.
- [27] T. H. Maiman, “Stimulated Optical Radiation in Ruby,” *Nature*, vol. 187, pp. 493–494, Aug. 1960.
- [28] T. H. Maiman, “Optical Maser Action in Ruby,” in *Advances in Quantum Electronics* (J. R. Singer, ed.), p. 91, Jan. 1961.
- [29] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, and C. Cohen-Tannoudji, *Introduction to Quantum Optics : From the Semi-classical Approach to Quantized Light*. Cambridge University Press, 2010.
- [30] B. Saleh and M. Teich, *Fundamentals of Photonics, 3rd Edition*. 02 2019.
- [31] A. Yariv, *Quantum Electronics*. 3th Edition, John Wiley and Sons, 1989.
- [32] W. M. Macek and D. T. M. Davis, “Rotation rate sensing with traveling-wave ring lasers,” *Applied Physics Letters*, vol. 2, pp. 67–68, 1963.
- [33] V. Vali and R. W. Shorthill, “Fiber ring interferometer,” *Appl. Opt.*, vol. 15, pp. 1099–1100, May 1976.
- [34] S. Ezekiel and S. Balsamo, “Passive ring resonator laser gyroscope,” *Applied Physics Letters*, vol. 30, pp. 478–480, 1977.
- [35] R. E. Meyer, S. Ezekiel, D. W. Stowe, and V. J. Tekippe, “Passive fiber-optic ring resonator for rotation sensing,” *Opt. Lett.*, vol. 8, pp. 644–646, Dec 1983.

- [36] M. N. Armenise, C. Ciminelli, F. Dell’Olio, and V. Passaro, *Advances in Gyroscope Technologies*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [37] J. C. Hafele, “Relativistic time for terrestrial circumnavigations,” *American Journal of Physics*, vol. 40, no. 1, pp. 81–85, 1972.
- [38] J. C. Hafele and R. E. Keating, “Around-the-world atomic clocks : Predicted relativistic time gains,” *Science*, vol. 177, no. 4044, pp. 166–168, 1972.
- [39] J. C. Hafele and R. E. Keating, “Around-the-world atomic clocks : Observed relativistic time gains,” *Science*, vol. 177, no. 4044, pp. 168–170, 1972.
- [40] H. C. Lefèvre, *The Fiber-Optic Gyroscope, Second Edition*. Artech House applied photonics series, Artech House Publishers, 2014.
- [41] D. B. Leeson, “A simple model of feedback oscillator noise spectrum,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 2, pp. 329–330, 1966.
- [42] D. W. Allan, “Statistics of atomic frequency standards,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 2, pp. 221–230, 1966.
- [43] D. A. Howe, D. Allan, and J. A. Barnes, “Properties of signal sources and measurement methods,” in *Thirty Fifth Annual Frequency Control Symposium*, pp. 669–716, 1981.
- [44] “IEEE Standard Definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology-Random Instabilities,” *IEEE Std 1139-1999*, pp. 1–40, 1999.
- [45] W. Riley and D. Howe, “Handbook of frequency stability analysis,” 2008-07-01 00 :07 :00 2008.
- [46] “Ieee standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros,” *IEEE Std 952-1997*, pp. 1–84, 1998.
- [47] N. El-Sheimy, H. Hou, and X. Niu, “Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 57, pp. 140 – 149, 02 2008.
- [48] E. Rubiola, *Phase Noise and Frequency Stability in Oscillators*. The Cambridge RF and Microwave Engineering Series, Cambridge University Press, 2008.
- [49] “Ieee standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros,” *IEEE Std 952-1997*, pp. 1–84, 1998.
- [50] V. Passaro, A. Cuccovillo, L. Vaiani, M. D. Carlo, and C. Campanella, “Gyroscope technology and applications : A review in the industrial perspective,” *Sensors*, vol. 17, no. 10, 2017.
- [51] G. Désilles, A. Mary, G. Feugnet, F. Gutty, J.-P. Pocholle, and S. Schwartz, “Gyrométrie interférométrique,” *Photoniques*, vol. Cahier technique : Dossier « Optique et avionique », no. 53, pp. 55–61, 2011.
- [52] F. Aronowitz, J. E. Killpatrick, W. E. Macek, and T. J. Podgorski, “The Elmer A. Sperry award for 1984,” *Conference on Laser and Electro-Optics, XIII International conference on Quantum Electronics*, 1984.

- [53] S. Ferrand, M. Rattier, C. Moluçon, K. Gautier, P. Cheiney, E. Peter, and M. Mancini, “Umix series : How to miniaturize fog technology,” in *2022 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, pp. 1–4, 2022.
- [54] D. M. Shupe, “Thermally induced nonreciprocity in the fiber-optic interferometer,” *Appl. Opt.*, vol. 19, pp. 654–655, Mar 1980.
- [55] H. Li, Y. Lin, L. Liu, H. Ma, and Z. Jin, “Signal processing improvement of passive resonant fiber optic gyroscope using a reciprocal modulation-demodulation technique,” *Opt. Express*, vol. 28, pp. 18103–18111, Jun 2020.
- [56] S. Schwartz, F. Goldfarb, and F. Bretenaker, “Some considerations on slow- and fast-light gyros,” *Optical Engineering*, vol. 53, no. 10, pp. 1 – 4, 2014.
- [57] G. A. Sanders, M. G. Prentiss, and S. Ezekiel, “Passive ring resonator method for sensitive inertial rotation measurements in geophysics and relativity,” *Opt. Lett.*, vol. 6, pp. 569–571, Nov 1981.
- [58] W. Z. Korth, A. Heptonstall, E. D. Hall, K. Arai, E. K. Gustafson, and R. X. Adhikari, “Passive, free-space heterodyne laser gyroscope,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 33, p. 035004, jan 2016.
- [59] D. Martynov, N. Brown, E. Nolasco-Martinez, and M. Evans, “Passive optical gyroscope with double homodyne readout,” *Opt. Lett.*, vol. 44, pp. 1584–1587, Apr 2019.
- [60] K. Liu, F. L. Zhang, Z. Y. Li, X. H. Feng, K. Li, Z. H. Lu, K. U. Schreiber, J. Luo, and J. Zhang, “Large-scale passive laser gyroscope for earth rotation sensing,” *Opt. Lett.*, vol. 44, pp. 2732–2735, Jun 2019.
- [61] F. Zhang, K. Liu, Z. Li, X. Feng, K. Li, Y. Ye, Y. Sun, L. He, K. U. Schreiber, J. Luo, Z. Lu, and J. Zhang, “3 m × 3 m heterolithic passive resonant gyroscope with cavity length stabilization,” *Classical and Quantum Gravity*, 2020.
- [62] H. Igel, K. U. Schreiber, A. Gebauer, F. Bernauer, S. Egdorf, A. Simonelli, C.-J. Lin, J. Wassermann, S. Donner, C. Hadziioannou, S. Yuan, A. Brotzer, J. Kodet, T. Tanimoto, U. Hugentobler, and J.-P. R. Wells, “Romy : a multicomponent ring laser for geodesy and geophysics,” *Geophysical Journal International*, 2021.
- [63] L. F. Stokes, M. Chodorow, and H. J. Shaw, “All-single-mode fiber resonator,” *Opt. Lett.*, vol. 7, pp. 288–290, Jun 1982.
- [64] J. L. Davis and S. Ezekiel, “Closed-loop, low-noise fiber-optic rotation sensor,” *Opt. Lett.*, vol. 6, pp. 505–507, Oct 1981.
- [65] S. Ezekiel, J. L. Davis, and R. W. Hellwarth, “Observation of intensity-induced nonreciprocity in a fiber-optic gyroscope,” *Opt. Lett.*, vol. 7, pp. 457–459, Sep 1982.
- [66] K. Iwatsuki, K. Hotate, and M. Higashiguchi, “Effect of rayleigh backscattering in an optical passive ring-resonator gyro,” *Appl. Opt.*, vol. 23, pp. 3916–3924, Nov 1984.
- [67] K. Iwatsuki, K. Hotate, and M. Higashiguchi, “Kerr effect in an optical passive ring-resonator gyro,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 4, no. 6, pp. 645–651, 1986.

- [68] K. Watsuki, K. Hotate, and M. Higashiguchi, “Eigenstate of polarization in a fiber ring resonator and its effect in an optical passive ring-resonator gyro,” *Appl. Opt.*, vol. 25, pp. 2606–2612, Aug 1986.
- [69] L. Liu, S. Liu, W. Qian, H. Li, and H. Ma, “Resonant fiber optical gyroscope using the single-mode fiber ring resonator,” *Appl. Opt.*, vol. 60, pp. 6755–6760, Aug 2021.
- [70] G. A. Sanders, R. B. Smith, and G. F. Rouse, “Novel Polarization-Rotating Fiber Resonator For Rotation Sensing Applications,” in *Fiber Optic and Laser Sensors VII* (R. P. DePaula and E. Udd, eds.), vol. 1169, pp. 373 – 381, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 1990.
- [71] Y. Yan, H. Ma, and Z. Jin, “Reducing polarization-fluctuation induced drift in resonant fiber optic gyro by using single-polarization fiber,” *Opt. Express*, vol. 23, pp. 2002–2009, Feb 2015.
- [72] Y. Zhang, L. Feng, H. Li, H. Jiao, N. Liu, and C. Zhang, “Resonant fiber optic gyroscope with three-frequency differential detection by sideband locking,” *Opt. Express*, vol. 28, pp. 8423–8435, Mar 2020.
- [73] Z. Wang, G. Wang, Z. Wang, W. Gao, and Y. Cheng, “Incoherence suppression method of optical noises in a resonant fiber optic gyro based on the circularly polarized light propagation mechanism in a resonator,” *Opt. Lett.*, vol. 46, pp. 3191–3194, Jul 2021.
- [74] G. A. Sanders, L. K. Strandjord, W. Williams, E. Benser, S. Ayotte, and F. Costin, “Improvements to signal processing and component minaturization of compact resonator fiber optic gyroscopes,” in *2018 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, pp. 1–22, 2018.
- [75] M. Smiciklas, G. A. Sanders, L. Strandjord, W. Williams, E. Benser, S. Ayotte, and F. Costin, “Development of a silicon photonics-based light source for compact resonator fiber optic gyroscopes,” in *2019 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, pp. 1–12, 2019.
- [76] L. Liu, W. Qian, S. Liu, J. Tu, H. Ma, and Z. Jin, “Development of the resonant fiber optic gyroscope prototype,” in *2021 19th International Conference on Optical Communications and Networks (ICOON)*, pp. 1–3, 2021.
- [77] S. Zhao, Q. Liu, and Z. He, “White-light-driven resonant fiber-optic strain sensor,” *Optics Letters*, vol. 45, 08 2020.
- [78] S. Zhao, Q. Liu, Y. Liu, H. Ma, and Z. He, “Navigation-grade resonant fiber-optic gyroscope using ultra-simple white-light multibeam interferometry,” *Photon. Res.*, vol. 10, pp. 542–549, Feb 2022.
- [79] S. Liu, L. Liu, J. Hu, H. Li, Q. Liu, H. Ma, and Z. He, “Performance of a resonant fiber-optic gyroscope based on a broadband source,” *Appl. Opt.*, vol. 61, pp. 4971–4979, Jun 2022.
- [80] S. Zhao, Q. Liu, H. Ma, and Z. He, “White-light-driven resonant fiber-optic gyro based on round trip filtering scheme,” *Opt. Lett.*, vol. 47, pp. 1137–1140, Mar 2022.

- [81] H. K. Kim, V. Dangui, M. Digonnet, and G. Kino, "Fiber-optic gyroscope using an air-core photonic-bandgap fiber," in *17th International Conference on Optical Fibre Sensors* (M. Voet, R. Willsch, W. Ecke, J. Jones, and B. Culshaw, eds.), vol. 5855, pp. 198 – 201, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2005.
- [82] H. K. Kim, M. J. F. Digonnet, and G. S. Kino, "Air-core photonic-bandgap fiber-optic gyroscope," *J. Lightwave Technol.*, vol. 24, p. 3169, Aug 2006.
- [83] G. A. Sanders, L. K. Strandjord, and T. Qiu, "Hollow core fiber optic ring resonator for rotation sensing," in *Optical Fiber Sensors*, p. ME6, Optica Publishing Group, 2006.
- [84] H. Ma, Z. Chen, and Z. Jin, "Single-polarization coupler based on air-core photonic bandgap fibers and implications for resonant fiber optic gyro," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, no. 1, pp. 46–54, 2014.
- [85] H. Jiao, L. Feng, C. Zhang, N. Liu, Y. Zhang, and H. Ma, "Design of low-crosstalk polarizing resonator and homologous multi-frequency differential detection for hollow-core photonic-crystal fiber optic gyro," *Opt. Express*, vol. 27, pp. 19536–19547, Jul 2019.
- [86] X. Suo, H. Yu, J. Li, and X. Wu, "Transmissive resonant fiber-optic gyroscope employing kagome hollow-core photonic crystal fiber resonator," *Opt. Lett.*, vol. 45, pp. 2227–2230, Apr 2020.
- [87] A. Ravaille, G. Feugnet, B. Debord, F. Gérôme, F. Benabid, and F. Bretenaker, "Rotation measurements using a resonant fiber optic gyroscope based on Kagome fiber," *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 2198–2204, Mar 2019.
- [88] G. A. Sanders, A. A. Taranta, C. Narayanan, E. N. Fokoua, S. A. Mousavi, L. K. Strandjord, M. Smiciklas, T. D. Bradley, J. Hayes, G. T. Jasion, T. Qiu, W. Williams, F. Poletti, and D. N. Payne, "Hollow-core resonator fiber optic gyroscope using nodeless anti-resonant fiber," *Opt. Lett.*, vol. 46, pp. 46–49, Jan 2021.
- [89] Y. Jung, H. Kim, Y. Chen, T. D. Bradley, I. A. Davidson, J. R. Hayes, G. Jasion, H. Sakr, S. Rikimi, F. Poletti, and D. J. Richardson, "Compact micro-optic based components for hollow core fibers," *Opt. Express*, vol. 28, pp. 1518–1525, Jan 2020.
- [90] Z. Zhang, W. Ding, A. Jia, Y. Hong, Y. Chen, Y. Sun, S. Gao, S. Huang, and Y. Wang, "Connector-style hollow-core fiber interconnections," *Opt. Express*, vol. 30, pp. 15149–15157, Apr 2022.
- [91] Y. Lin, H. Li, H. Ma, and L. Ma, "Performance improvement of a resonant fiber optic gyroscope with a hybrid photonic crystal fiber ring resonator," *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 7424–7429, Sep 2019.
- [92] H. Ma, H. Jiao, C. Feng, Z. Lian, H. Li, and L. Feng, "Reduction of the fresnel reflection effect in the hybrid pbf-pmf resonator for rfog," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 39, no. 23, pp. 7502–7508, 2021.
- [93] I. Fsaifes, G. Feugnet, A. Ravaille, B. Debord, F. Gérôme, A. Baz, G. Humbert, F. Benabid, S. Schwartz, and F. Bretenaker, "A test resonator for kagome hollow-core photonic crystal fibers for resonant rotation sensing," *Optics Communications*, vol. 383, pp. 485–490, 2017.

- [94] A. Ravaille, G. Feugnet, I. Fsaifes, A. Baz, B. Debord, F. G er ome, G. Humbert, F. Benabid, and F. Bretenaker, “In-situ measurement of backscattering in hollow-core fiber based resonant cavities,” *IEEE Photonics Journal*, vol. 9, no. 4, pp. 1–7, 2017.
- [95] A. Ravaille, B. Debord, G. Feugnet, G. Humbert, F. Bretenaker, and F. Benabid, “Rotation measurements with a passive resonant gyroscope based on hollow core fiber,” pp. 1–4, 08 2018.
- [96] J. R. Haavisto, “Thin-film waveguides for inertial sensors,” Proc. SPIE 0412, Fiber Optic and Laser Sensors I, Sept. 1983.
- [97] F. Dell’Olio, G. Brunetti, D. Conteduca, N. Sasanelli, C. Ciminelli, and M. N. Armenise, “Planar photonic gyroscopes for satellite attitude control,” in *2017 7th IEEE International Workshop on Advances in Sensors and Interfaces (IWASI)*, pp. 167–169, 2017.
- [98] J. Niu, W. Liu, Z. Pan, Y. Tao, Y. Zhou, E. Xing, J. Liu, and J. Tang, “Reducing backscattering and the kerr noise in a resonant micro-opticgyro using two independent lasers,” *Appl. Opt.*, vol. 60, pp. 2761–2766, Apr 2021.
- [99] Y. Lin, W. Qian, H. Li, H. Ma, and Z. Jin, “Resonant micro optic gyroscope equipped with multi-turn waveguide ring resonator,” *Optics Communications*, vol. 491, p. 126954, 2021.
- [100] S. Liu, Y. Lin, X. Jin, H. Ma, and Z. Jin, “Polarization error in resonant micro-optic gyroscope with different waveguide-type ring resonator structures,” *Appl. Opt.*, vol. 61, pp. 4287–4295, May 2022.
- [101] C. Feng, D. Zhang, Y. Zhang, C. Qing, H. Ma, H. Li, and L. Feng, “Resonant integrated optical gyroscope based on si3n4 waveguide ring resonator,” *Opt. Express*, vol. 29, pp. 43875–43884, Dec 2021.
- [102] M. J. Grant, P.-B. Vigneron, A. Feshali, W. Jin, N. Abrams, M. Paniccia, and M. Digonnet, “Chip-scale gyroscope using silicon-nitride waveguide resonator with a Q factor of 100 million,” in *Optical and Quantum Sensing and Precision Metrology II* (J. Scheuer and S. M. Shahriar, eds.), vol. 12016, pp. 175 – 185, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2022.
- [103] W. Liang, V. S. Ilchenko, A. A. Savchenkov, E. Dale, D. Eliyahu, A. B. Matsko, and L. Maleki, “Resonant microphotonic gyroscope,” *Optica*, vol. 4, pp. 114–117, Jan 2017.
- [104] X. Kuai, L. Wei, F. Yang, W. Yan, Z. Li, and X. Wang, “Suppression method of optical noises in resonator-integrated optic gyroscopes,” *Sensors*, vol. 22, no. 8, 2022.
- [105] Y.-H. Lai, M.-G. Suh, Y.-K. Lu, B. Shen, Q. Yang, H. Wang, J. Li, S. H. Lee, K. Y. Yang, and K. Vahala, “Earth rotation measured by a chip-scale ring laser gyroscope,” *Nature Photonics*, vol. 14, pp. 1–5, 06 2020.
- [106] J. Ren, H. Hodaei, G. Harari, A. U. Hassan, W. Chow, M. Soltani, D. Christodoulides, and M. Khajavikhan, “Ultrasensitive micro-scale parity-time-symmetric ring laser gyroscope,” *Opt. Lett.*, vol. 42, pp. 1556–1559, Apr 2017.
- [107] M. J. Grant and M. J. F. Digonnet, “Loss-gain coupled ring resonator gyroscope,” in *OPTO*, 2019.

- [108] M. J. Grant and M. J. F. Digonnet, “Enhanced rotation sensing and exceptional points in a parity–time-symmetric coupled-ring gyroscope,” *Opt. Lett.*, vol. 45, pp. 6538–6541, Dec 2020.
- [109] M. J. Grant and M. J. F. Digonnet, “Rotation sensitivity and shot-noise-limited detection in an exceptional-point coupled-ring gyroscope,” *Opt. Lett.*, vol. 46, pp. 2936–2939, Jun 2021.
- [110] M. D. Carlo, F. D. Leonardis, L. Lamberti, and V. Passaro, “Design of a resonator-bus-resonator anti-parity-time-symmetric integrated optical gyroscope,” *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 153, p. 106983, 2022.
- [111] G. Feugnet, A. Ravaille, S. Schwartz, and F. Bretenaker, “Analysis of the design of a passive resonant miniature optical gyroscope based on integrated optics technologies,” *Optical Engineering*, vol. 56, no. 10, pp. 1 – 10, 2017.
- [112] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Appl. Phys. B*, vol. 31, pp. 97–105, 06 1983.
- [113] C. Salomon, D. Hils, and J. L. Hall, “Laser stabilization at the millihertz level,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 5, pp. 1576–1587, Aug 1988.
- [114] E. D. Black, “An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization,” *American Journal of Physics*, vol. 69, no. 1, pp. 79–87, 2001.
- [115] E. Armstrong, “Method of receiving high-frequency oscillations,” U.S. Patent 1,342,885. Patented June 8, 1920.
- [116] E. H. Armstrong, “A method of reducing disturbances in radio signaling by a system of frequency modulation,” *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 24, no. 5, pp. 689–740, 1936.
- [117] G. C. Bjorklund, “Frequency-modulation spectroscopy : a new method for measuring weak absorptions and dispersions,” *Opt. Lett.*, vol. 5, pp. 15–17, Jan 1980.
- [118] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth, and C. Ortiz, “Frequency modulation (fm) spectroscopy,” *Applied Physics B*, vol. 32, pp. 145–152, 1983.
- [119] M. Gehrtz, G. C. Bjorklund, and E. A. Whittaker, “Quantum-limited laser frequency-modulation spectroscopy,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 2, pp. 1510–1526, Sep 1985.
- [120] B. V. D. Pol, “Frequency modulation,” *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 18, no. 7, pp. 1194–1205, 1930.
- [121] R. V. Pound, “Electronic frequency stabilization of microwave oscillators,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 17, no. 11, pp. 490–505, 1946.
- [122] J. L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H. G. Robinson, “Optical heterodyne saturation spectroscopy,” *Applied Physics Letters*, vol. 39, no. 9, pp. 680–682, 1981.
- [123] X. Baillard, *Horloge à réseau optique à atomes de Strontium*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Jan. 2008.

- [124] L. K. Strandjord, T. Qiu, M. Salit, C. Narayanan, M. Smiciklas, J. Wu, and G. Sanders, “Improved bias performance in resonator fiber optic gyros using a novel modulation method for error suppression,” in *26th International Conference on Optical Fiber Sensors*, p. ThD3, Optica Publishing Group, 2018.
- [125] Y. Zhang, Z. Zhou, H. Ma, S. Liang, H. Feng, C. Feng, H. Jiao, and L. Feng, “Resonant fiber optic gyroscope with hopll technique based on acousto-optic modulation,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 40, pp. 1238–1244, Feb 2022.
- [126] W. T. Rhodes, “Acousto-optic signal processing : Convolution and correlation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 69, no. 1, pp. 65–79, 1981.
- [127] M. Lei, L. Feng, Y. Zhi, and H. Liu, “Effect of intensity variation of laser in resonator integrated optic gyro,” *Appl. Opt.*, vol. 52, pp. 4576–4581, Jul 2013.
- [128] Z. Jiang, Z. Hu, W. Kang, J. Wang, and C. Fu, “Residual intensity modulation-induced error in resonator fiber optic gyroscopes with triangular phase modulation,” *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 7597–7602, Sep 2019.
- [129] J. Zhu, W. Liu, Z. Pan, Y. Tao, S. Yin, J. Tang, and J. Liu, “Combined frequency-locking technology of a digital integrated resonator optic gyroscope with a phase-modulated feedback loop,” *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 9914–9920, Dec 2019.
- [130] M. Lei, H. Yu, Y. Fang, Z. Feng, Y. Wu, and L. Zhang, “Frequency tracking out-of-lock control in a resonator fiber-optic gyro,” *Appl. Opt.*, vol. 59, pp. 923–928, Feb 2020.
- [131] K. Shang, M. Lei, Y. Fang, H. Yu, and L. Zhang, “Resonator fiber-optic gyro with intensity error suppression using a bias-sampling compensation technique,” *Appl. Opt.*, vol. 59, pp. 3995–3999, May 2020.
- [132] S. W. Lloyd, V. Dangui, M. J. F. Digonnet, S. Fan, and G. S. Kino, “Measurement of reduced backscattering noise in laser-driven fiber optic gyroscopes,” *Opt. Lett.*, vol. 35, pp. 121–123, Jan 2010.
- [133] Y. Zeng, Z. Fu, Y. Liu, X. He, M. Liu, P. Xu, X. Sun, and J. Wang, “Stabilizing a laser frequency by the pound–drever–hall technique with an acousto-optic modulator,” *Appl. Opt.*, vol. 60, pp. 1159–1163, Feb 2021.
- [134] L. Liu, H. Li, S. Liu, Z. Jin, and H. Ma, “Suppressing backscattering noise of a resonant fiber optic gyroscope using coherent detection,” *Appl. Opt.*, vol. 61, pp. 4421–4428, May 2022.
- [135] T. Qiu, J. Wu, L. K. Strandjord, and G. A. Sanders, “Performance of resonator fiber optic gyroscope using external-cavity laser stabilization and optical filtering,” in *23rd International Conference on Optical Fibre Sensors* (J. M. López-Higuera, J. D. C. Jones, M. López-Amo, and J. L. Santos, eds.), vol. 9157, pp. 37 – 40, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2014.
- [136] N. Liu, Y. Niu, L. Feng, H. Jiao, and X. Wang, “Suppression of backscattering induced noise by the sideband locking technique in a resonant fiber optic gyroscope,” *Chin. Opt. Lett.*, vol. 16, p. 010608, Jan 2018.

- [137] H. Wang, L. Wenyao, Z. Pan, Y. Tao, J. Niu, J. Tang, and J. Liu, “Suppression of backscattering-induced noise in a resonator optic gyro by the dual-frequency modulation method,” *Optics Communications*, vol. 459, p. 124766, 12 2019.
- [138] H. Ma, Z. He, and K. Hotate, “Reduction of backscattering induced noise by carrier suppression in waveguide-type optical ring resonator gyro,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 29, pp. 85–90, Jan 2011.
- [139] H. Ma, X. Chang, Z. Yang, and Z. Jin, “Full investigation of the backscattering in resonator fiber optic gyro,” *Optics Communications*, vol. 284, no. 19, pp. 4480–4484, 2011.
- [140] H. Mao, H. Ma, and Z. Jin, “Polarization maintaining silica waveguide resonator optic gyro using double phase modulation technique,” *Opt. Express*, vol. 19, pp. 4632–4643, Feb 2011.
- [141] H. Ma, J. Zhang, L. Wang, and Z. Jin, “Double closed-loop resonant micro optic gyro using hybrid digital phase modulation,” *Opt. Express*, vol. 23, pp. 15088–15097, Jun 2015.
- [142] M. Takahashi, S. Tai, and K. Kyuma, “Effect of reflections on the drift characteristics of a fiber-optic passive ring-resonator gyroscope,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 8, no. 5, pp. 811–816, 1990.
- [143] J. Wang, L. Feng, Q. Wang, H. Jiao, and X. Wang, “Suppression of backreflection error in resonator integrated optic gyro by the phase difference traversal method,” *Opt. Lett.*, vol. 41, pp. 1586–1589, Apr 2016.
- [144] H. Ma, X. Li, G. Zhang, and Z. Jin, “Reduction of optical kerr-effect induced error in a resonant micro-optic gyro by light-intensity feedback technique,” *Appl. Opt.*, vol. 53, pp. 3465–3472, Jun 2014.
- [145] B. Debord, F. Amrani, L. Vincetti, F. Gérôme, and F. Benabid, “Hollow-core fiber technology : The rising of “gas photonics”,” *Fibers*, vol. 7, no. 2, 2019.
- [146] S. Yin, W. Liu, E. Xing, Z. Pan, Y. Tao, J. Zhu, J. Tang, and J. Tang, “Suppression of laser intensity fluctuation in resonator optical gyro by a simple light intensity feedback technique,” *Optical Engineering*, vol. 59, no. 3, pp. 1 – 9, 2020.
- [147] K. Zou, L. Wang, K. Chen, R. Bi, and X. Shu, “Optimization of reciprocal modulation parameters in resonant fiber optic gyro,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 39, pp. 5669–5675, Sep 2021.
- [148] H. Shen, L. Li, J. Bi, J. Wang, and L. Chen, “Systematic and quantitative analysis of residual amplitude modulation in Pound-Drever-Hall frequency stabilization,” *Phys. Rev. A*, vol. 92, p. 063809, Dec 2015.
- [149] N. C. Wong and J. L. Hall, “Servo control of amplitude modulation in frequency-modulation spectroscopy : demonstration of shot-noise-limited detection,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 2, pp. 1527–1533, Sep 1985.
- [150] H. Ma, X. Yu, and Z. Jin, “Reduction of polarization-fluctuation induced drift in resonator fiber optic gyro by a resonator integrating in-line polarizers,” *Opt. Lett.*, vol. 37, pp. 3342–3344, Aug 2012.

- [151] H. Ma, J. Zhang, L. Wang, and Z. Jin, “Development and evaluation of optical passive resonant gyroscopes,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 35, pp. 3546–3554, Aug 2017.
- [152] X. Wang, Z. He, and K. Hotate, “Reduction of polarization-fluctuation induced drift in resonator fiber optic gyro by a resonator with twin 90° polarization-axis rotated splices,” *Opt. Express*, vol. 18, pp. 1677–1683, Jan 2010.
- [153] M. Kolobov, L. Davidovich, E. Giacobino, and C. Fabre, “Role of pumping statistics and dynamics of atomic polarization in quantum fluctuations of laser sources,” *Phys. Rev. A*, vol. 47, pp. 1431–1446, Feb 1993.
- [154] *Laser Physics*. Fabien Bretenaker, 2nd Year Master Course in Laser-Optics-Matter - IOGS., March 2015.
- [155] E. Rubiola, “The measurement of am noise of oscillators,” 2005.
- [156] D. Dodane, *Boucles à verrouillage de phase optique pour la génération de signaux hyperfréquences en bande 5G*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2021.
- [157] A. Schawlow and C. H. Townes, “Infrared and optical masers,” *Phys. Rev.*, vol. 112, pp. 1940–1949, Dec 1958.
- [158] G. D. Domenico, S. Schilt, and P. Thomann, “Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape,” *Appl. Opt.*, vol. 49, pp. 4801–4807, Sep 2010.
- [159] H. Ma, X. Chang, H. Mao, and Z. Jin, “Laser frequency noise limited sensitivity in a resonator optic gyroscope,” *OECC 2010 Technical Digest*, pp. 706–707, 2010.
- [160] H. Ma, Y. Yan, L. Wang, X. Chang, and Z. Jin, “Laser frequency noise induced error in resonant fiber optic gyro due to an intermodulation effect,” *Opt. Express*, vol. 23, pp. 25474–25486, Oct 2015.
- [161] R. Slavik, G. Marra, E. Fokoua, N. Baddela, N. V. Wheeler, M. Petrovich, F. Poletti, and D. Richardson, “Ultralow thermal sensitivity of phase and propagation delay in hollow core optical fibres,” *Scientific Reports*, vol. 5, 10 2015.
- [162] Zurich Instruments HF2LI Détection synchrone 50 MHz, <https://www.zhinst.com/europe/fr/products/hf2li-lock-in-amplifier>.
- [163] Zurich Instruments UHFLI Détection synchrone 600 MHz, <https://www.zhinst.com/europe/fr/products/uhfli-lock-in-amplifier>.
- [164] Thorlabs PDA10CS-EC - InGaAs Switchable Gain Amplified Detector, 900 - 1700 nm, 17 MHz BW, 0.8 mm<sup>2</sup>, M4 Taps, <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=PDA10CS-EC>.
- [165] M. Descampeaux, G. Feugnet, and F. Bretenaker, “Méthode d’asservissement d’un dispositif optique comprenant un laser et une cavité permettant de compenser une modulation d’amplitude introduite par un modulateur de phase,” Numéro de dépôt France N°2103389, date de dépôt : 1 avril 2021.
- [166] M. Descampeaux, G. Feugnet, and F. Bretenaker, “New method for residual amplitude modulation control in fibered optical experiments,” *Opt. Express*, vol. 29, pp. 36211–36225, Oct 2021.

- [167] M. Descampeaux, G. Feugnet, and F. Bretenaker, “New method for residual amplitude modulation control in rfog,” in *2021 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, pp. 1–11, 2021.
- [168] M. Descampeaux, G. Feugnet, and F. Bretenaker, “Residual amplitude modulation cancellation in passive resonant fiber optic gyroscope,” in *Optical and Quantum Sensing and Precision Metrology II* (J. Scheuer and S. M. Shahriar, eds.), vol. 12016, pp. 167 – 174, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2022.
- [169] M. Descampeaux, G. Feugnet, and F. Bretenaker, “Original technique for residual amplitude modulation reduction in rfog,” in *2022 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, pp. 1–4, 2022.
- [170] K. Kokeyama, K. Izumi, W. Z. Korth, N. Smith-Lefebvre, K. Arai, and R. X. Adhikari, “Residual amplitude modulation in interferometric gravitational wave detectors,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 31, pp. 81–88, Jan 2014.
- [171] Q. A. Duong, T. D. Nguyen, T. T. Vu, M. Higuchi, D. Wei, and M. Aketagawa, “Suppression of residual amplitude modulation appeared in commercial electro-optic modulator to improve iodine-frequency-stabilized laser diode using frequency modulation spectroscopy,” *J. Eur. Opt. Soc.-Rapid Publ.*, vol. 14, Nov 2018.
- [172] P. Egan and J. A. Stone, “Absolute refractometry of dry gas to  $\pm 3$  parts in  $10^9$ ,” *Appl. Opt.*, vol. 50, pp. 3076–3086, Jul 2011.
- [173] M. Romagnoli, M. D. Levenson, and G. C. Bjorklund, “Frequency-modulation-polarization spectroscopy,” *Opt. Lett.*, vol. 8, pp. 635–637, Dec 1983.
- [174] L. Li, F. Liu, C. Wang, and L. Chen, “Measurement and control of residual amplitude modulation in optical phase modulation,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 83, no. 4, p. 043111, 2012.
- [175] W. Zhang, M. J. Martin, C. Benko, J. L. Hall, J. Ye, C. Hagemann, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, G. D. Cole, and M. Aspelmeyer, “Reduction of residual amplitude modulation to  $1 \times 10^{-6}$  for frequency modulation and laser stabilization,” *Opt. Lett.*, vol. 39, pp. 1980–1983, Apr 2014.
- [176] J. Gillot, S. Tetsing-Talla, S. Denis, G. Goavec-Merou, J. Millo, C. Lacroûte, and Y. Kersalé, “Residual amplitude modulation at the  $10^{-7}$  level for ultra-stable lasers,” 2022.
- [177] S. Yao, “Polarization in fiber systems : Squeezing out more bandwidth,” *The Photonics Handbook*, p. 1, 2003.
- [178] Y. Yu, Y. Wang, and J. R. Pratt, “Active cancellation of residual amplitude modulation in a frequency-modulation based Fabry-Perot interferometer,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 87, no. 3, p. 033101, 2016.
- [179] F. Du-Burck, K. Manamanni, T. Steshchenko, A. C. Ramdane, and V. Roncin, “Effects of polarization modulation induced by electro-optic modulators in fiber-based setups,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 34, no. 3, pp. 185–188, 2022.

- [180] Z. Tai, L. Yan, Y. Zhang, X. Zhang, W. Guo, S. Zhang, and H. Jiang, “Electro-optic modulator with ultra-low residual amplitude modulation for frequency modulation and laser stabilization,” *Opt. Lett.*, vol. 41, pp. 5584–5587, Dec 2016.
- [181] Z. Li, Y. Tian, Y. Wang, W. Ma, and Y. Zheng, “Residual amplitude modulation and its mitigation in wedged electro-optic modulator,” *Opt. Express*, vol. 27, pp. 7064–7071, Mar 2019.
- [182] L. Jin, “Suppression of residual amplitude modulation of ADP electro-optical modulator in Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization,” *Optics & Laser Technology*, vol. 136, p. 106758, 2021.
- [183] J. Bi, Y. Zhi, L. Li, and L. Chen, “Suppressing residual amplitude modulation to the  $10^{-7}$  level in optical phase modulation,” *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 690–694, Jan 2019.
- [184] Z. Li, W. Ma, W. Yang, Y. Wang, and Y. Zheng, “Reduction of zero baseline drift of the Pound–Drever–Hall error signal with a wedged electro-optical crystal for squeezed state generation,” *Opt. Lett.*, vol. 41, pp. 3331–3334, Jul 2016.
- [185] R. G. DeVoe and R. G. Brewer, “Laser-frequency division and stabilization,” *Phys. Rev. A*, vol. 30, pp. 2827–2829, Nov 1984.
- [186] P. Courteille, L. Ma, and W. N. et al., “Frequency measurement of  $^{130}\text{Te}_2$  resonances near 467 nm,” *Appl. Phys. B*, no. 59, pp. 187–193, 1994.
- [187] T. Hansch and B. Couillaud, “Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity,” *Optics Communications*, vol. 35, no. 3, pp. 441–444, 1980.
- [188] R. L. Barger, M. S. Sorem, and J. L. Hall, “Frequency stabilization of a cw dye laser,” *Applied Physics Letters*, vol. 22, no. 11, pp. 573–575, 1973.
- [189] P. Kwee, *Laser Characterization and Stabilization for Precision Interferometry*. PhD thesis, Hannover U, 2010.
- [190] D. Shu, *Tunable Resonant Narrow-Band Filter Based on Electro-optic Materials*. Theses, Ecole Centrale Marseille (ECM), Dec. 2012.
- [191] R. C. Jones, “A new calculus for the treatment of optical systems. i. description and discussion of the calculus,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 31, pp. 488–493, Jul 1941.
- [192] H. Hurwitz and R. C. Jones, “A new calculus for the treatment of optical systems, proof of three general equivalence theorems,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 31, pp. 493–499, Jul 1941.
- [193] C. Chen and W. K. Burns, “Polarization characteristics of single-mode fiber couplers,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 30, no. 10, pp. 1577–1588, 1982.
- [194] D. Tentori and A. Garcia-Weidner, “Jones birefringence in twisted single-mode optical fibers,” *Optics Express*, vol. 21, pp. 31725–39, 12 2013.
- [195] P. Grüning, A. Chaouche-Ramdane, K. Manamanni, T. Aoudjit, V. Roncin, and F. Du-Burck, “All-fiber ring-cavity for frequency stability transfer at  $1.55\mu\text{m}$ ,” *Appl. Opt.*, vol. 58, pp. 1502–1507, Feb 2019.

- [196] H. A. Haus and Y. Yamamoto, “Theory of feedback-generated squeezed states,” *Phys. Rev. A*, vol. 34, pp. 270–292, Jul 1986.
- [197] J. H. Shapiro, G. Saplakoglu, S.-T. Ho, P. Kumar, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, “Theory of light detection in the presence of feedback,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 4, pp. 1604–1620, Oct 1987.
- [198] B. C. Buchler, M. B. Gray, D. A. Shaddock, T. C. Ralph, and D. E. McClelland, “Suppression of classic and quantum radiation pressure noise by electro-optic feedback,” *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 259–261, Feb 1999.
- [199] A. A. Clerk, F. Marquardt, and K. Jacobs, “Back-action evasion and squeezing of a mechanical resonator using a cavity detector,” *New Journal of Physics*, vol. 10, p. 095010, sep 2008.
- [200] F. Tebbenjohanns, M. Frimmer, A. Militarú, V. Jain, and L. Novotny, “Cold damping of an optically levitated nanoparticle to microkelvin temperatures,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 122, p. 223601, Jun 2019.
- [201] D. Mandridis, I. Ozdur, M. Bagnell, and P. J. Delfyett, “Free spectral range measurement of a fiberized Fabry–Perot etalon with sub-hz accuracy,” *Opt. Express*, vol. 18, pp. 11264–11269, May 2010.
- [202] X. Wang, L. Feng, Z. Zhou, H. Li, D. Liu, Q. Wang, L. Liu, Y. Jia, H. Jiao, and N. Liu, “Real-time free spectral range measurement based on optical single-sideband technique,” *Opt. Express*, vol. 26, pp. 7494–7506, Mar 2018.
- [203] M. Descampeaux, B. Debord, F. Amrani, G. Feugnet, F. Benabid, F. Bretenaker, and F. Gérôme, “Impact of Photonic Bandgap Hollow-Core Fiber Loss Wavelength Dependence on the Performance of RFOG,” in *IEEE Inertial Sensors & Systems*, (Avignon, France), May 2022.
- [204] Y. Tamura, H. Sakuma, K. Morita, M. Suzuki, Y. Yamamoto, K. Shimada, Y. Honma, K. Sohma, T. Fujii, and T. Hasegawa, “The first 0.14-dB/km loss optical fiber and its impact on submarine transmission,” *J. Lightwave Technol.*, vol. 36, pp. 44–49, Jan 2018.
- [205] Thorlabs PMDCF 1510 - 1620 nm PM Dispersion-Compensating Fiber 5  $\mu$ m MFD <https://www.thorlabs.com/drawings/d7671609283b9a3-7E88F0FD-E511-726B-3FFC8F29CD125B57/PMDCF-SpecSheet.pdf>.
- [206] F. Benabid and P. Roberts, “Linear and nonlinear optical properties of hollow core photonic crystal fiber,” *Journal of Modern Optics*, vol. 58, no. 2, pp. 87–124, 2011.
- [207] B. Debord, A. Amsanpally, M. Chafer, A. Baz, M. Maurel, J. M. Blondy, E. Hugonnot, F. Scol, L. Vincetti, F. Gérôme, and F. Benabid, “Ultralow transmission loss in inhibited-coupling guiding hollow fibers,” *Optica*, vol. 4, pp. 209–217, Feb 2017.
- [208] J. B. Nielsen, T. M. Søndergaard, S. E. Barkou, A. O. Bjarklev, J. Broeng, and M. B. Nielsen, “Two-dimensional kagome structure, fundamental hexagonal photonic crystal configuration,” *Electronics Letters*, vol. 35, pp. 1736–1737, 1999.

- [209] F. Benabid, J. C. Knight, G. Antonopoulos, and P. S. J. Russell, “Stimulated raman scattering in hydrogen-filled hollow-core photonic crystal fiber,” *Science*, vol. 298, no. 5592, pp. 399–402, 2002.
- [210] E. Yablonovitch, “Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059–2062, May 1987.
- [211] R. F. Cregan, B. J. Mangan, J. C. Knight, T. A. Birks, P. S. J. Russell, P. J. Roberts, and D. C. Allan, “Single-mode photonic band gap guidance of light in air,” *Science*, vol. 285, no. 5433, pp. 1537–1539, 1999.
- [212] G. Bouwmans, F. Luan, J. C. Knight, P. S. J. Russell, L. Farr, B. J. Mangan, and H. Sabert, “Properties of a hollow-core photonic bandgap fiber at 850 nm wavelength,” *Opt. Express*, vol. 11, pp. 1613–1620, Jul 2003.
- [213] F. Poletti, “Nested antiresonant nodeless hollow core fiber,” *Opt. Express*, vol. 22, pp. 23807–23828, Oct 2014.
- [214] A. Taranta, E. N. Fokoua, S. M. A. Mousavi, J. R. Hayes, T. Bradley, G. Jasion, and F. Poletti, “Exceptional polarization purity in antiresonant hollow-core optical fibers,” *Nature Photonics*, vol. 14, 08 2020.
- [215] G. T. Jasion, T. D. Bradley, K. Harrington, H. Sakr, Y. Chen, E. N. Fokoua, I. A. Davidson, A. Taranta, J. R. Hayes, D. J. Richardson, and F. Poletti, “Hollow core nanf with 0.28 db/km attenuation in the c and l bands,” in *Optical Fiber Communication Conference Postdeadline Papers 2020*, p. Th4B.4, Optica Publishing Group, 2020.
- [216] A. Kobayakov, M. Sauer, and D. Chowdhury, “Stimulated brillouin scattering in optical fibers,” *Adv. Opt. Photon.*, vol. 2, pp. 1–59, Mar 2010.
- [217] J. A. West, C. M. Smith, N. F. Borrelli, D. C. Allan, and K. W. Koch, “Surface modes in air-core photonic band-gap fibers,” *Opt. Express*, vol. 12, pp. 1485–1496, Apr 2004.
- [218] T. Morris and M. J. F. Digonnet, “Broadened-laser-driven polarization-maintaining hollow-core fiber optic gyroscope,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 38, no. 4, pp. 905–911, 2020.
- [219] M. Ding, M. Komanec, D. Suslov, D. Dousek, S. Zvánovec, E. Fokoua, T. Bradley, F. Poletti, D. Richardson, and R. Slavík, “Long-length and thermally stable high-finesse fabry-perot interferometers made of hollow core optical fiber,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 38, no. 8, pp. 2423–2427, 2020.
- [220] S. Schwartz, G. Feugnet, and F. Bretenaker, “Gyromètre optique passif à trois faisceaux,” Patent EP2857797 A1, 2013.
- [221] J. Ye, L. Ma, and J. Hall, “Ultrasensitive high resolution laser spectroscopy and its application to optical frequency standards,” 28th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI), Reston, VA, 1997-01-01 1997.
- [222] S. Iadanza, M. Clementi, C. Hu, S. A. Schulz, D. Gerace, M. Galli, and L. O’Faolain, “Model of thermo-optic nonlinear dynamics of photonic crystal cavities,” *Phys. Rev. B*, vol. 102, p. 245404, Dec 2020.

- [223] Y. Gao, W. Zhou, X. Sun, H. K. Tsang, and C. Shu, "Cavity-enhanced thermo-optic bistability and hysteresis in a graphene-on-si<sub>3</sub>n<sub>4</sub> ring resonator," *Opt. Lett.*, vol. 42, pp. 1950–1953, May 2017.

**Titre** : Développement de cavités fibrées et contrôle de la modulation d'amplitude résiduelle (RAM) : application au gyromètre optique résonant

**Mots clés** : Gyromètre, effet Sagnac, cavité fibrée, modulation d'amplitude résiduelle (RAM), modulation-démodulation, fibre à cœur creux

**Résumé** : Ces travaux de thèse portent sur un gyromètre optique basé sur une cavité résonante passive en fibre optique. Ce gyromètre optique utilise l'effet Sagnac pour mesurer des vitesses de rotation en comparant les fréquences de résonance de deux faisceaux contra-propagatifs dans la cavité. On présente dans le manuscrit le développement et la conception de plusieurs prototypes de cavités contenant une fibre classique PM-SMF ou une fibre à cœur creux de type Photonic Bandgap en cristaux photoniques enroulées sur un diamètre de 8 cm. La caractérisation des prototypes ont permis d'identifier des problèmes de contamination et de dépendance en longueur d'onde de la transmission de la fibre à cœur creux. Afin d'améliorer les perfor-

mances du gyromètre, on a contribué à la réduction de bruits parasites tels que la modulation d'amplitude résiduelle (residual amplitude modulation, RAM) qui perturbent notre asservissement essentiel à la mesure de vitesse de rotation. Nous avons ainsi développé une nouvelle méthode d'asservissement qui permet de s'affranchir de la RAM dans le cas de certains montages avec des composants fibrés. Le développement d'un modèle théorique et numérique du système a permis de comprendre le couplage des asservissements et d'adapter ces derniers pour nos applications. Enfin, à partir de l'analyse des différents bruits et d'essais en rotation, on en déduit les limitations actuelles de la détection.

**Title** : Development of fiber cavities and control of residual amplitude modulation (RAM) : application to resonant fiber optic gyroscope

**Keywords** : Gyroscope, Sagnac effect, fibered ring cavity, residual amplitude modulation (RAM), modulation-demodulation, hollow-core fiber

**Abstract** : This thesis work concerns an optical gyroscope based on a passive resonant cavity made of an optical fiber. This type of gyroscope uses the Sagnac effect to measure the angular velocity by comparing the resonant frequencies of two counter-propagating beams in the cavity. We expose the development and the design of the several prototypes of cavities made of a conventional PM-SMF or a Photonic Bandgap hollow-core fiber coiled on a diameter of 8cm. The characterization of the prototypes allowed us to identify problems of contamination and wavelength dependence of the hollow core fiber transmission. In order to improve

the performance of the gyroscope, we contributed to the reduction of spurious noise such as residual amplitude modulation (RAM) which disturb our frequency locking used for rotation sensing. We have thus developed a new method of control which allows to get rid of RAM in the case of some setup with fibered components. The development of a theoretical and numerical model of the system helped us to understand the coupling of the frequency locking and to adapt them to our applications. Finally, we conclude about the current limitations of the detection from the analysis of the various noises and the rotation sensitivity.